

Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 9
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Dienstag 4.07.2017, bis 12:15 Uhr

Besprechung: 10.-14.7.

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.
- Die Abgabe kann in Gruppen von bis zu 3 Personen erfolgen.

Aufgabe 1: Polygone mit leerem Kern (4 Punkte)

Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl $n \geq 3$ mit der Eigenschaft, dass es ein einfaches Polygon P mit n Ecken gibt, welches einen leeren Kern besitzt. Beweisen Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 2: Komplexität von Voronoidiagrammen und Triangulationen (4 Punkte)

Gegeben seien n Punkte in allgemeiner Lage in der Ebene. Zeigen Sie:

1. Das Voronoi-Diagramm der n Punkte hat genau $2n - r - 2$ viele Knoten und $3n - r - 3$ viele Kanten, wobei r die Anzahl der Ecken auf der konvexen Hülle der n Punkte ist.
2. Jede Triangulation der n Punkte hat genau $3n - r - 3$ viele Kanten.
3. Geben Sie ein möglichst einfaches Beispiel einer Triangulation von Punkten in der Ebene an, bei dem jeder Knoten genau Grad 5 hat. Wieviele Punkte muss eine solche Triangulation mindestens besitzen? Wieviele Punkte muss die konvexe Hülle haben?

Aufgabe 3: Komplexität einzelner Voronoi-Regionen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass zu jedem $n > 3$ eine Menge von n Punkten in der Ebene existiert, so dass auf dem Rand einer Voronoi-Region $n - 1$ Knoten des Voronoi-Diagramms liegen.

Aufgabe 4: Voronoi-Diagramm Beispiel (4 Punkte)

Geben Sie das Voronoi-Diagramm und die Delaunay-Triangulierung der abgebildeten Punktmenge an!