Logik und diskrete Strukturen
Wintersemester 2017/18

Abgabe: 19.12.17 - 10:15
Besprechung: 15.01.2018 - 19.01.2018

Prof. Dr. Rolf Klein
Barbara Schwarzwald
Institut für Informatik

Übungszettel 10

Aufgabe 10.1: Abzählbarkeit (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Menge $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ überabzählbar ist.

Aufgabe 10.2: Binomischer Lehrsatz (4 Punkte)

a) Zeigen Sie mittels vollst. Induktion, dass $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ für alle $x, y, n \in \mathbb{N}$ gilt.

b) Zeigen Sie mittels vollst. Induktion, dass $\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Hinweis: Verwenden Sie die aus der Vorlesung bekannten Ergebnisse

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n \text{ und } \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

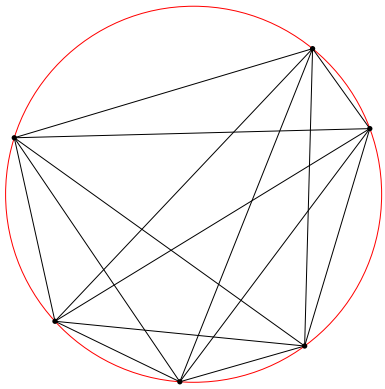
Aufgabe 10.3: Kombinatorik (4 Punkte)

Auf einem Kreis liegen n Punkte. Jeder der Punkte ist mit jedem anderen mit einer Kante verbunden. Die Punkte liegen derart, dass sich von den Kanten nicht mehr als zwei im selben Punkt innerhalb des Kreises schneiden.

a) Wie viele Kanten gibt es?

b) Wie viele Schnittpunkte von Kanten gibt es im Inneren des Kreises?

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie viele der n Punkte für genau einen Schnittpunkt im Inneren verantwortlich sind.



Bsp. für $n = 6$

Aufgabe 10.4: Wahrscheinlichkeiten (4 Punkte)

Betrachten Sie das klassische Poker-Spiel *(Five Card Draw)* mit 52 Karten, bei dem jedem Spieler 5 Karten ausgeteilt werden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) ein Spieler nach dem Austeilen einen Vierling hat?

b) ein Spieler nach dem Austeilen einen Flush (5 Karten einer Spielfarbe) hat?