Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt

Online-Algorithmen
Sommersemester 2014
Abgabe: 02.07.2013, 10:15 Uhr

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1

Wir betrachten eine Variante von One-Way-Trading, bei der man am Anfang unbegrenzt viele Euro besitzt, von denen man beliebig viele zum aktuellen Wechselkurs in Dollar tauschen kann. Ziel ist es, am Ende mindestens einen Dollar zu besitzen. Ist die Sequenz vorbei und man besitzt weniger als einen Dollar, dann werden noch so viele Euro zum Kurs m getauscht, bis man insgesamt einen Dollar besitzt. Die Kosten eines Algorithmus entsprechen der Anzahl investierter Euro, d.h. es handelt sich um ein Minimierungsproblem.

Wir nehmen an, dass das Intervall $[m, M]$, aus dem die Wechselkurse stammen, bekannt ist. Geben Sie einen optimalen deterministischen Online-Algorithmus für diese Variante des One-Way-Tradings an.

Aufgabe 11.2

Wir betrachten die Schranken für die kompetitiven Faktoren der Algorithmen EXPO und Threat für den Fall, dass das Intervall $[m, M]$, aus dem die Wechselkurse stammen, bekannt ist. Zeigen Sie, dass die Schranke von Threat asymptotisch um den Faktor $\ln 2$ kleiner ist als die Schranke von EXPO.

Hinweis: Verwenden Sie die Entwicklung $W(x) = \ln x - \ln\ln x + o(1)$ der Lambert-W-Funktion.

Aufgabe 11.3

Bei `BIN COVERING` sind n Objekte mit Gewichten $w_1, \ldots, w_n \in (0, 1)$ und eine unbegrenzte Anzahl an Eimern (*Bins*) gegeben. Ziel ist es, die n Objekte so auf die Eimer zu verteilen, dass in möglichst vielen Eimern Objekte mit Gesamtgewicht mindestens 1 liegen. Formal ausgedrückt suchen wir eine Funktion $f\colon \{1, \ldots, n\} \to \mathbb{N}$, für die $\left|\left\{i \in \mathbb{N} : \sum_{j: f(j)=i} w_j \geq 1\right\}\right|$ maximal ist.

Bei der Online-Variante von `BIN COVERING` muss jedes Objekt i einem Eimer zugeteilt werden, ohne die Anzahl n der Objekte oder die Gewichte der Objekte $i+1, \ldots, n$ zu kennen.

(a) Geben Sie einen strikt 2-kompetitiven Online-Algorithmus an.

(b) Zeigen Sie, dass es für kein $r < 2$ einen strikt r-kompetitiven Online-Algorithmus gibt.