Grundlagen der alg. Geometrie
Wintersemester 2018/2019

Abgabe: optional in Übungen
Besprechung: 24.10.2018

Dr. Herman Haverkort
Dr. Anne Driemel
Institut für Informatik

Übungsblatt 1 1

Aufgabe 1.1: Closest Pair per Divide and Conquer (4 Punkte)

Beschreiben Sie, wie der Abstand eines dichtesten Punktepaares von n Punkten in der Ebene mit dem *Divide and Conquer*-Verfahren in Zeit $O(n \log n)$ bestimmt werden kann

Aufgabe 1.2: Maximale Produktteilfolge (4 Punkte)

Zu der Folge $a_1, a_2, \ldots, a_n$ positiver reeller Zahlen soll eine zusammenhängende Teilfolge $a_j, \ldots, a_k$ gefunden werden, so dass das Produkt $\prod_{i=j}^{k} a_i$ maximal wird.

a) Modifizieren Sie den Algorithmus zur Bestimmung der maximalen Teilsumme derart, dass er das Problem des maximalen Teilproduktes löst.

b) Beschreiben Sie, wie durch eine geeignete Transformation der Eingabedaten das Problem des maximalen Teilprodukts auf das Problem der maximalen Teilsumme zurückgeführt werden kann. Geben Sie hierfür geeignete Abbildungen f und g an, so dass sich das maximale Teilprodukt der Folge $a_1, a_2, \ldots, a_n$ mit dem folgenden Verfahren bestimmen lässt:

- M wird als maximale Teilsumme der Folge $f(a_1), \ldots, f(a_n)$ berechnet.
- Es erfolgt die Ausgabe von $g(M)$.

Aufgabe 1.3: Dominierende Liniensegmente (4 Punkte)

Gegeben seien n horizontale und disjunkte Liniensegmente, wobei die x-Werte aller Endpunkte paarweise verschieden sind. Zu jedem Liniensegment s werden diejenigen Liniensegmente gesucht, welche direkt unterhalb von s liegen, d. h. eine vertikale Gerade schneidet die beiden Liniensegmente aber kein anderes dazwischen.

Formulieren Sie einen $O(n \log n)$ *Sweep-Algorithmus*, der zu jedem Liniensegment s alle anderen berichtet, die von s in dem beschriebenen Sinne dominiert werden, begründen Sie, warum Ihr Algorithmus die gegebene Laufzeit hat und zeigen Sie, dass die Laufzeit optimal ist.

Aufgabe 1.4: Untere Schranken (4 Punkte)

Gegeben seien n relle Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ und ein $\varepsilon > 0$. Gefragt ist, ob es Indizes $i \neq j$ gibt, so dass $|x_i - x_j| < |i - j|\varepsilon$ gilt. Geben Sie eine möglichst gute, untere Laufzeitschranke für dieses Problem in Abhängigkeit von n an.