

| |
|---|
| <p>Methoden der Offline-Bewegungsplanung, WS 2013/2014 Aufgabenblatt 1 Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I</p> |
|---|

Die Lösungen können bis 23. Oktober 2013, 12:15 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang im kleinen Raum auf der linken Seite). Bei jeder Aufgabe sind 4 Punkte erzielbar. Abgabe in festen Gruppen von 2 Personen ist erlaubt.

1 Sweep-Algorithmus

Gib einen Sweep-Algorithmus an, der folgendes Problem in Laufzeit $O(n \log n)$ löst, und beweise die Korrektheit dieses Algorithmus.

Gegeben ist eine Menge S von n Punkten mit paarweise verschiedenen x -Koordinaten in der Ebene. Diese Punkte sind in einem in einem unsortierten Array gegeben. Gesucht sind zwei Punkte p und q aus S , für die die Gerade durch p und q maximale Steigung besitzt.

Tipp: Betrachte zunächst eine 3-elementige Punktmenge. Müssen alle Punktepaare dieser Menge als Kandidaten für die maximale Steigung inspiziert werden?

2 Dynamische Schlüssel

Bei der Berechnung des Sichtbarkeitsgraphen einer Menge sich nicht kreuzender Liniensegmente wird eine Routine benötigt, die im folgenden genauer analysiert werden soll.

Diese Routine verwendet einen rotierenden Strahl S_θ . Dieser Strahl hat seinen Ursprungspunkt in $p = (0, 0)$ und rotiert für $0 \leq \theta \leq \pi$ gegen den Uhrzeigersinn von Süd nach Nord. Während dieser Rotation wird Buch geführt über die von diesem Strahl geschnittenen Liniensegmente und deren Reihenfolge. Dazu werden diese Segmente in einem dynamischen Suchbaum gespeichert. Der dafür verwendete *Schlüssel* entspricht bei jedem Liniensegment l dem Abstand zwischen p und dem Schnittpunkt des Strahls mit l . Der Wert des Schlüssels hängt also von dem aktuellen Winkel θ des Strahls ab.

Die Situation ist in Abbildung 1 dargestellt.

- (i) Sei l ein Liniensegment mit den Endpunkten l_1 und l_2 , welches in der Geraden $g : x \mapsto mx + n$ enthalten ist. Wie kann der Winkelbereich von θ bestimmt werden, in dem es einen Schnitt von S_θ mit l gibt?
- (ii) Bestimme innerhalb dieses Winkelbereichs den Wert des Schlüssels in Abhängigkeit von θ . Gesucht ist also eine Formel, die nur von m, n und θ abhängt und den Abstand von $p = (0, 0)$ zu dem Schnittpunkt von S_θ mit g angibt. Zur Vereinfachung darf $\theta \neq 0$ und $\theta \neq \pi$ vorausgesetzt werden.

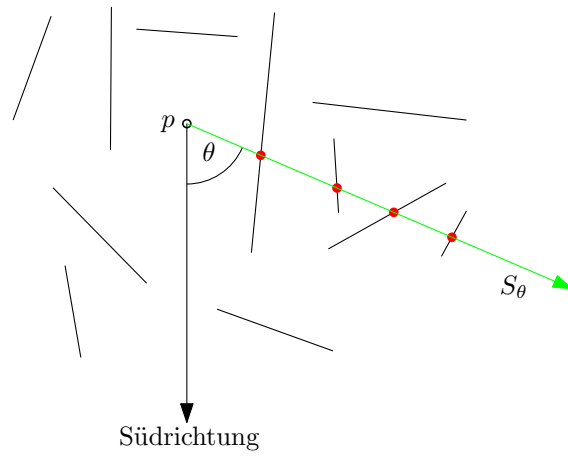


Abbildung 1: Der Strahl S_θ rotiert von Süd nach Nord.

Tipp: Trigonometrische Funktionen.