

- Unter ***www.i1.informatik.uni-bonn.de*** werden Unterlagen und Informationen zu Vorlesung und Übung bereitgestellt.
- Bearbeitung und Abgabe der Übungsblätter ist in festen Gruppen von bis zu 3 Personen erlaubt.
- Die Abgabe muss auf dem ersten Blatt in der **ersten Zeile** deutlich die **Namen** der Studierenden und die **Nummer** der Übungsgruppe enthalten. Eine Abgabe aus mehreren Blättern ist zu heften!
- Die Lösungen können bis **Mittwoch 09 Uhr** in den Postkasten (**Nicht in der Vorlesung!**) im AVZ III eingeworfen werden.

Aufgabe 12: Turingmaschine Beispiel (4 Punkte)

Betrachten Sie die Turingmaschine

$$M = (\{0, 1, \#, \$, \sqcup\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_t, q_f\}, \delta, q_0, \{q_t, q_f\})$$

| δ | 0 | 1 | \sqcup |
|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| q_0 | (q_1, \sqcup, R) | (q_2, \sqcup, R) | (q_t, \sqcup, N) |
| q_1 | $(q_1, 0, R)$ | $(q_1, 1, R)$ | (q_2, \sqcup, L) |
| q_2 | $(q_2, 0, R)$ | $(q_2, 1, R)$ | (q_4, \sqcup, L) |
| q_3 | (q_5, \sqcup, L) | $(q_f, 1, N)$ | (q_t, \sqcup, N) |
| q_4 | $(q_f, 0, N)$ | (q_5, \sqcup, L) | (q_t, \sqcup, N) |
| q_5 | $(q_5, 0, L)$ | $(q_5, 1, L)$ | (q_0, \sqcup, R) |

Zur einfacheren Kennzeichnung der Bewegung des Lese-/Schreibkopfes wurden statt $-1, 0, +1$ die Buchstaben L, N, R verwendet.

Für welche Eingaben über dem Alphabet $\{0, 1\}$ erreicht die Turingmaschine den Zustand q_t ? Erläutern Sie die Bedeutung jedes Zustands informell. Welche Eingaben würde M erkennen, wenn die Übergänge $\delta(q_3, \sqcup)$ und $\delta(q_4, \sqcup)$ nicht angegeben wären?

Aufgabe 13: Gödelisierung Beispiel (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\text{encode} : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\text{encode}(x, y) = \binom{x + y + 1}{2} + x$$

eine bijektive, primitiv rekursive Funktion ist.

Hinweis: Sie dürfen annehmen, dass für $x, y \in \mathbb{N}_0$ die ganzzahlige Division $\text{div}(x, y) := \lfloor \frac{x}{y} \rfloor$ mit $\text{div}(x, 0) := 0$ primitiv rekursiv ist.

Aufgabe 14: Grundfunktionen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede konstante Funktion und jede Projektion turingberechenbar ist. Geben Sie dazu jeweils das Programm einer geeigneten Turingmaschine an. Beschreiben Sie auch kurz die Idee, auf der Ihr Programm basiert. Die Bits in der Binärdarstellung einer Zahl nehmen auf dem Band in ihrer Wertigkeit von links nach rechts ab, d.h. der Bandinhalt $\$110$ entspricht der Dezimalzahl 6.

Aufgabe 15: WHILE-Programme (Präsenzaufgabe)

Betrachten Sie die (eingeschränkte) Programmiersprache **WHILE**. Programme in dieser Programmiersprache gehen aus LOOP-Programmen durch die folgenden beiden Erweiterungen hervor:

1. Zusätzliches Schlüsselwort: **WHILE**
2. **Bedingte Wiederholung**, d.h. falls P ein WHILE-Programm ist und x_i eine beliebige Variable, so ist auch **WHILE** $x_i \neq 0$ **DO** P **END** ein WHILE-Programm.

Beschreiben Sie, was die folgenden WHILE-Programme berechnen.

a) $x_1 := x_2;$
WHILE $x_3 \neq 0$ **DO**
 $x_1 := x_1 + 1;$
 $x_3 := x_3 - 1;$
END;

b) $x_1 := 1;$
WHILE $x_1 \neq 0$ **DO**
 $x_3 := x_2 + 2;$
END;

Entwerfen Sie ein WHILE-Programm, das die μ -rekursive Funktion $\log : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit $\log(x, y) = \lceil \log_x y \rceil$ berechnet. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.