Grundlagen der alg. Geometrie
Wintersemester 2018/2019

**Abgabe: optional in Übungen**
**Besprechung: 5.12.**

Dr. Herman Haverkort
Dr. Anne Driemel
*Institut für Informatik*

# Übungsblatt 7

## Aufgabe 7.1: Gleichmäßiges Teilen von Polygonen (4 Punkte)

In dieser Aufgabe soll das *Polygon Cutting Theorem* bewiesen werden. Es besagt, dass in jedem einfachen Polygon mit $n$ Kanten eine Diagonale gefunden werden kann, die das Polygon in zwei Teile zerlegt, welche beide aus höchstens $\frac{2n}{3}$ vielen Kanten bestehen. Die Diagonale wird dabei nicht als Kante der sich ergebenden Teile mitgezählt.

**a)** Sei $T$ ein Baum mit $n$ Knoten, die alle Grad $\leq 3$ besitzen. Durch das Entfernen einer Kante zerfällt $T$ in zwei Teilbäume. Zeigen Sie, dass es möglich ist, eine Kante aus $T$ zu entfernen, so dass beide entstehenden Teilbäume höchstens $\frac{2n+1}{3}$ viele Knoten enthalten.

**b)** Beweisen Sie das *Polygon Cutting Theorem*. Betrachten Sie dazu eine Triangulation des zu zerlegenden Polygons, den dualen Graphen dieser Triangulation und wenden Sie Aufgabenteil **a)** an.

## Aufgabe 7.2: Eindeutige Triangulationen (4 Punkte)

Zeigen Sie: Zu jeder ganzen Zahl $n \geq 3$ gibt es ein einfaches Polygon in der Ebene mit *genau* $n$ Ecken und einer *eindeutigen* Triangulierung.

## Aufgabe 7.3: Erwartete Laufzeit (4 Punkte)

Der folgende Algorithmus gibt das Maximum einer Menge von Zahlen zurück. Analysieren Sie die Laufzeit

**a)** im schlimmsten Fall, und

**b)** im Erwartungsfall.

```
def ParanoidMaximum(A):
    if |A| == 1 then
        return das einzige element x ∈ A
    else
        Wähle ein zufälliges x aus A;
        x' ←ParanoidMaximum(A \ {x});
        if x ≤ x' then
            return x'
        else
            Jetzt vermuten wir, dass x das Maximum ist, aber um wirklich sicher zu gehen, vergleichen wir
              x mit allen (|A| − 1) anderen Elementen aus A;
            return x;
        end
    end
```