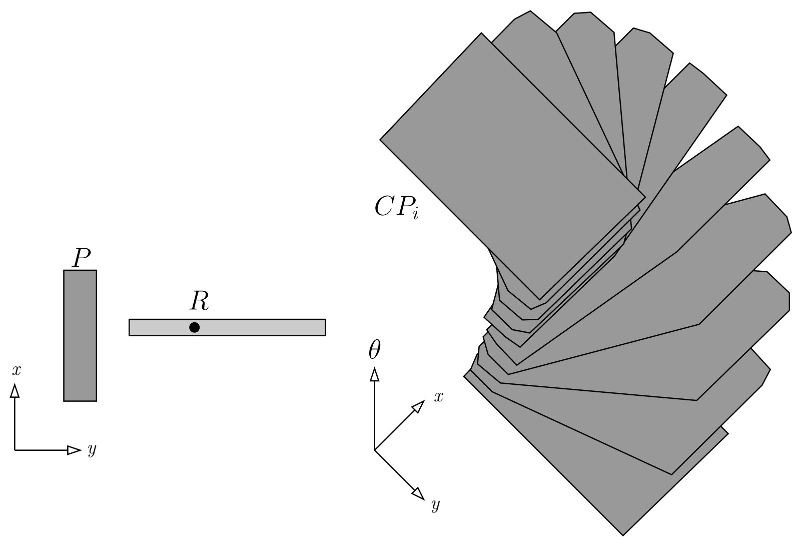
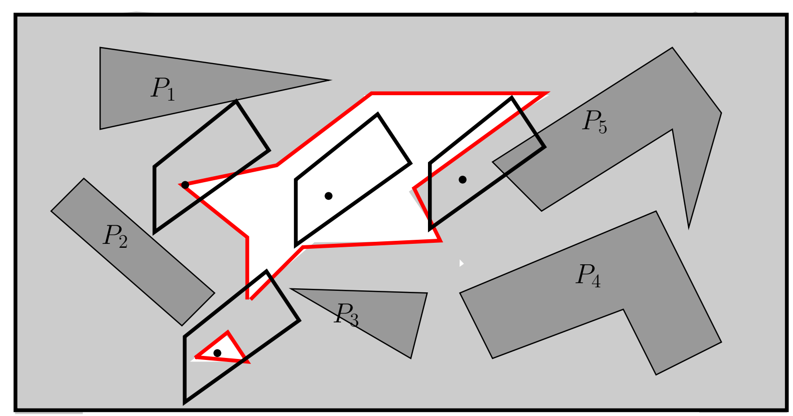
Offline Bewegungsplanung: Allgemeine Systeme/Fertigungsroboter

Elmar Langetepe
University of Bonn

Bahnplanungsprobleme

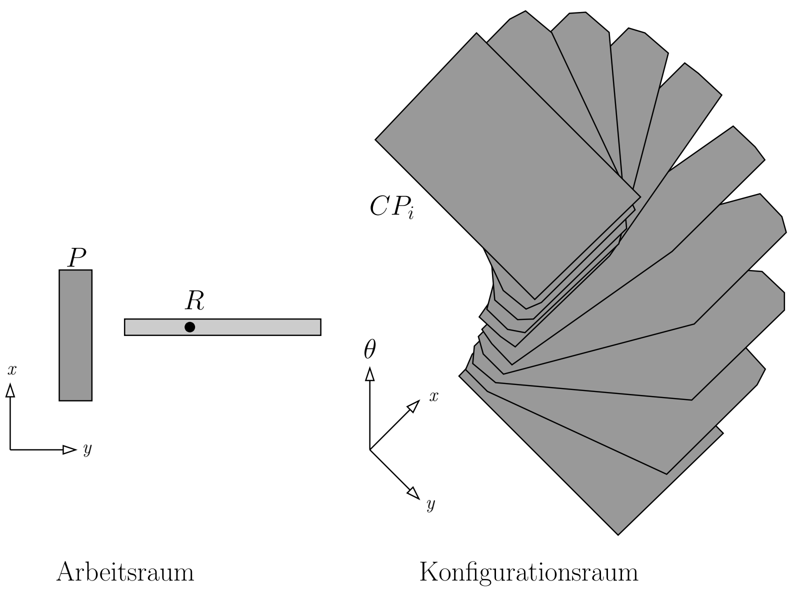


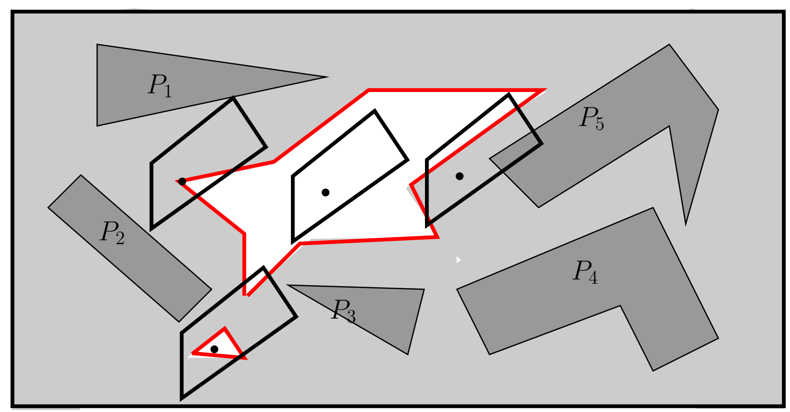
Arbeitsraum Konfigurationsraum



Bahnplanungsprobleme

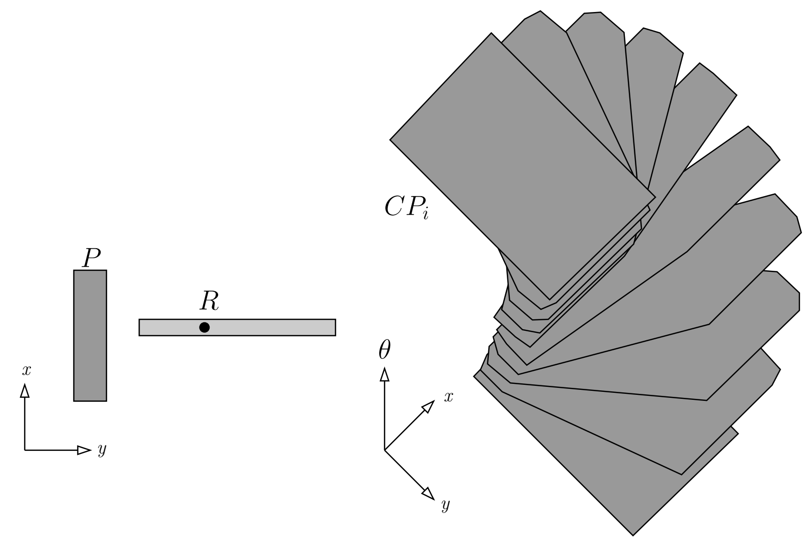
- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}



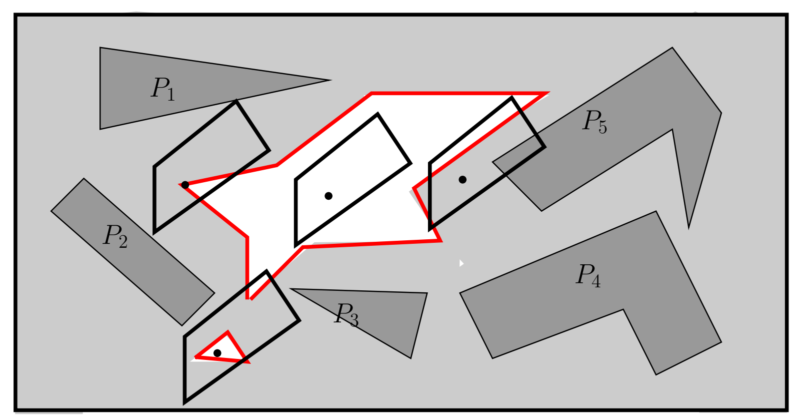


Bahnplanungsprobleme

- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter

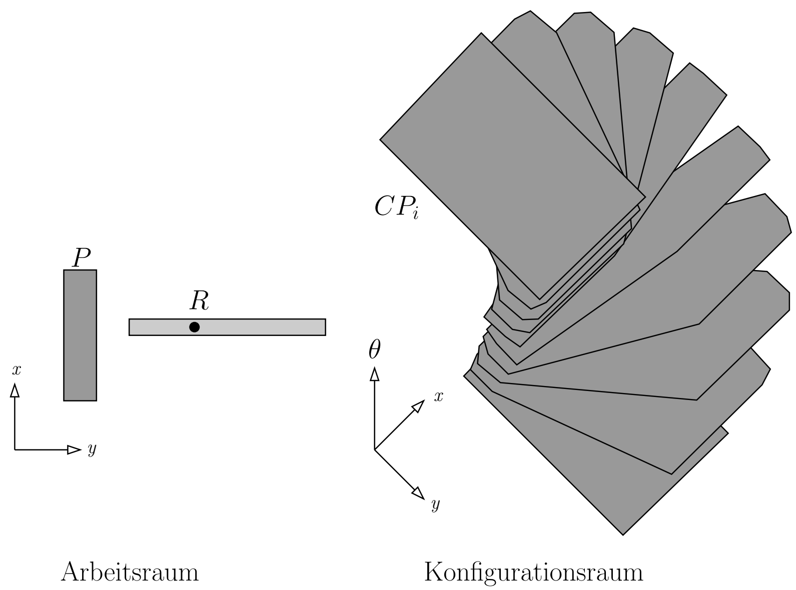


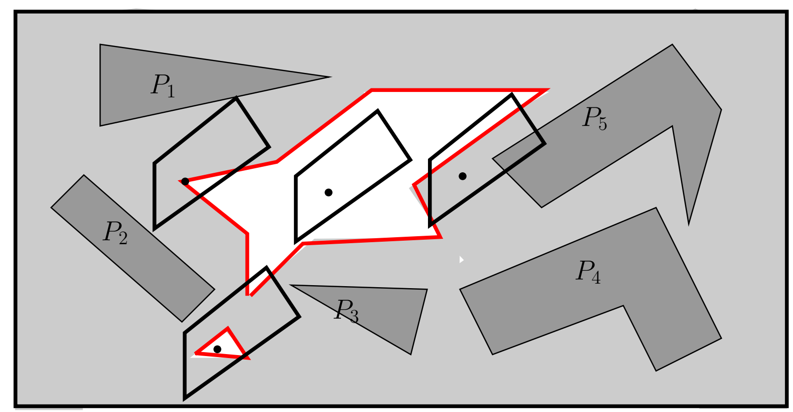
Arbeitsraum Konfigurationsraum



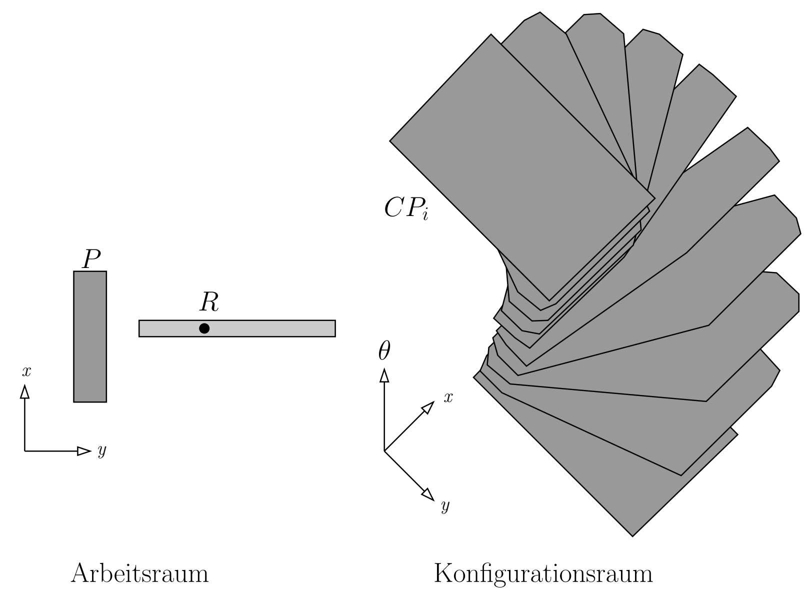
Bahnplanungsprobleme

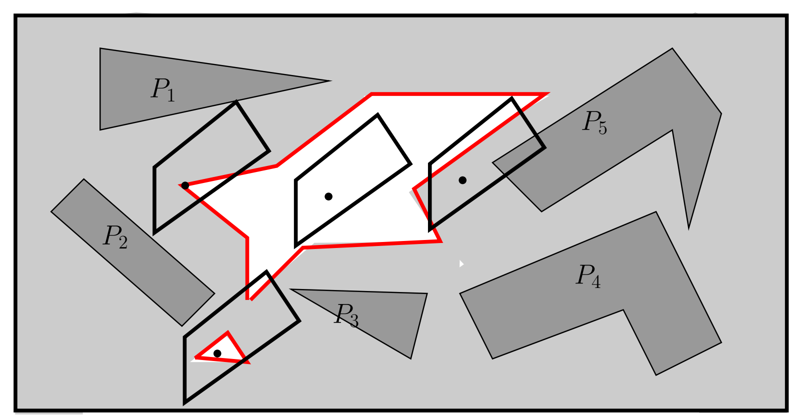
- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter
- Beispiel: Rotation/Translation konvexer Roboter





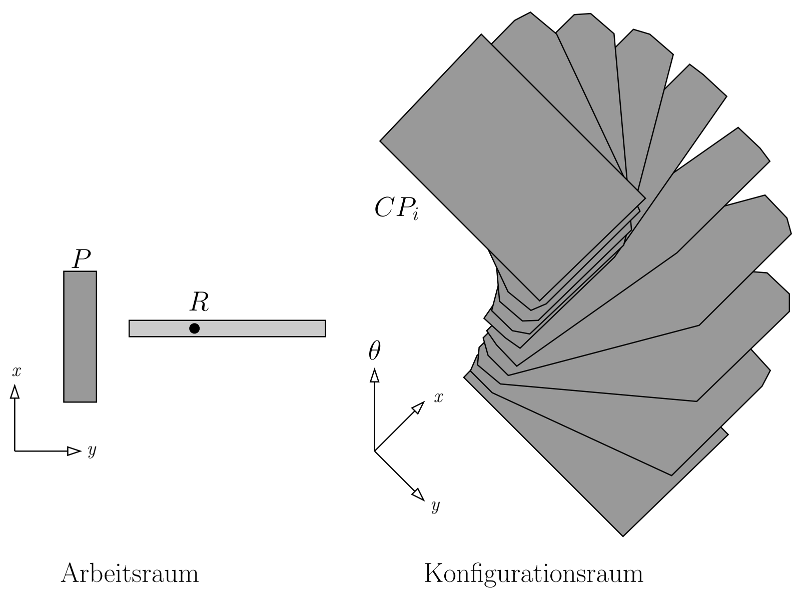
Bahnplanungsprobleme

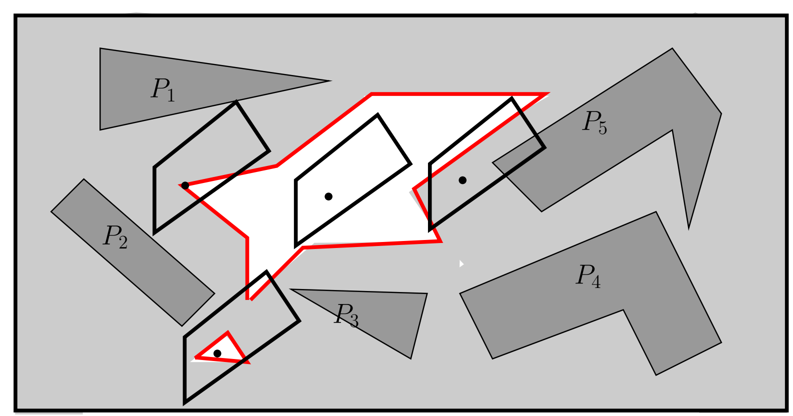




Bahnplanungsprobleme

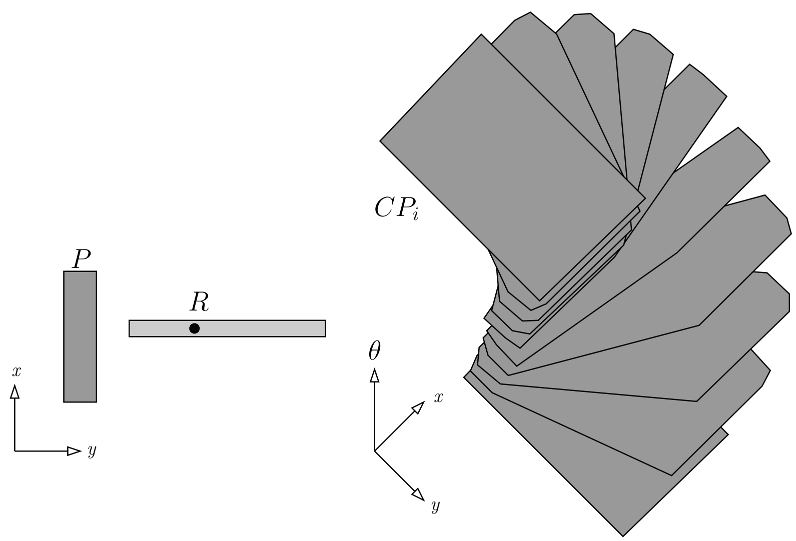
- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung



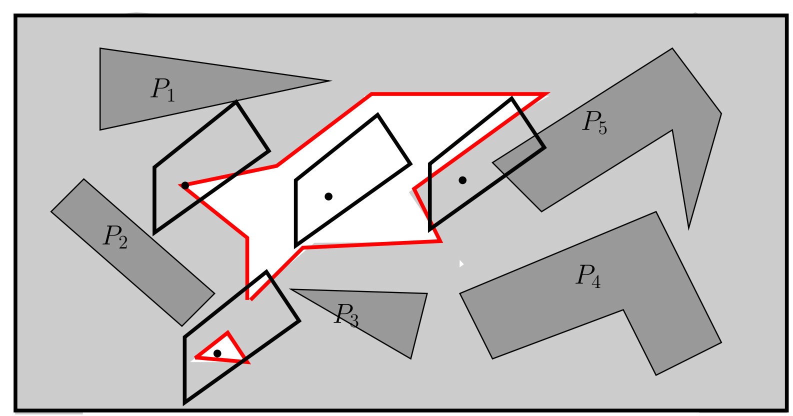


Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer

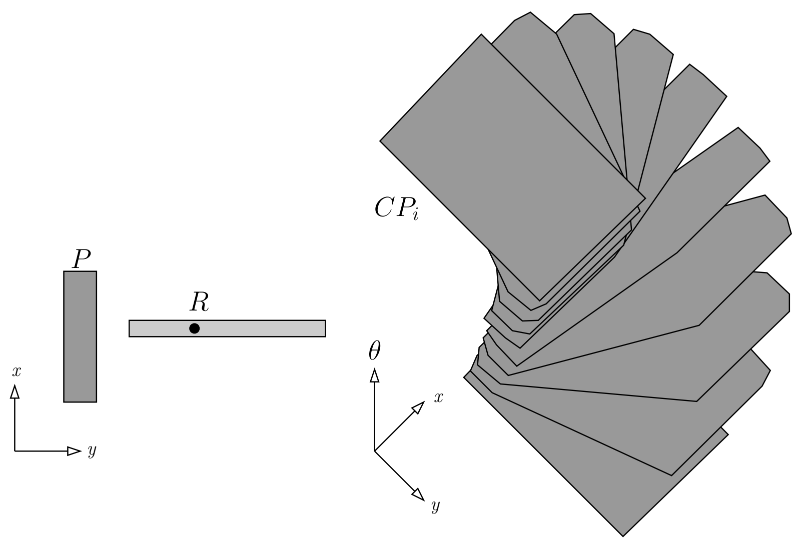


Arbeitsraum Konfigurationsraum

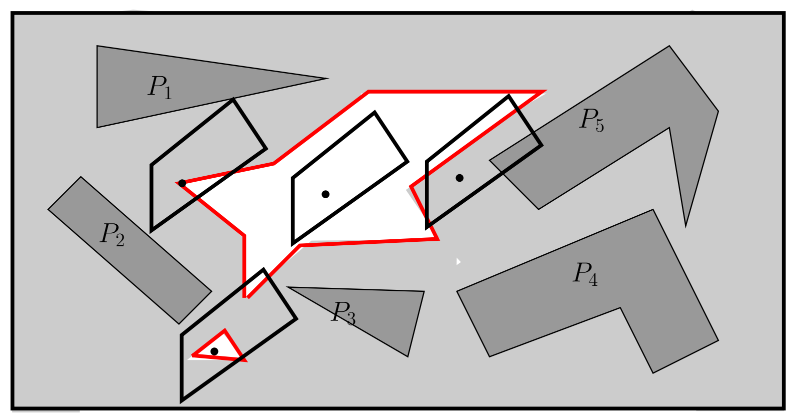


Bahnplanungsprobleme

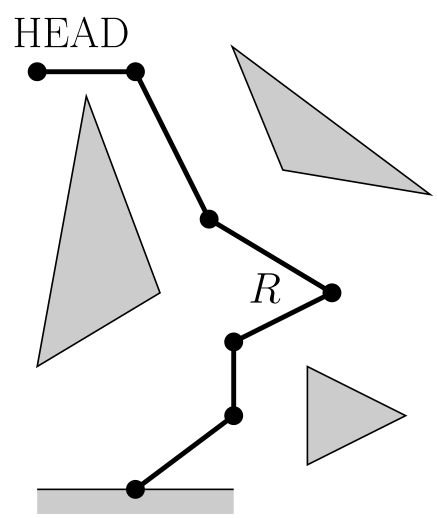
- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer
- Entscheidbarkeit? Lösung berechenbar?



Arbeitsraum Konfigurationsraum

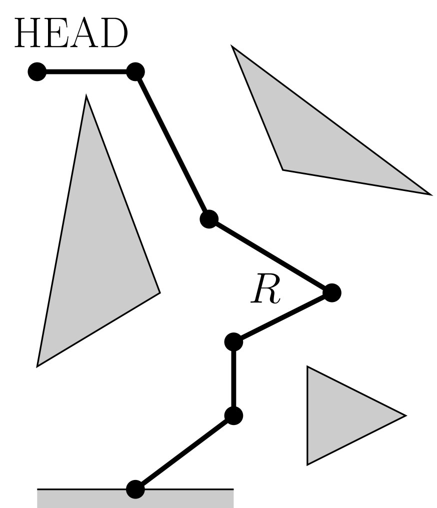


Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!



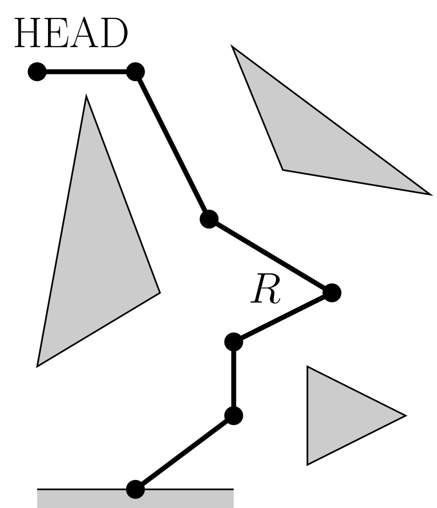
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene



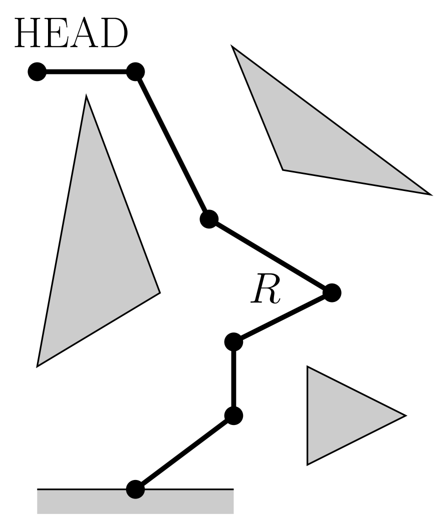
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten



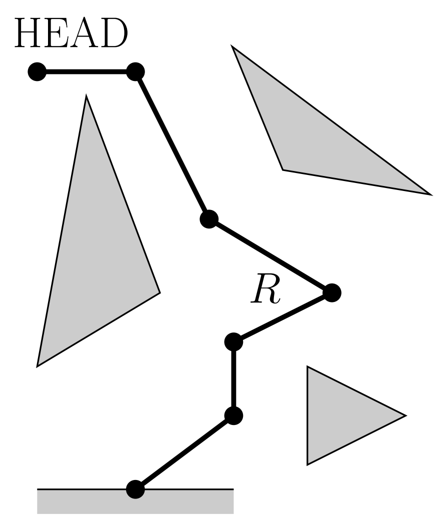
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?



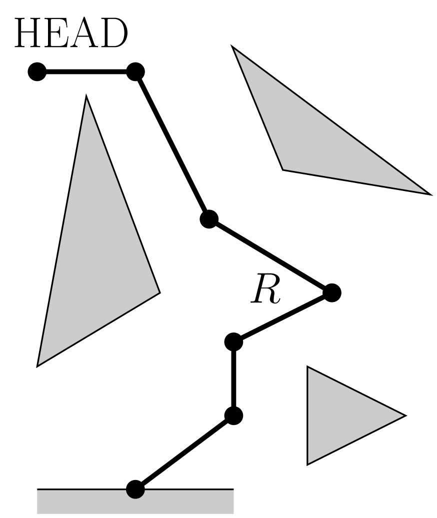
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration



Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration
- Entscheidungsproblem lösen!



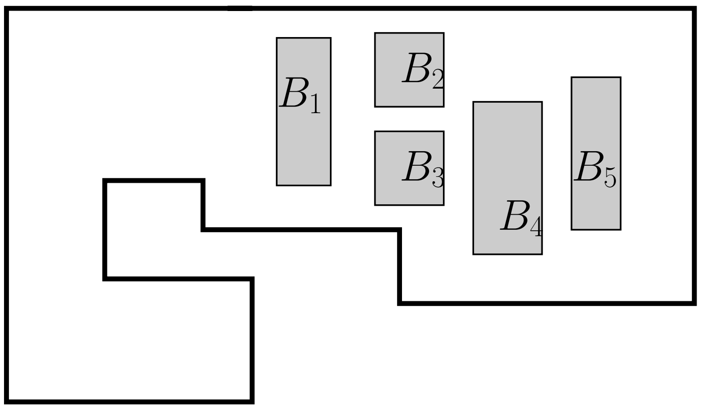
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen

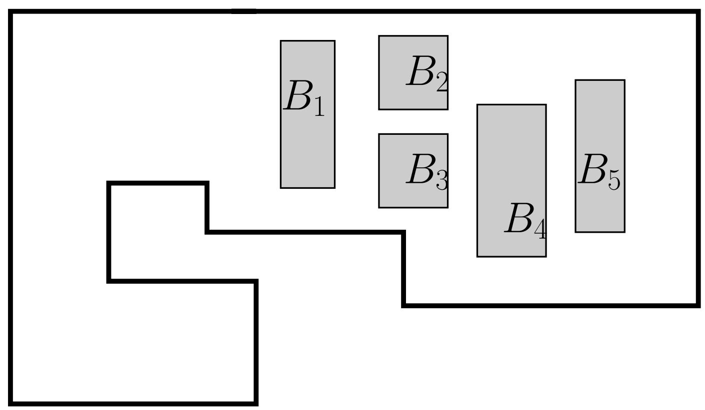
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition



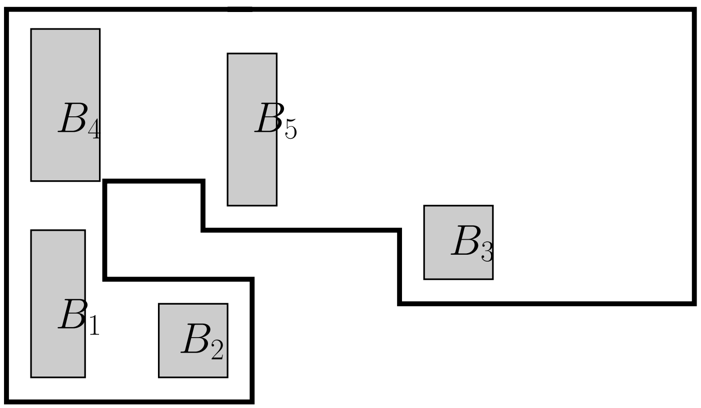
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



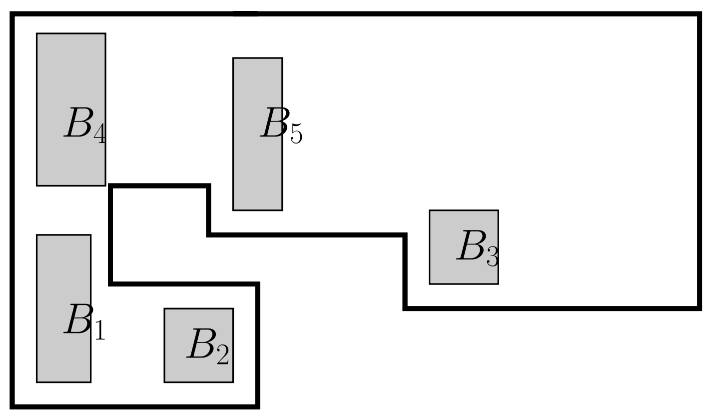
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



Verschieben von Boxen ist NP-hard

Theorem 3.1: Roboter R sei gegeben durch eine Menge von m unterschiedlich großen, achsenparallelen Rechtecken R_i, die nicht miteinander verbunden sind. Die Umgebung sei ein einfaches Polygon P mit achsenparallelen Kanten. Start– und Zielposition s und t seien halbfreie Positionen der R_i in P. Zu entscheiden, ob es in diesem Modell eine kollisionsfreie Bewegung von s nach t gibt, ist NP-schwer.



Reduktion von Partition!

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79

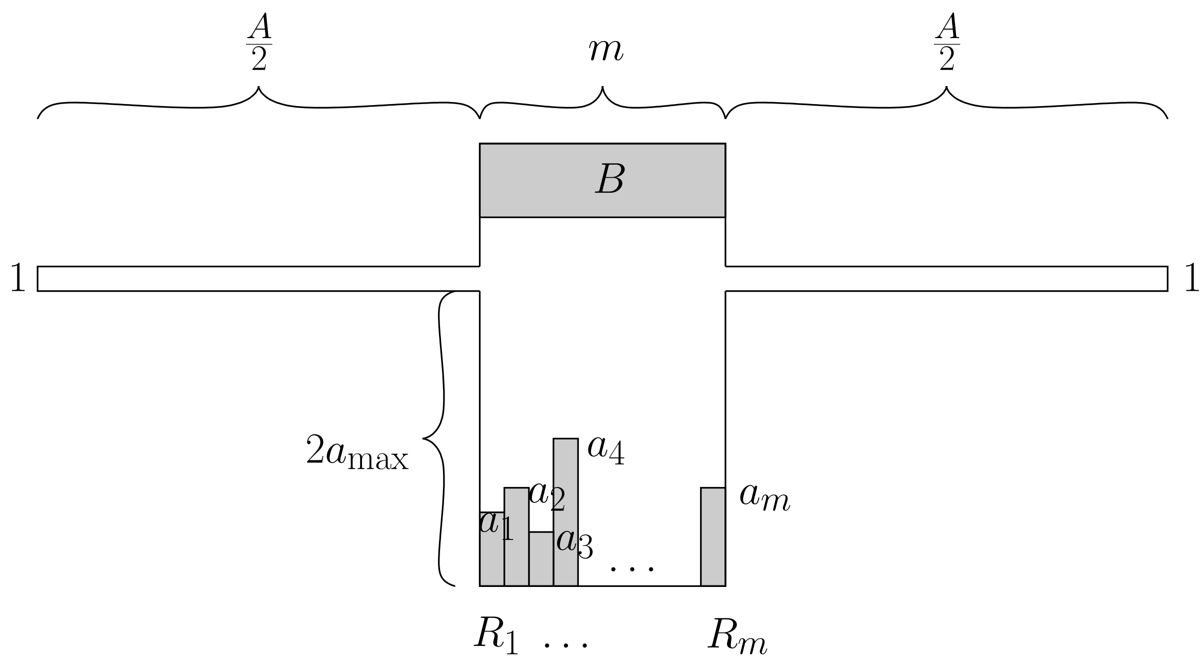
Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer

Reduktion von Partition!

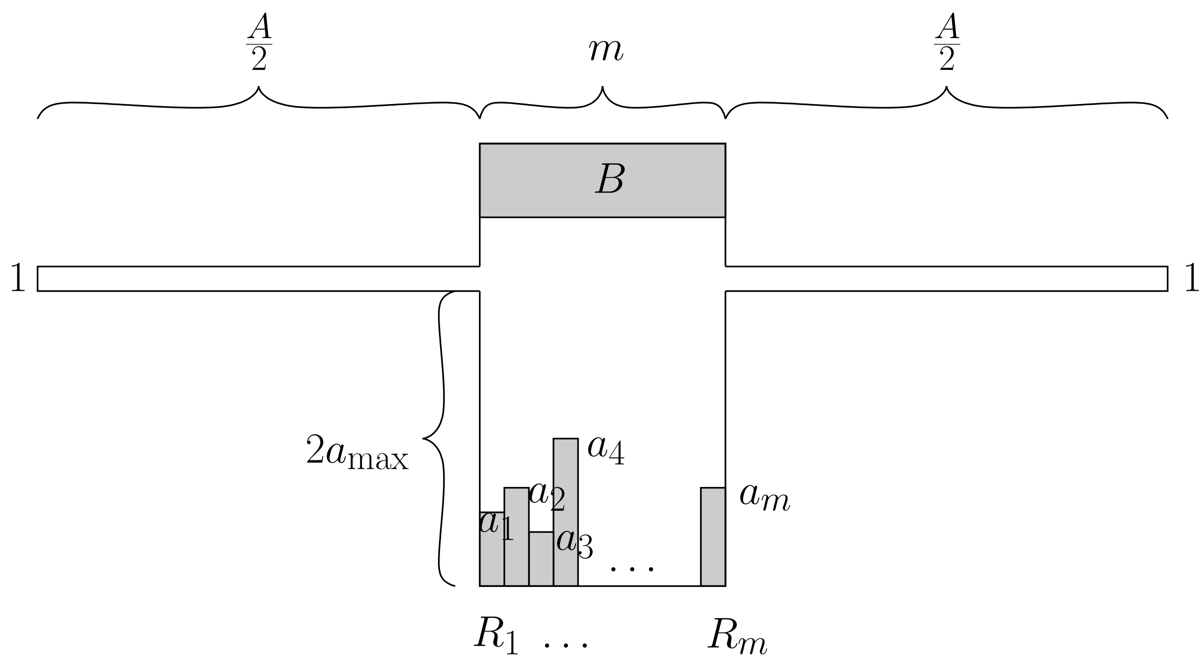
- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer
- Übersetze Partition in Box-Planungsproblem

Konstruktion einer Szene



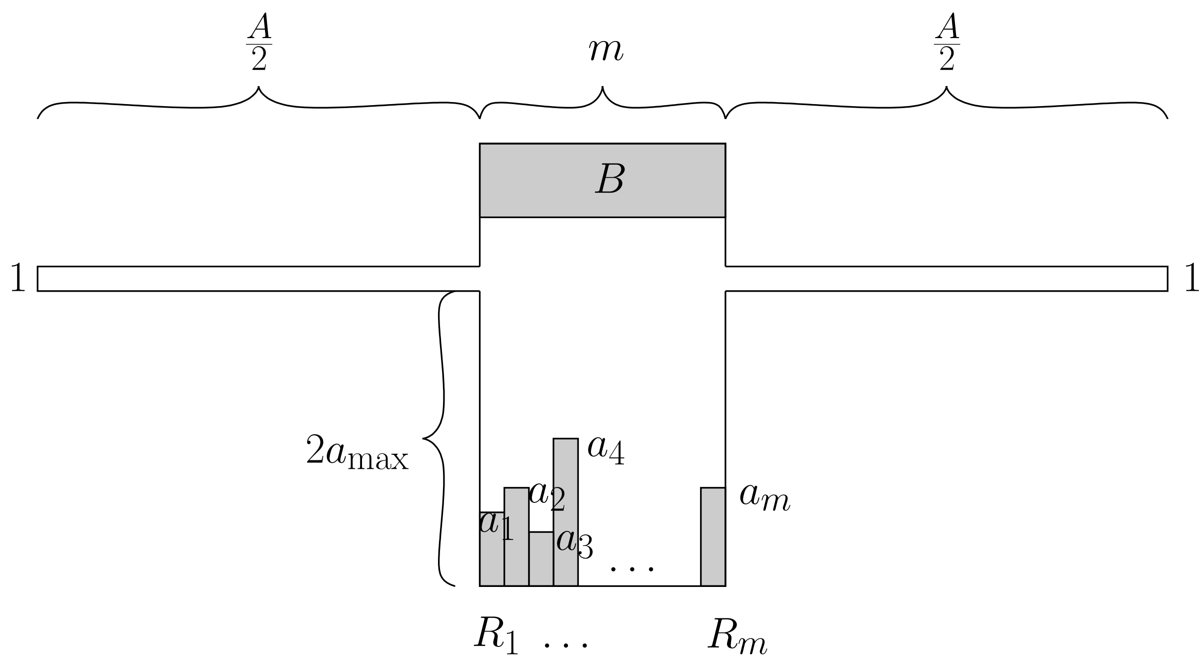
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$,



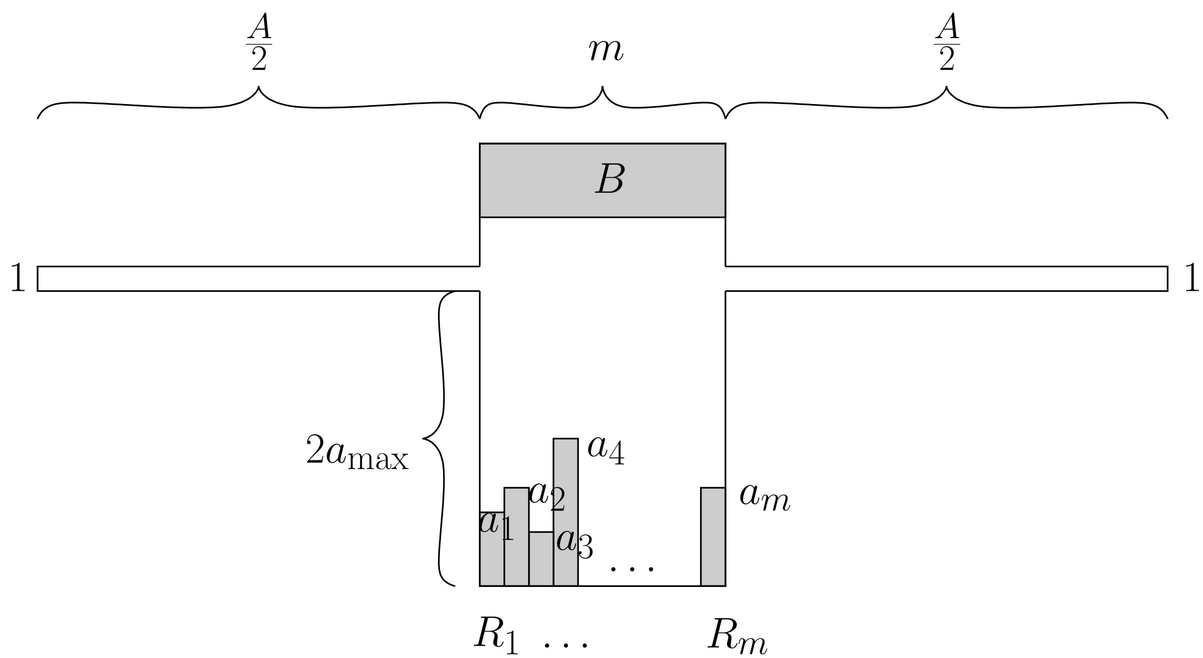
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.



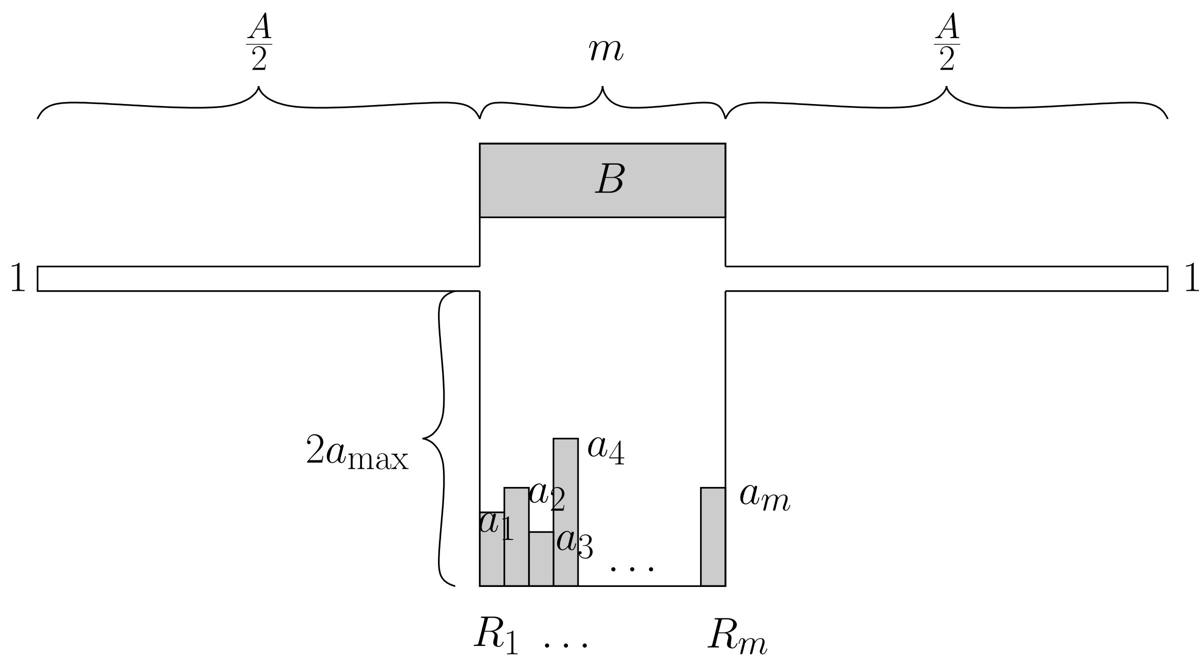
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \le i \le m} a_i$.
- *Halle*: Breite m,



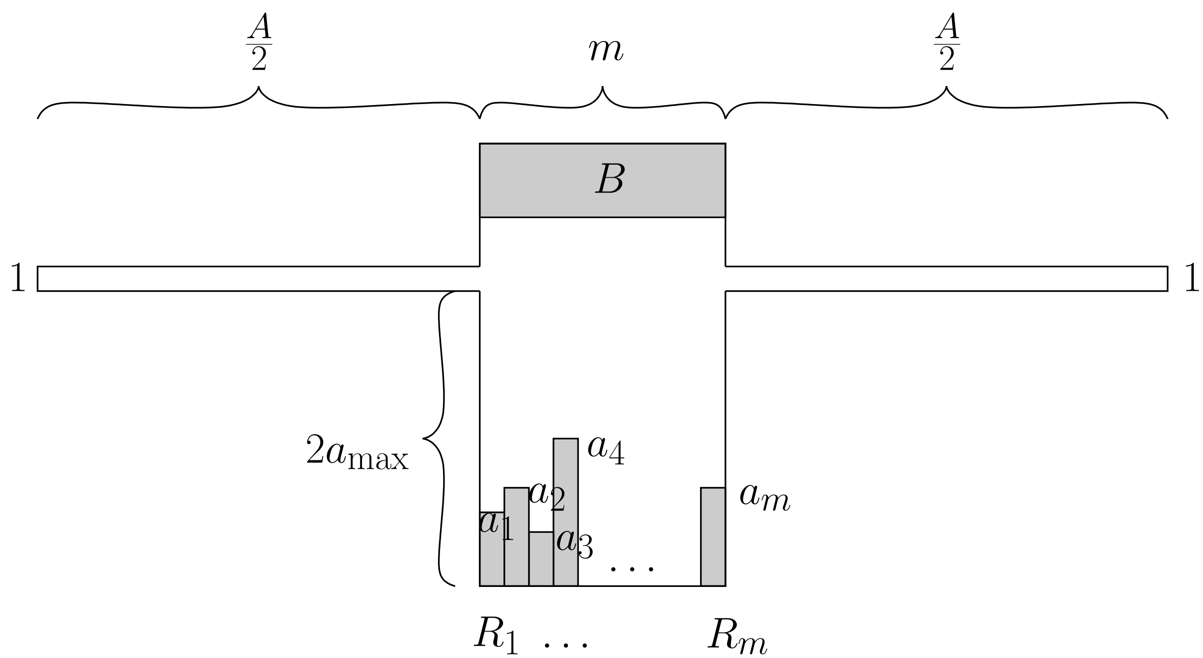
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$



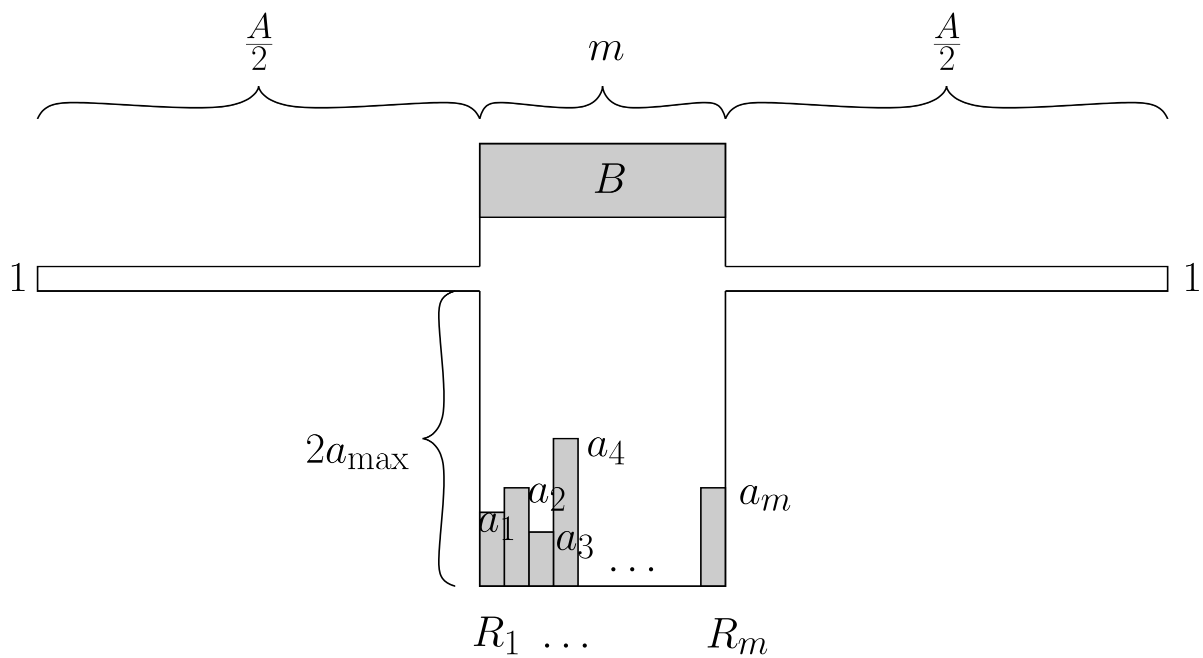
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden



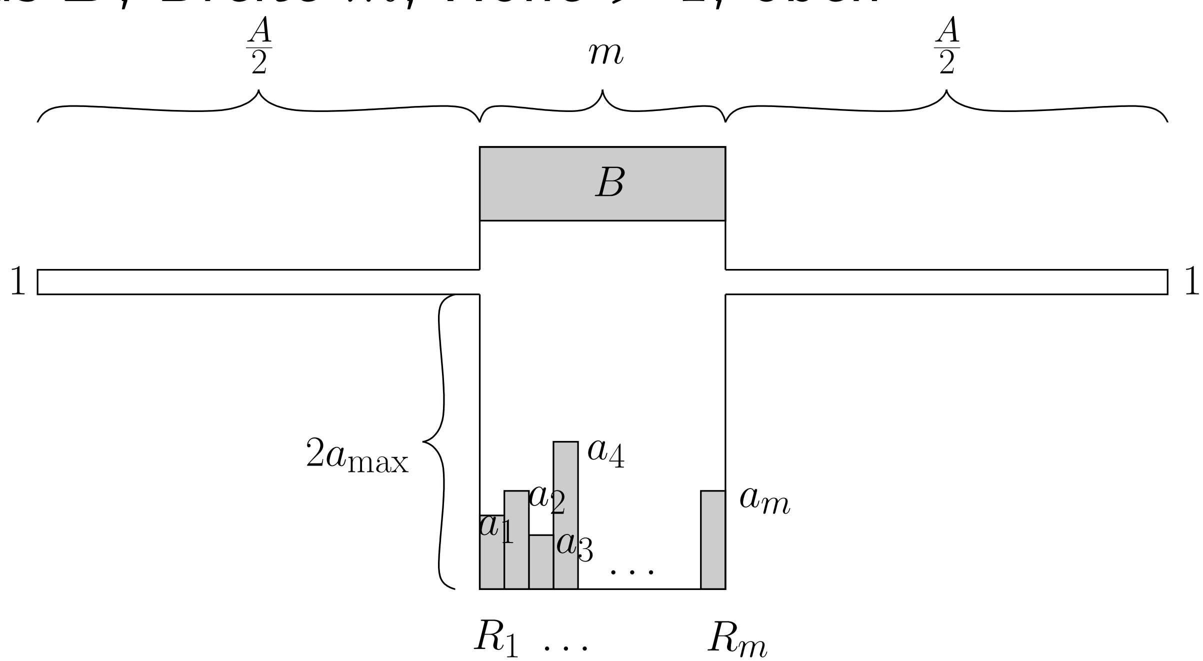
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \le i \le m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden
- R: R_i,

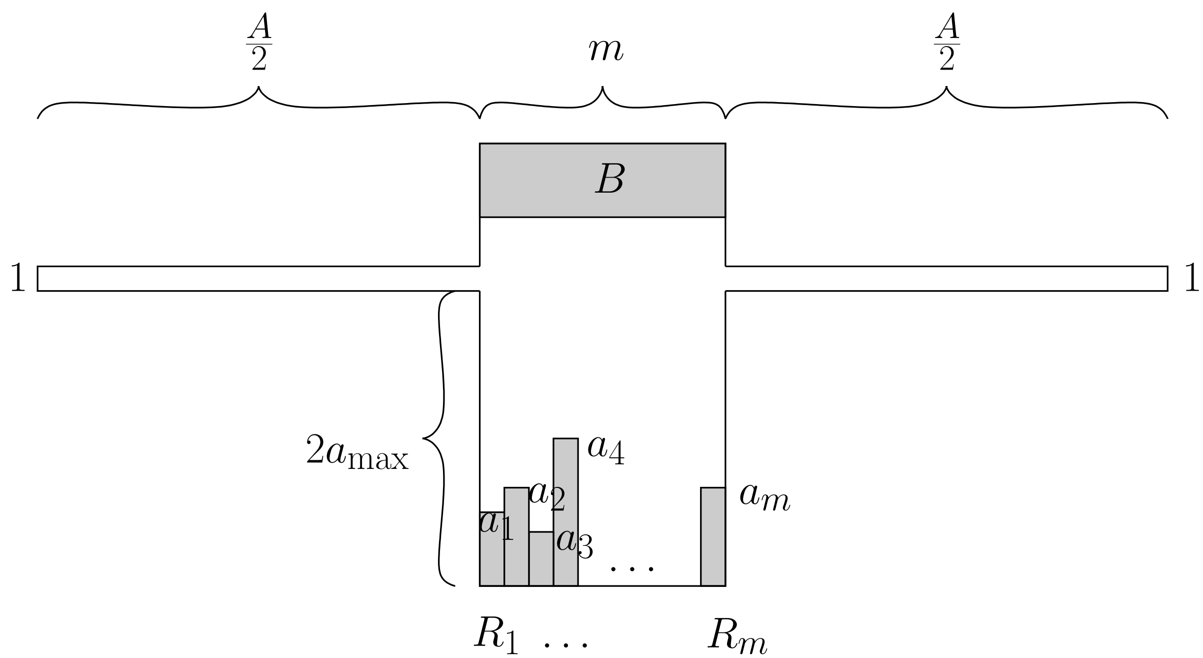


Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden
- R: R_i, plus B, Breite m, Höhe > 1, oben

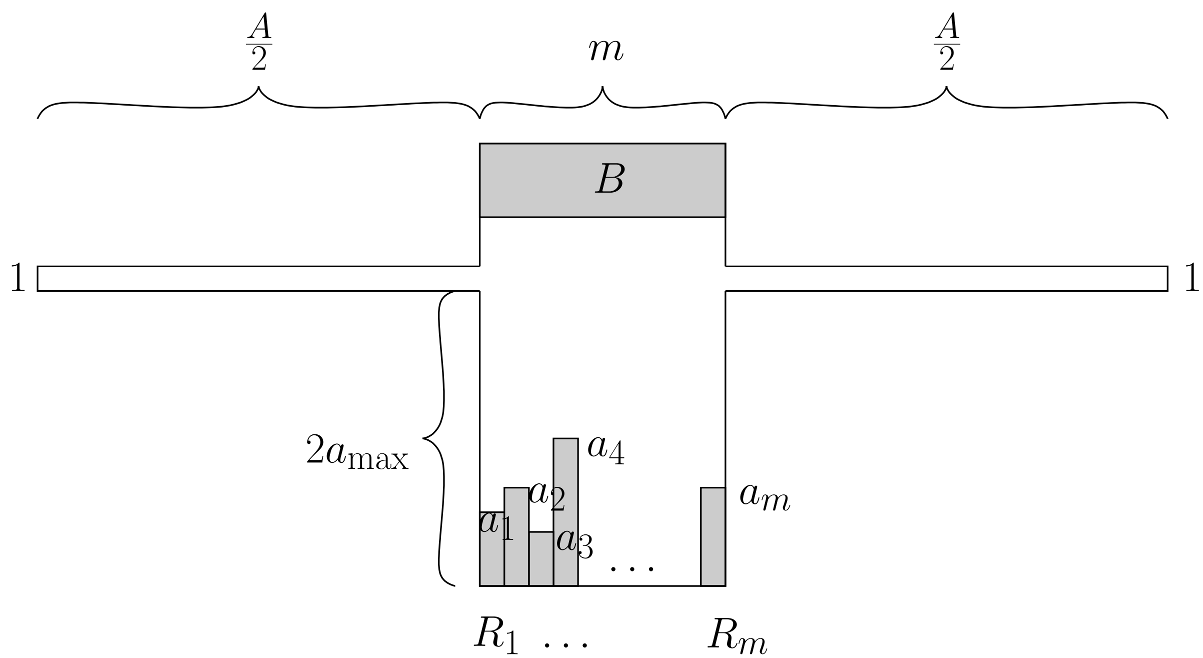


Konstruktion einer Szene



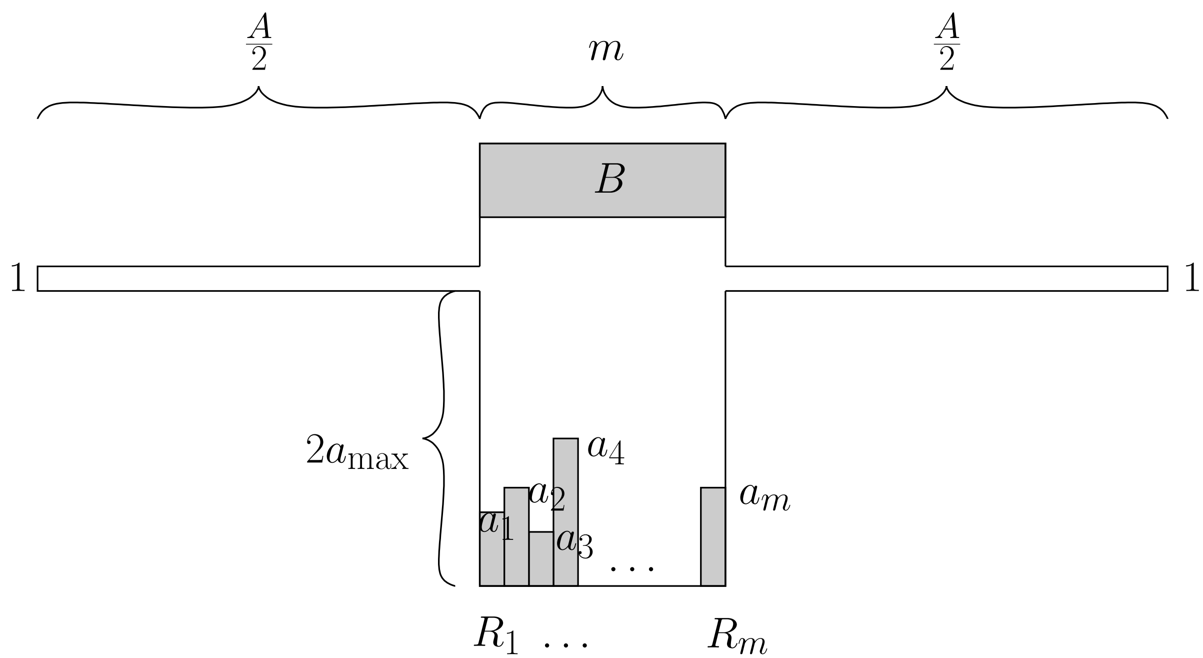
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben



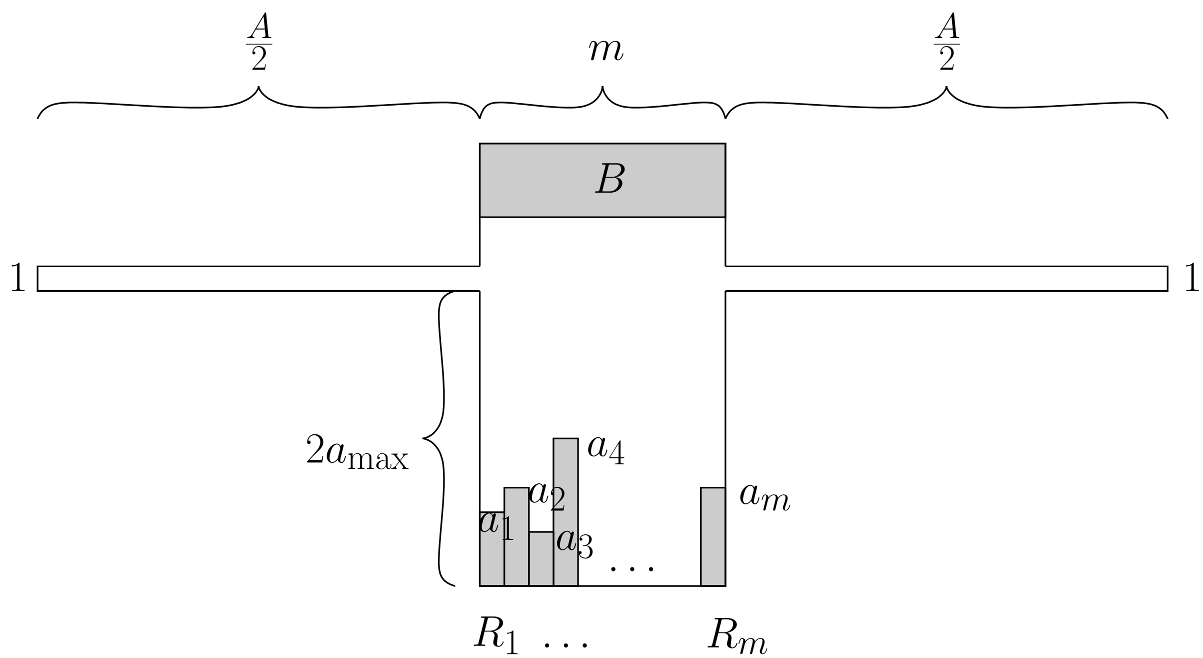
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme



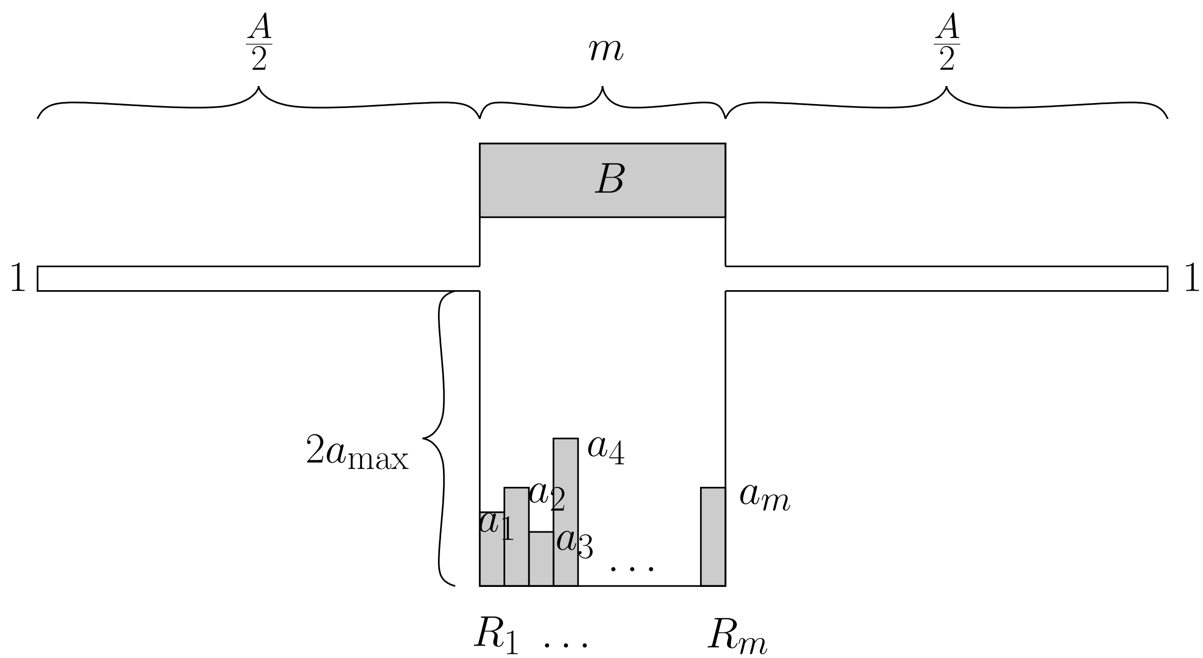
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten A/2

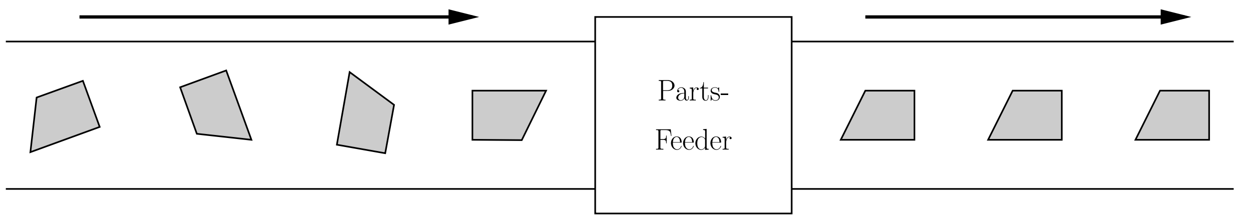


Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten A/2
- Partition von $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$

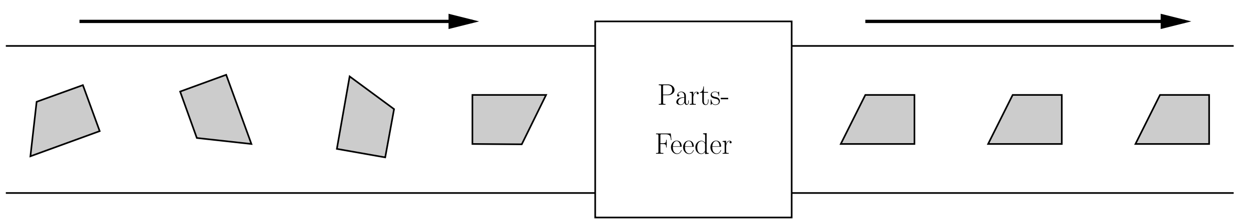


Orientierung polygonaler Werkstücke



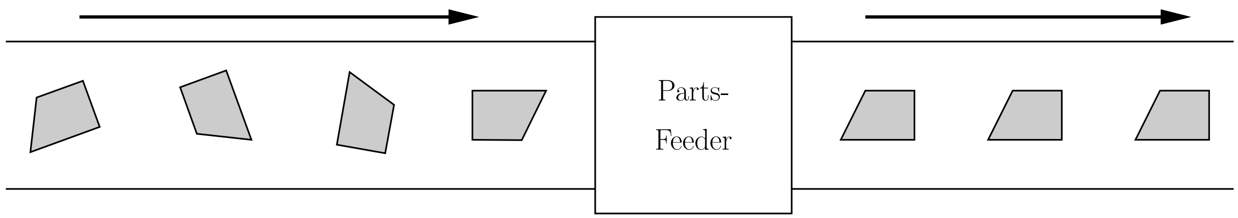
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen



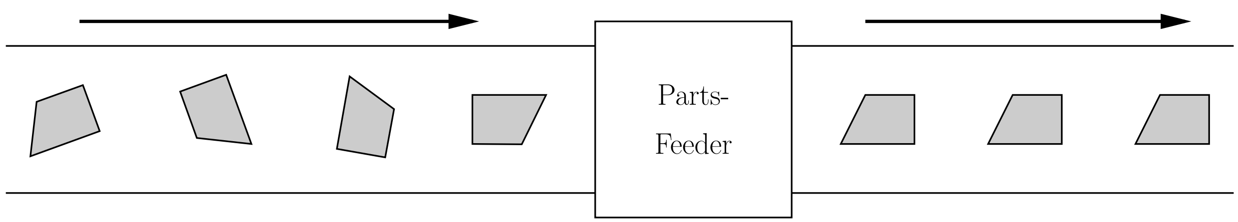
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke



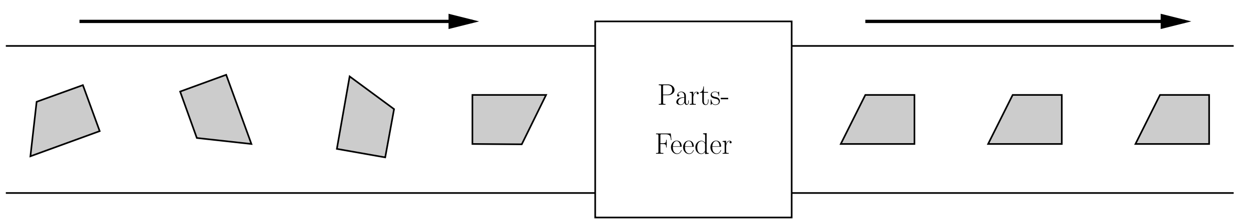
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box



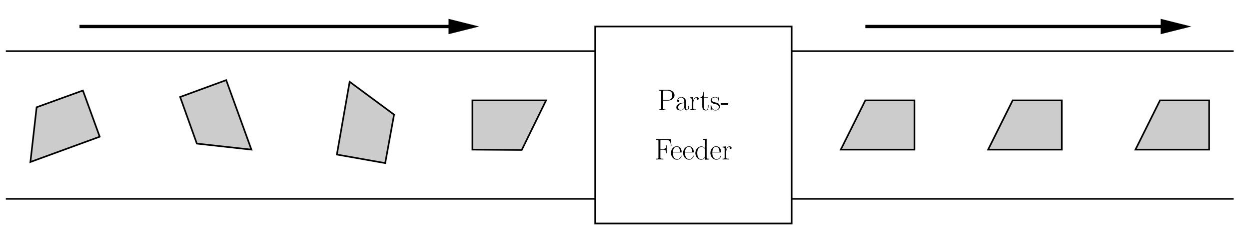
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel



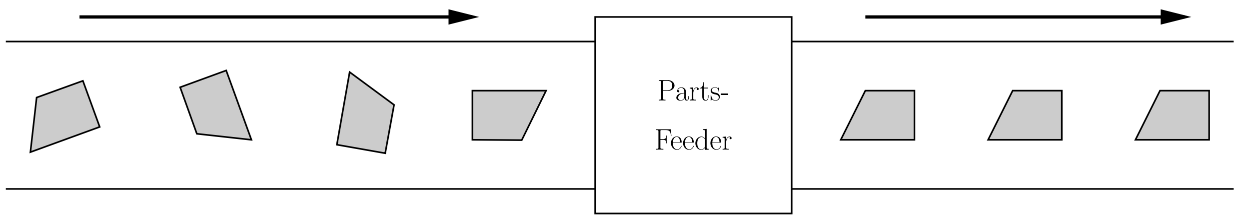
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik

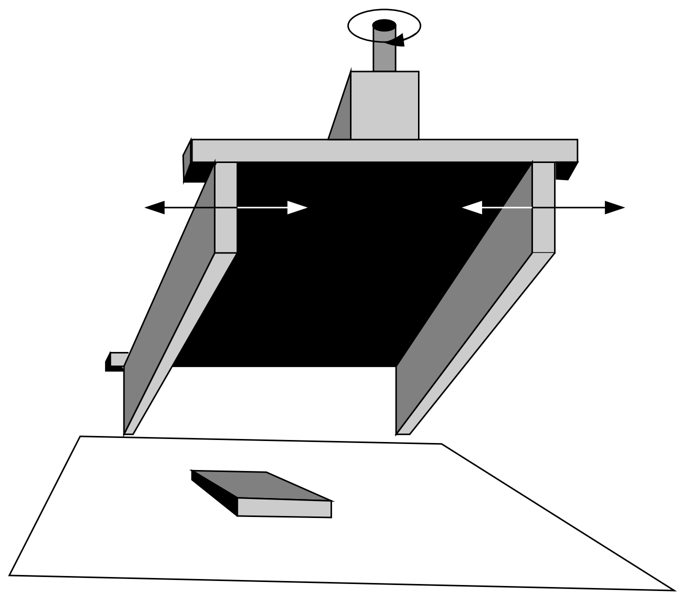


Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik
- Software

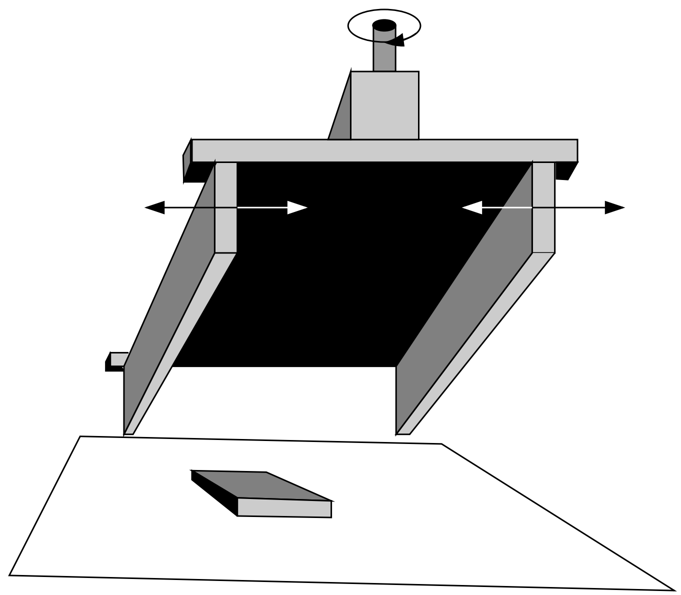


Hardware: Parallel Jaw-Gripper



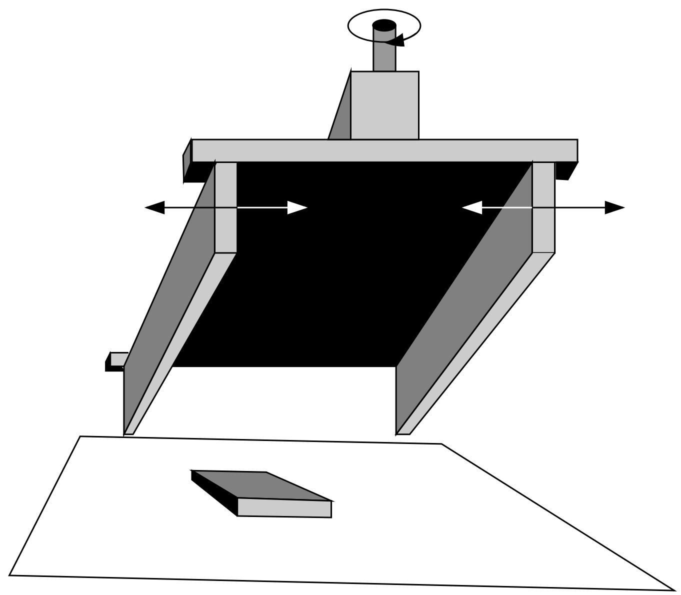
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers



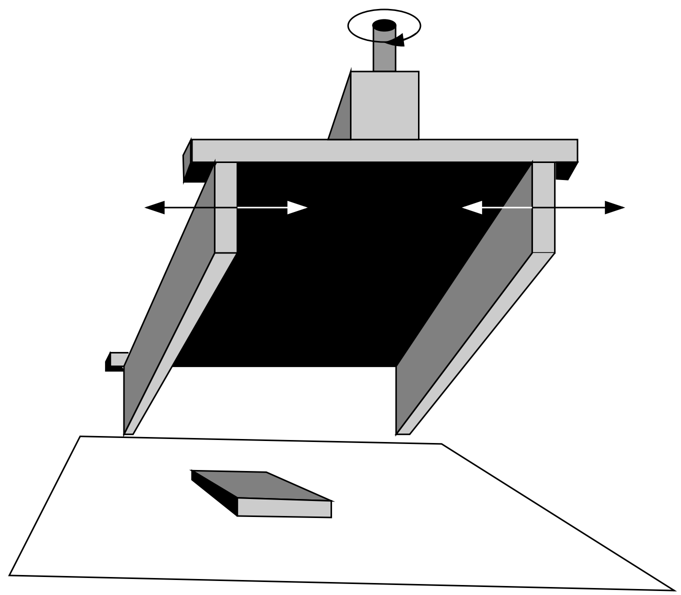
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen



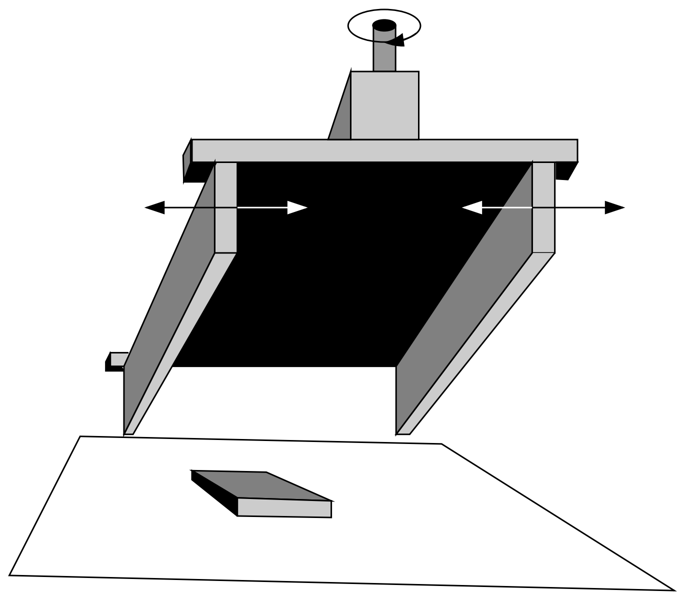
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen



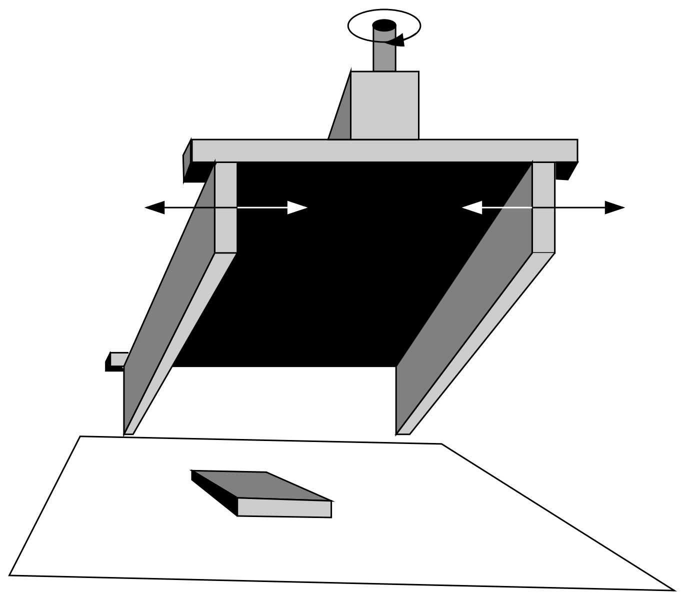
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes



Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes
- Plan von Aktionen berechnen



Geometrisches Modell

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen

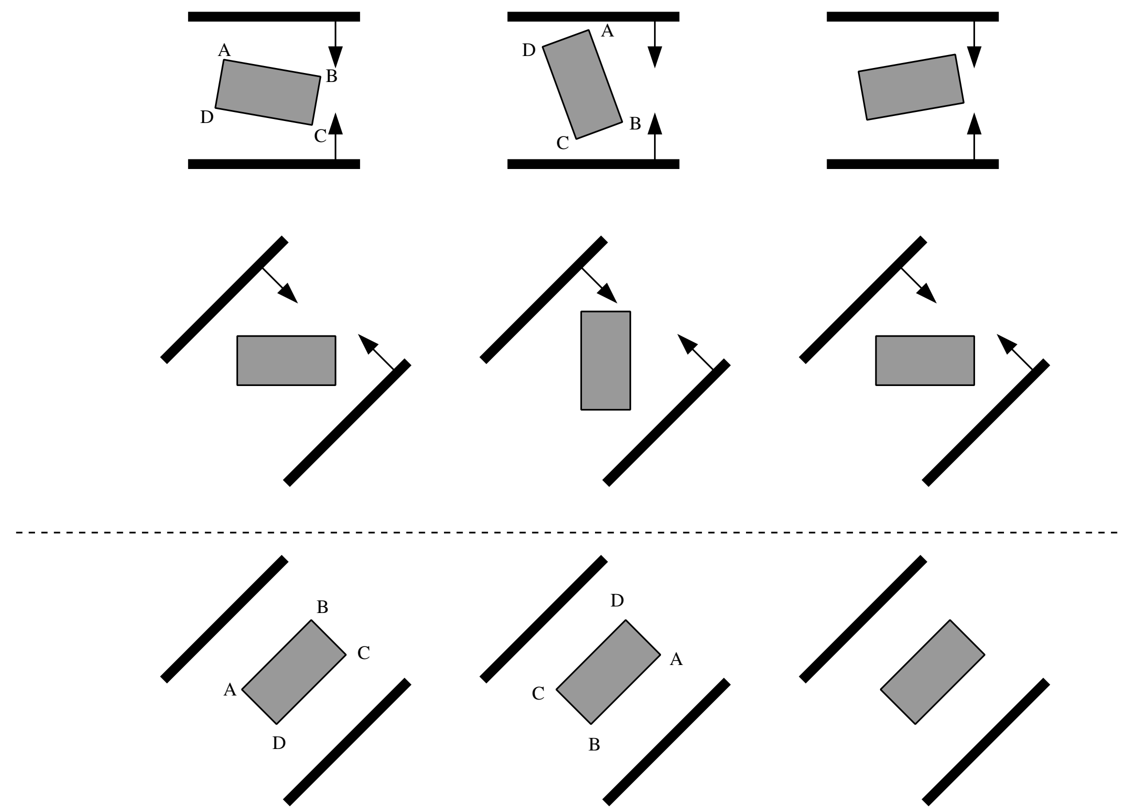
Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie

Geometrisches Modell

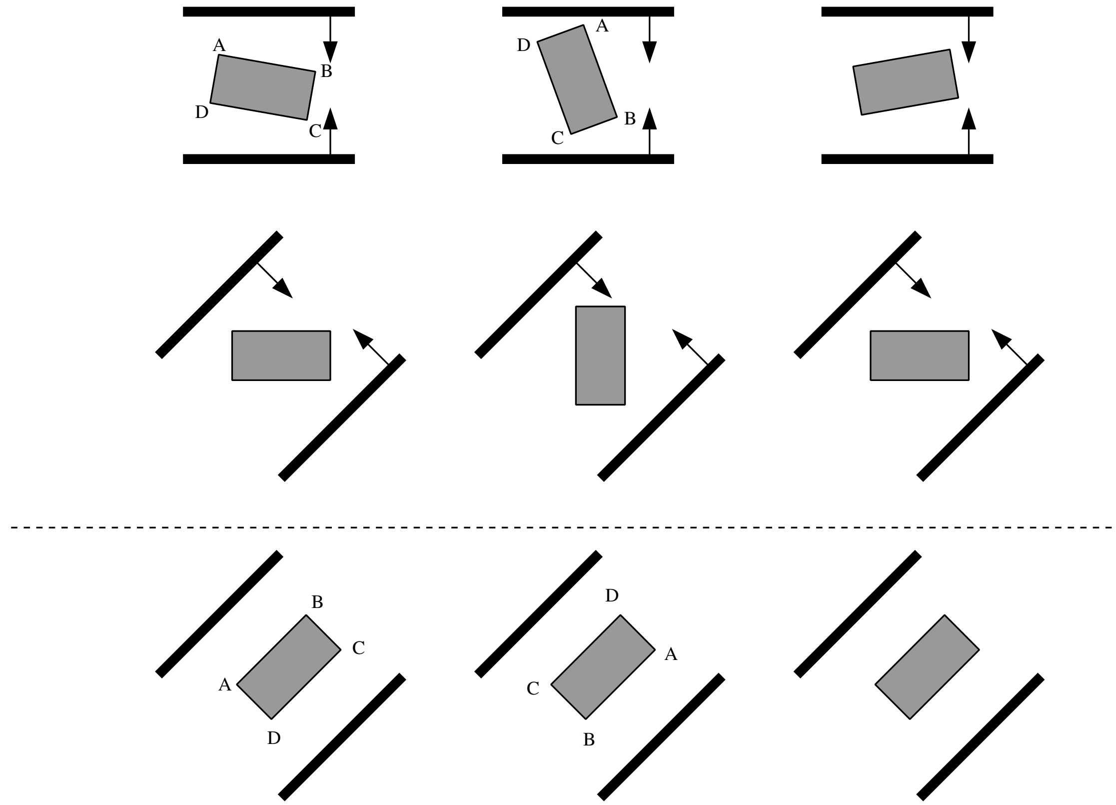
- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie
- Andere Ansätze: Simulation, Heuristiken, Genetische Alg.

Beispiel!



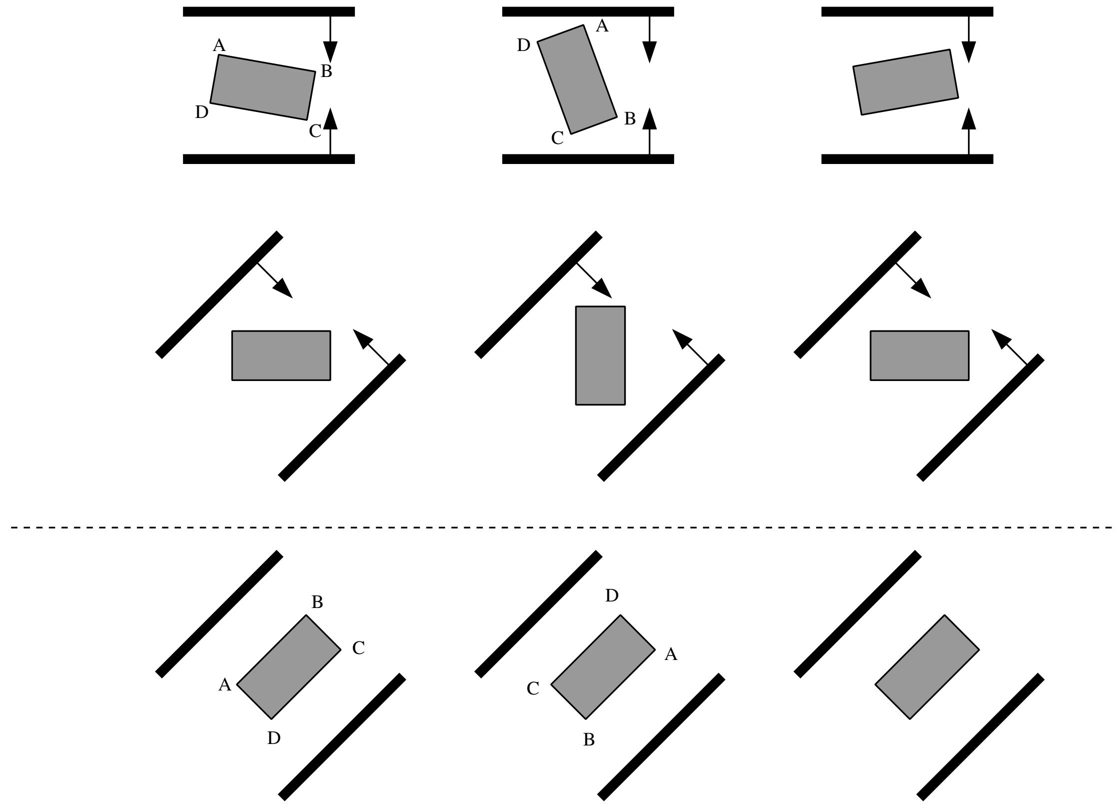
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$

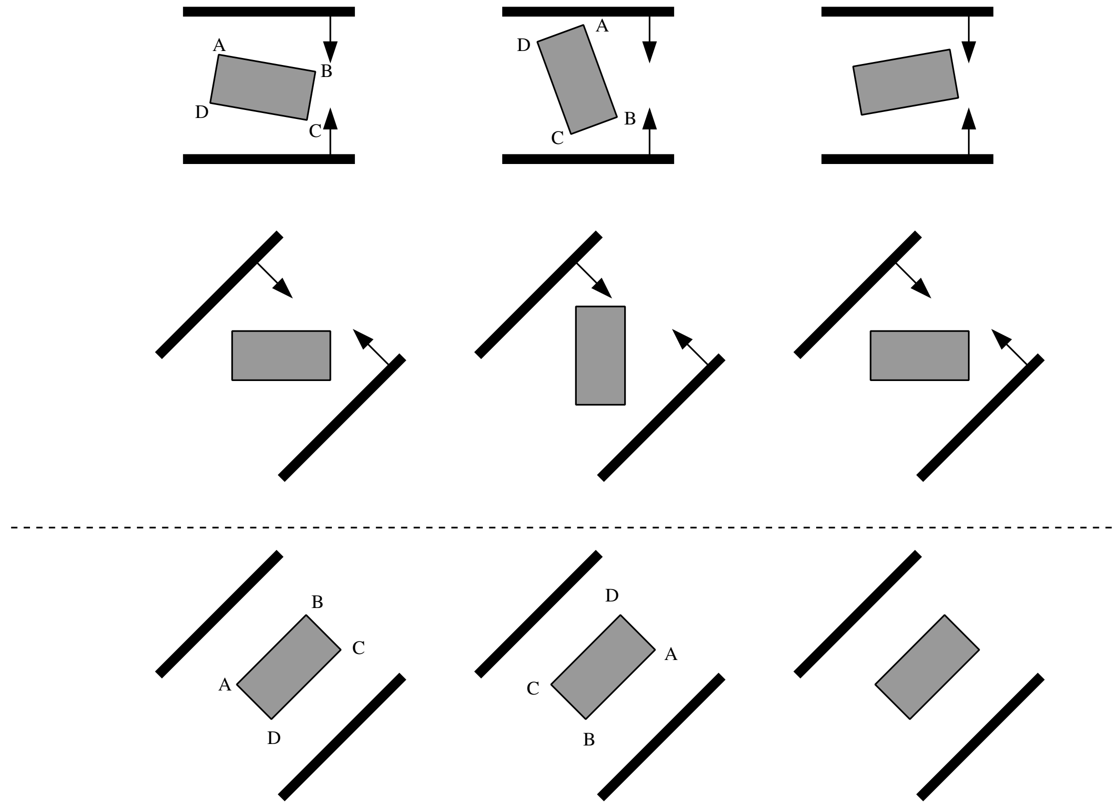


Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage



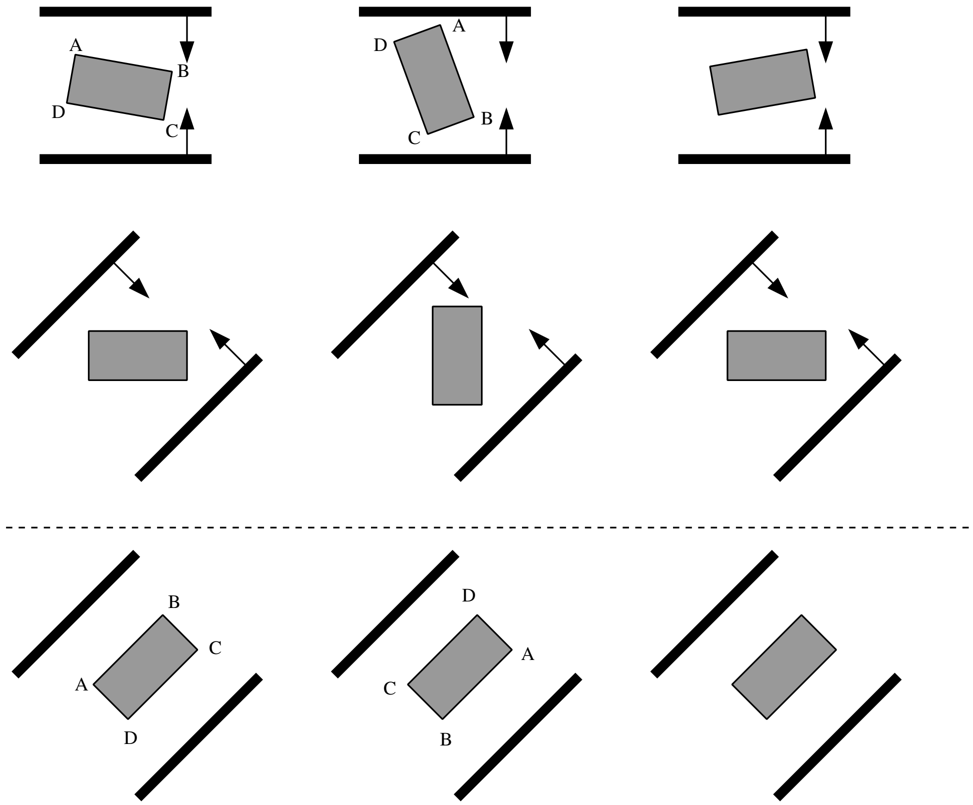
Beispiel!



- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage

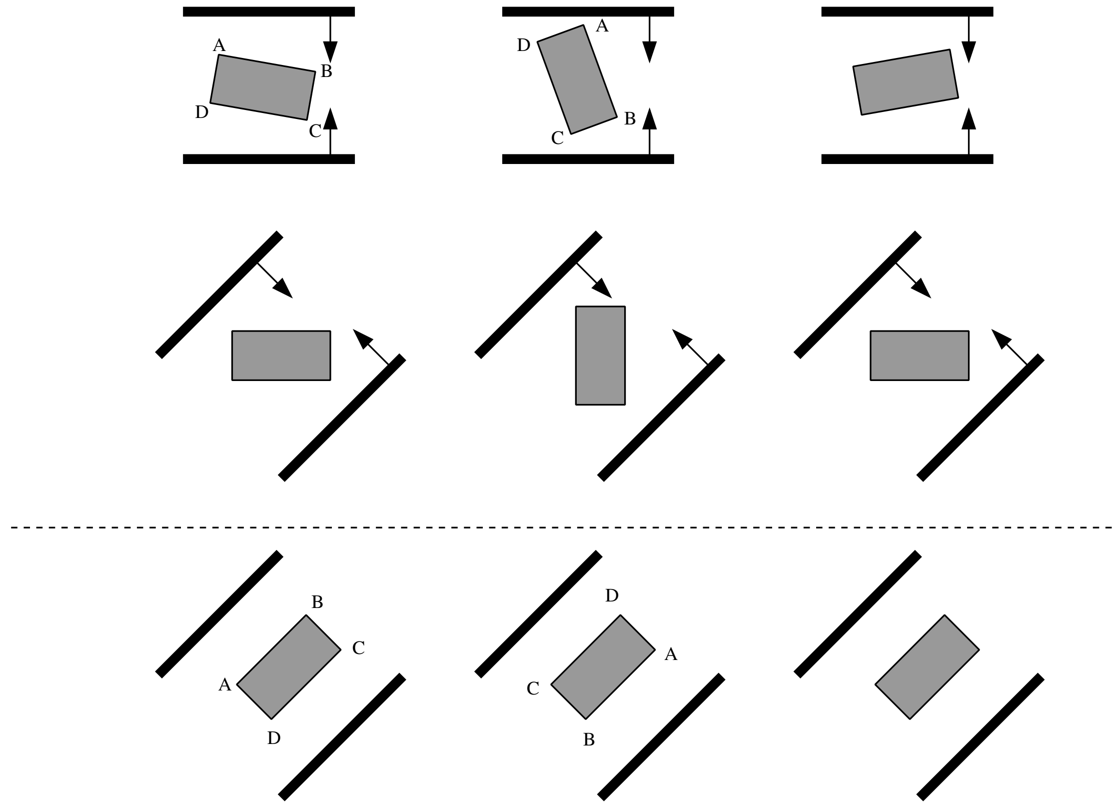
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!

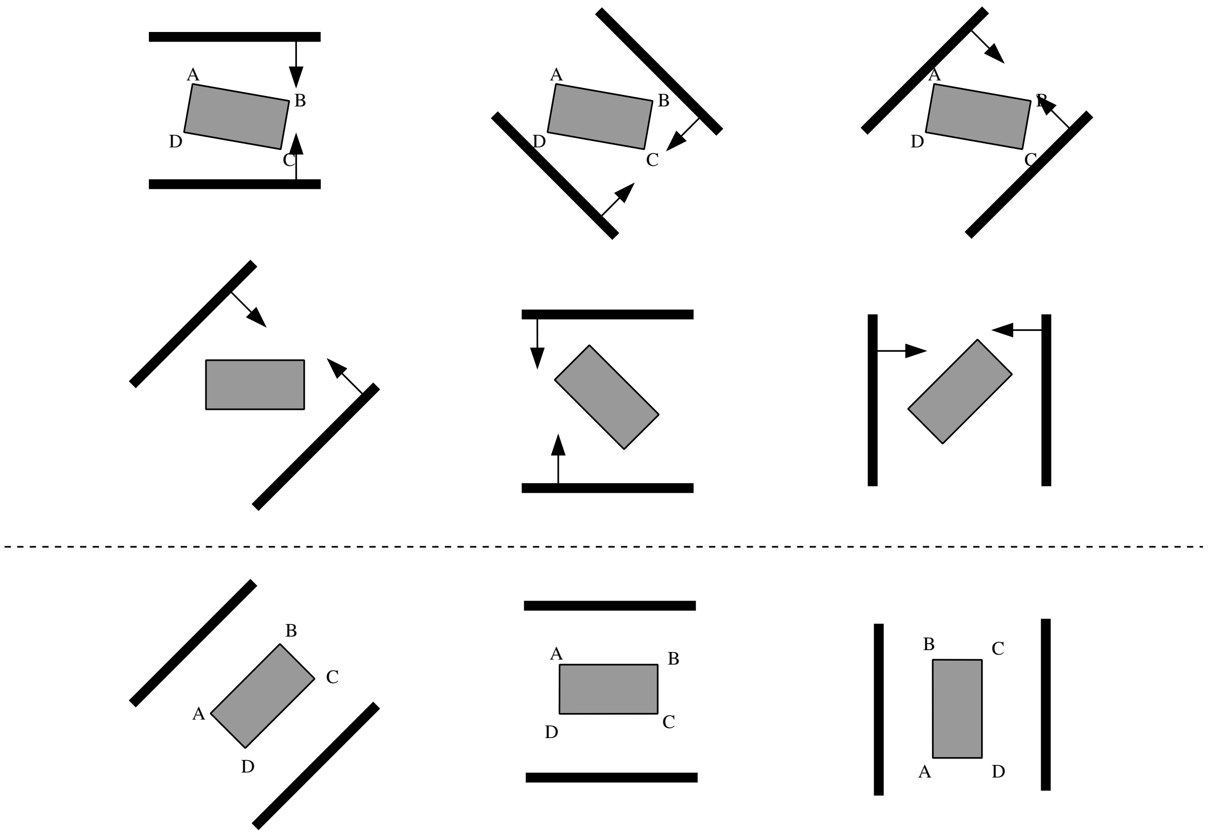


Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!
- Jede Endlage möglich

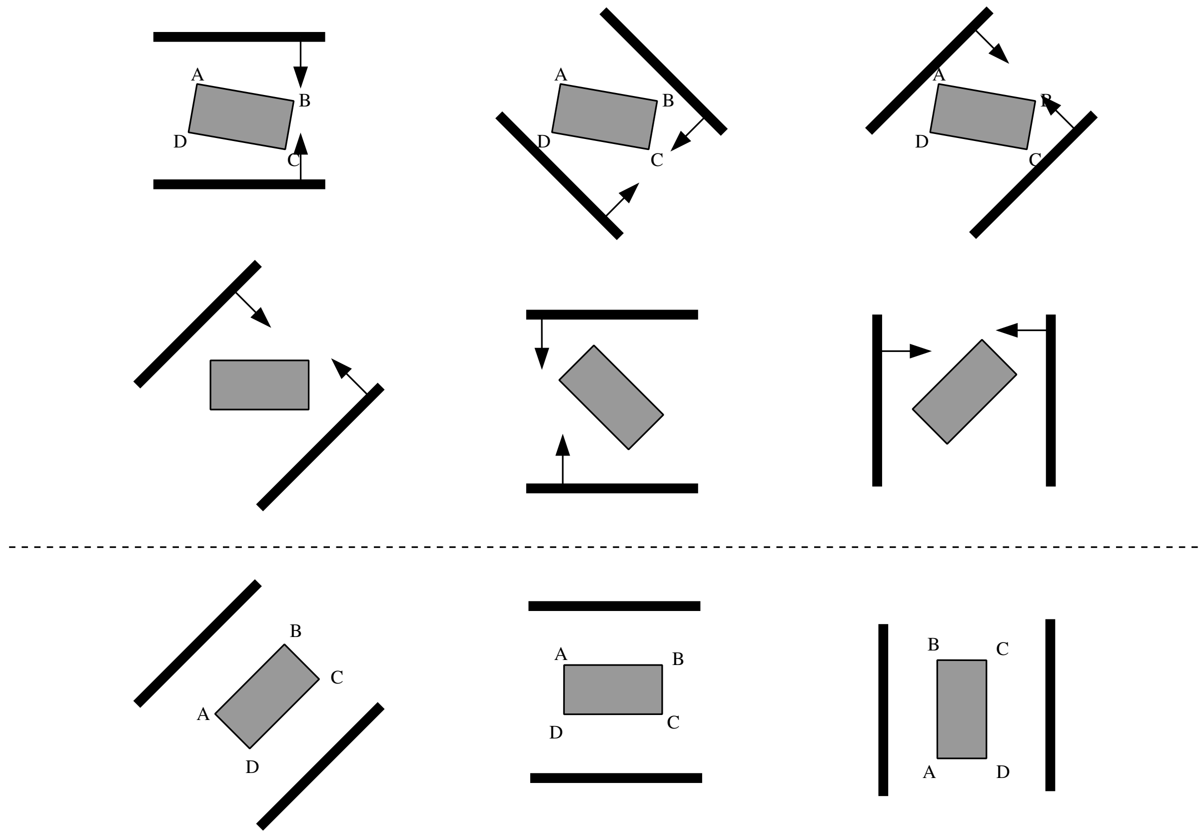


Verschiedenen Endlagen!



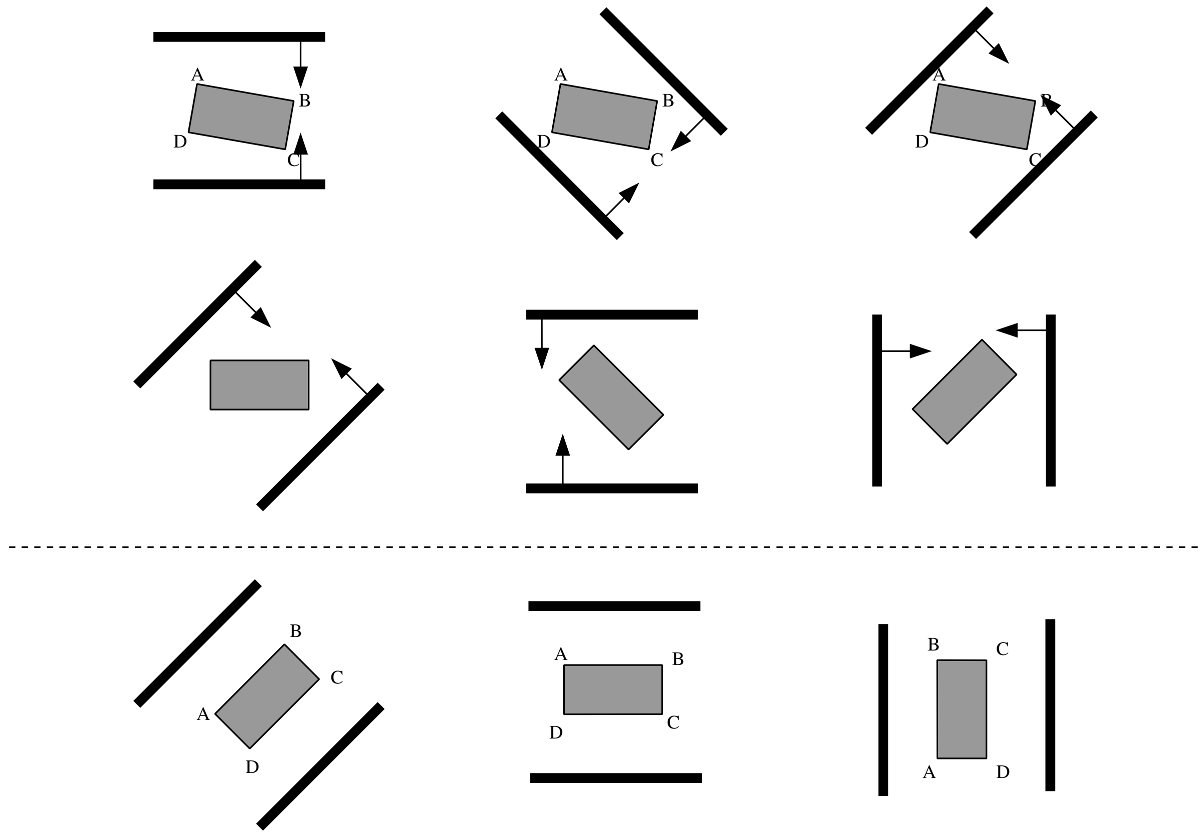
Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$



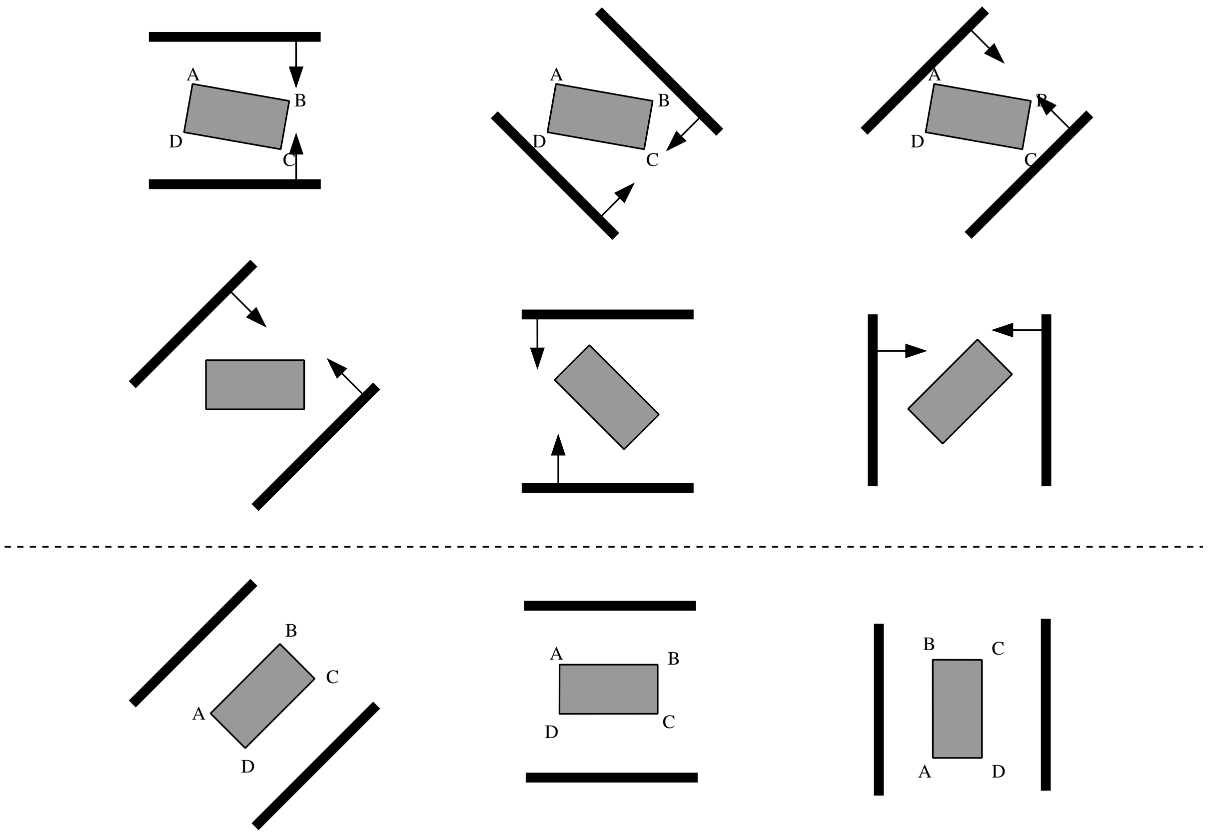
Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$



Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$
- Plan $(+\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$



Nützliche Annahmen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)

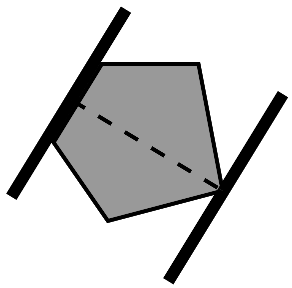
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!

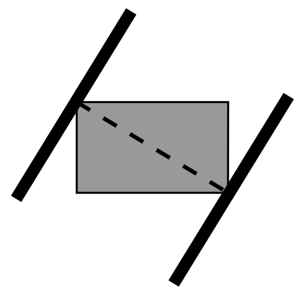
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!
7. Keine Reibung! Kein Einklemmen!(Später aufheben!)

Einklemmen!



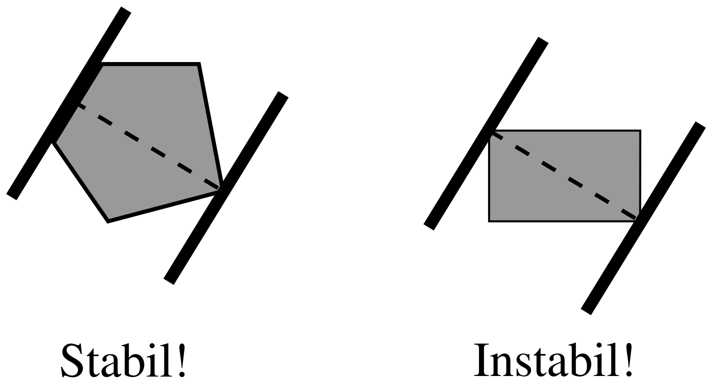
Stabil!



Instabil!

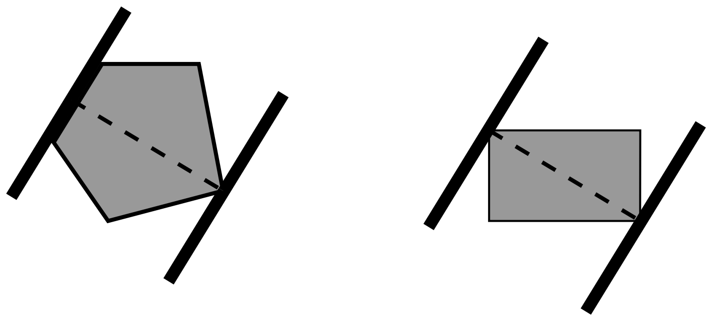
Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**



Einklemmen!

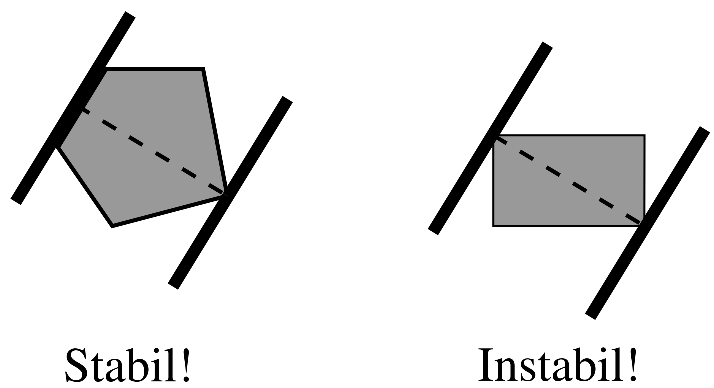
- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**



Stabil! Instabil!

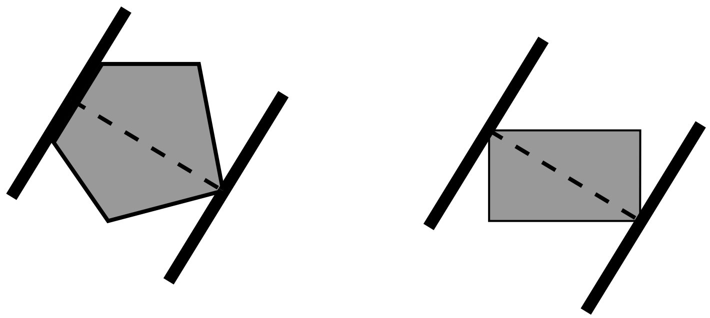
Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor



Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor
- Abhilfe: Fehlertoleranz bei der Bewegung!



Stabil! Instabil!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\texttt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \texttt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\texttt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \texttt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

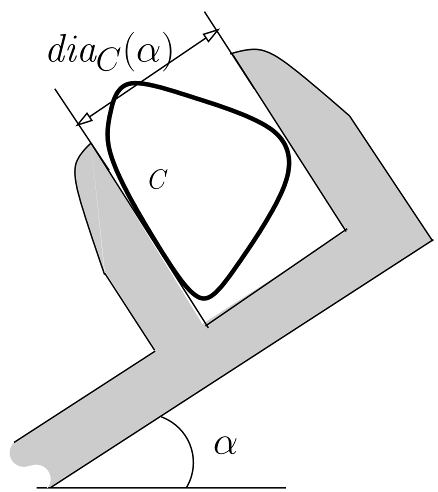
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

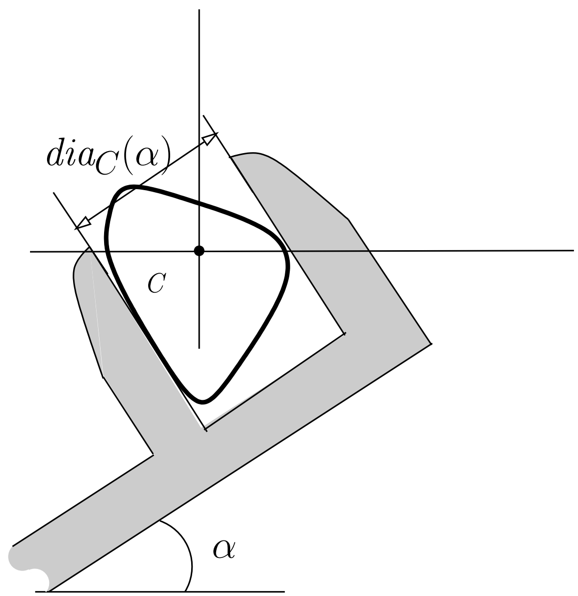
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

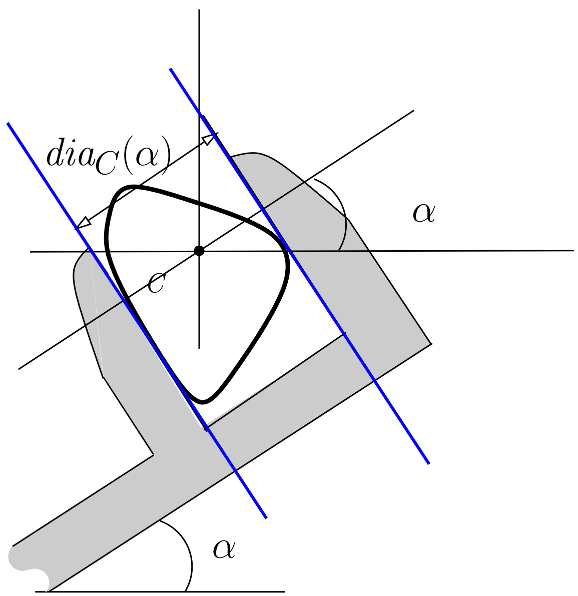
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

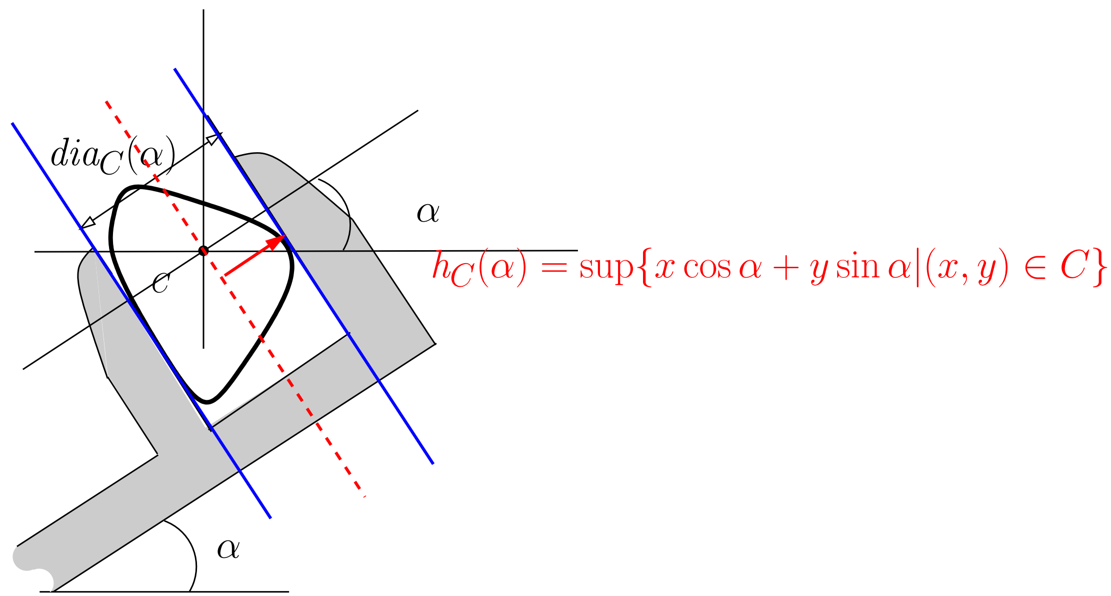
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

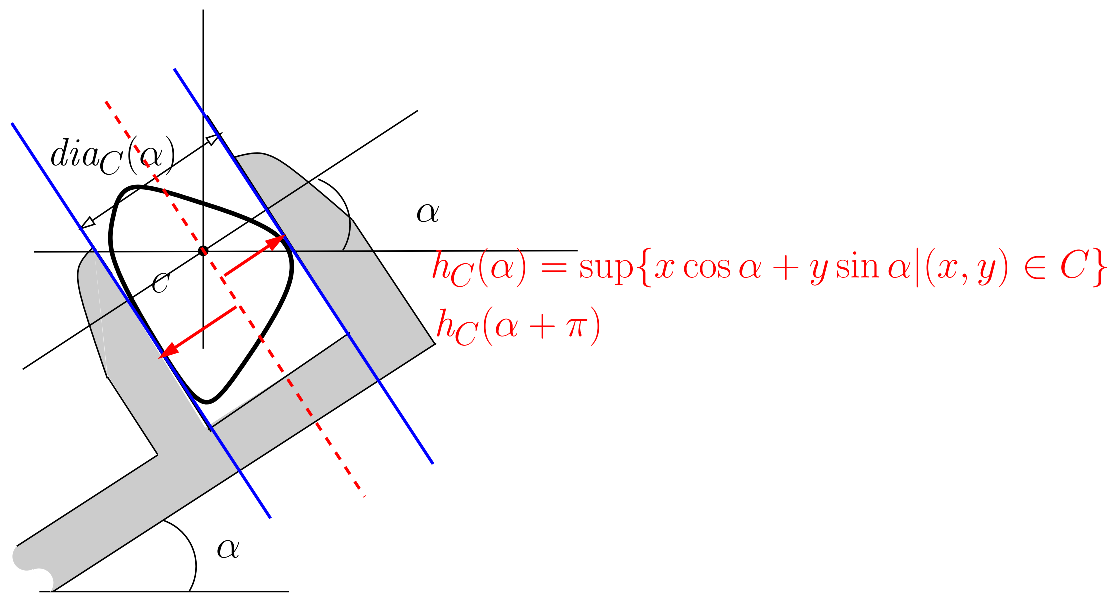
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



(i)

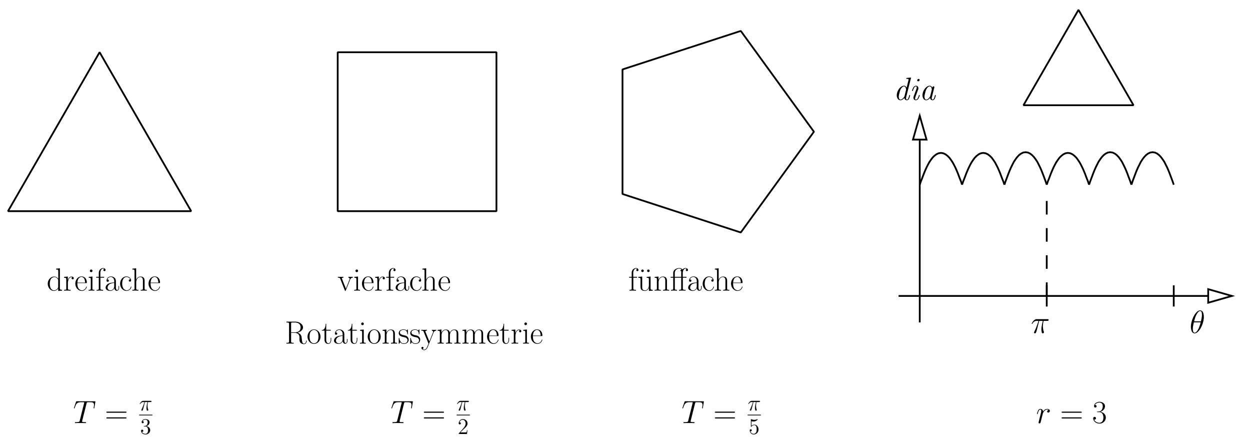
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\mathtt{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathtt{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



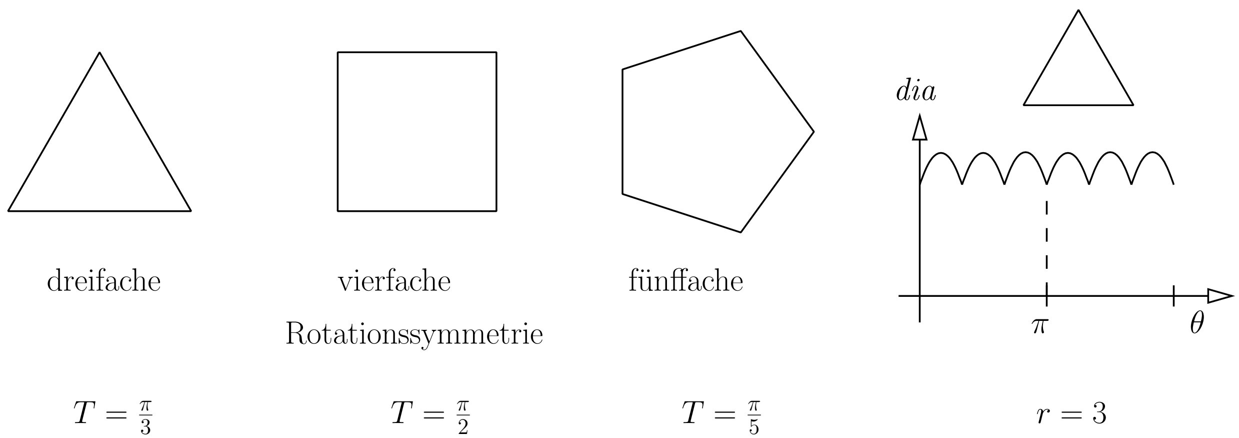
(i)

Funktionen: Definition 4.1 (i)!



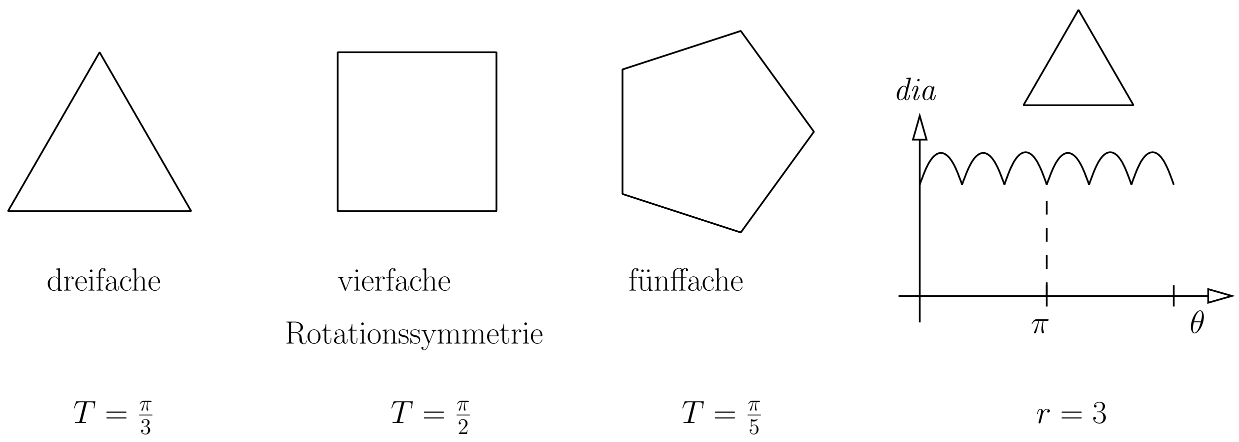
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima



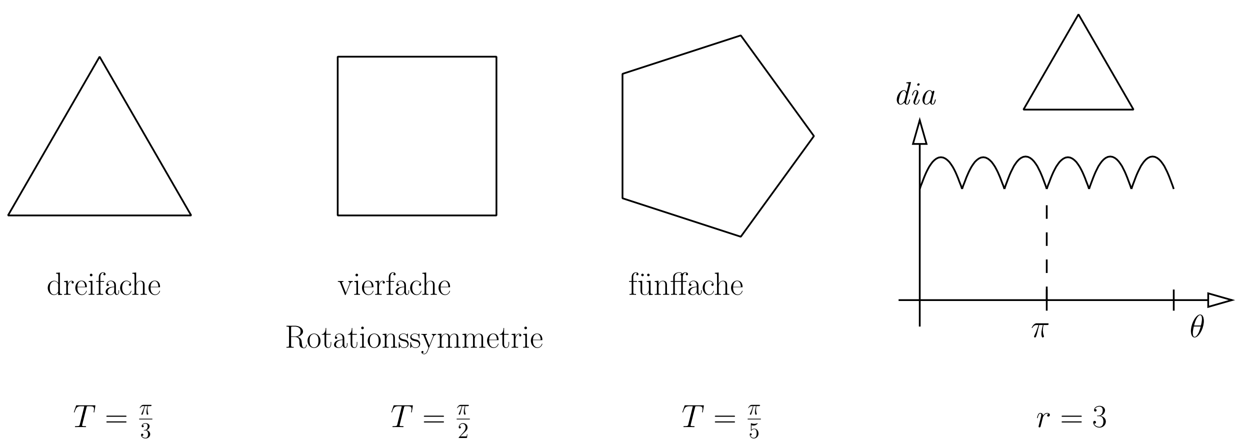
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele



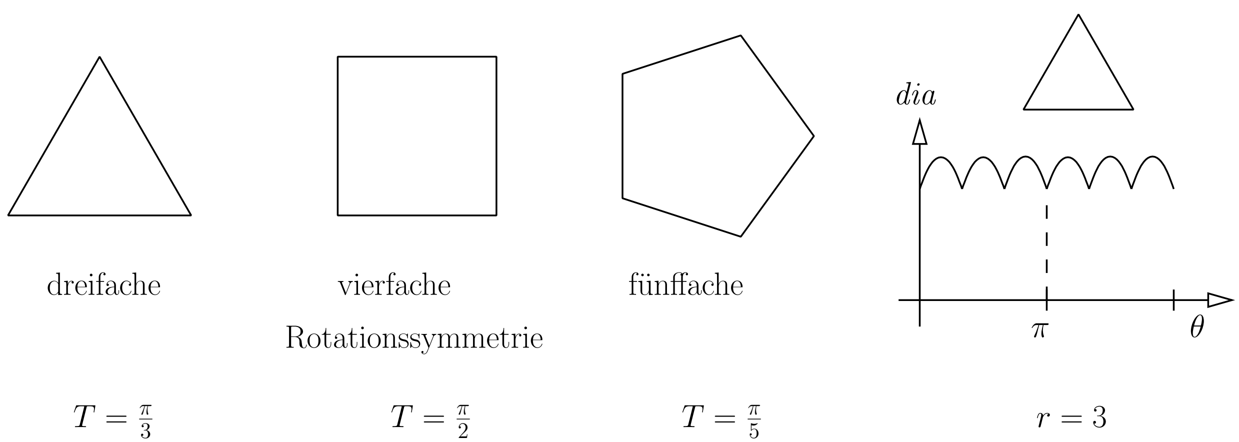
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie



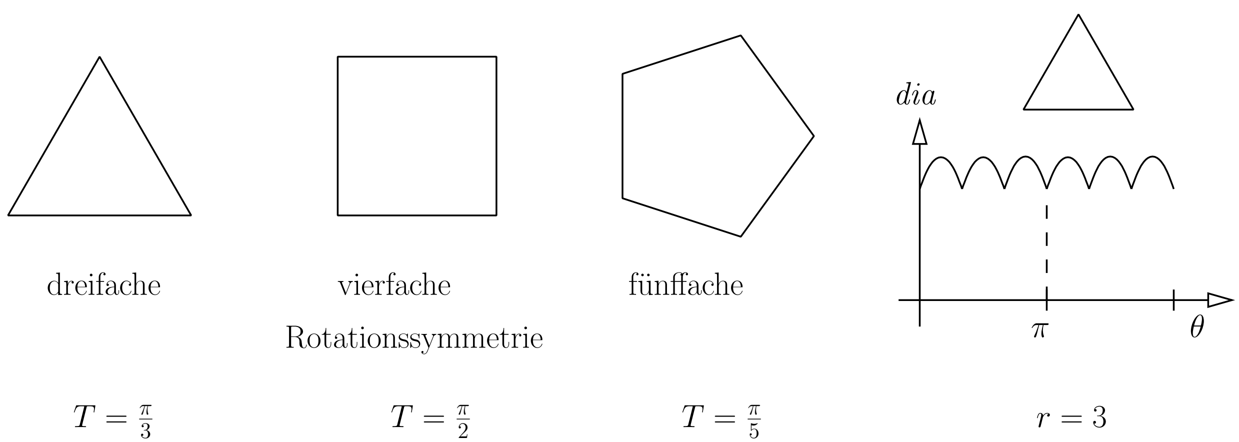
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion

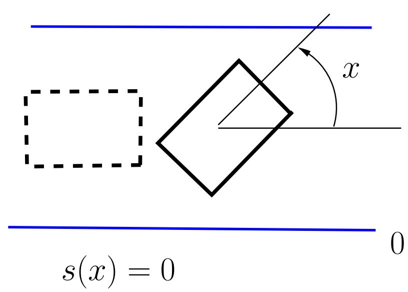


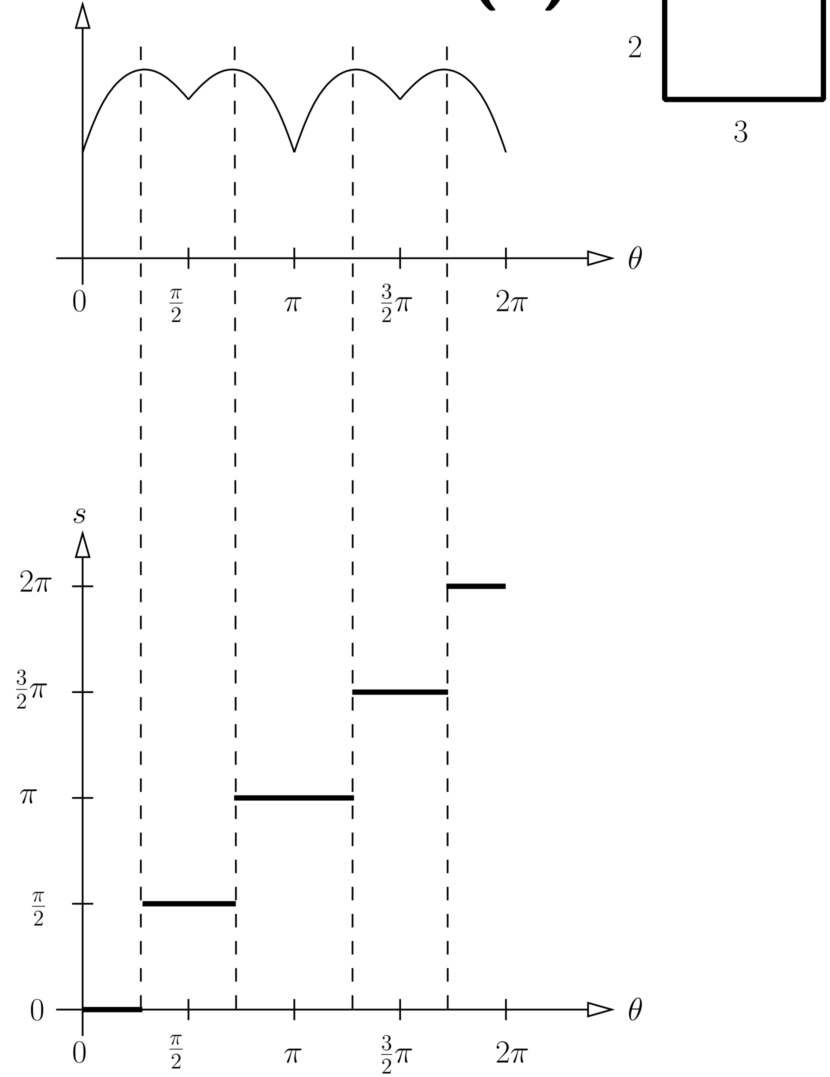
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r-fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion
- Periode T



Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

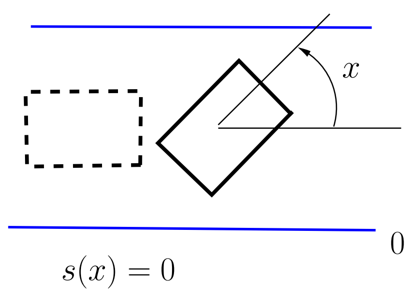


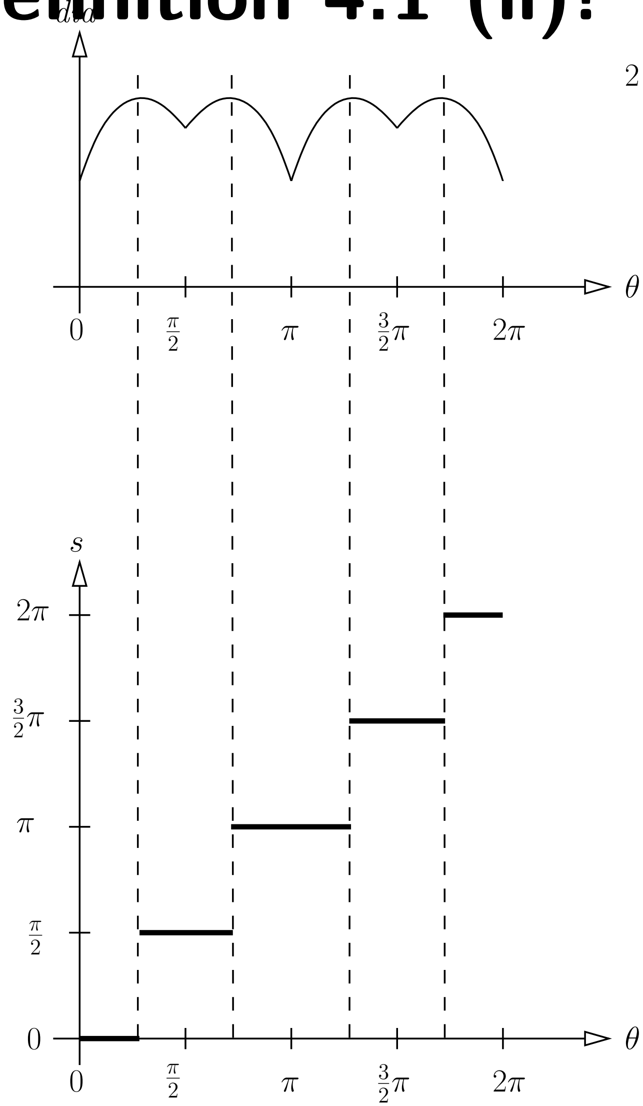


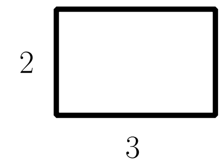
Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:

  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$

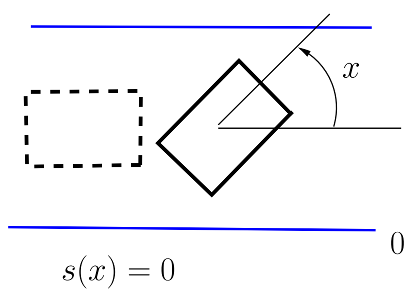


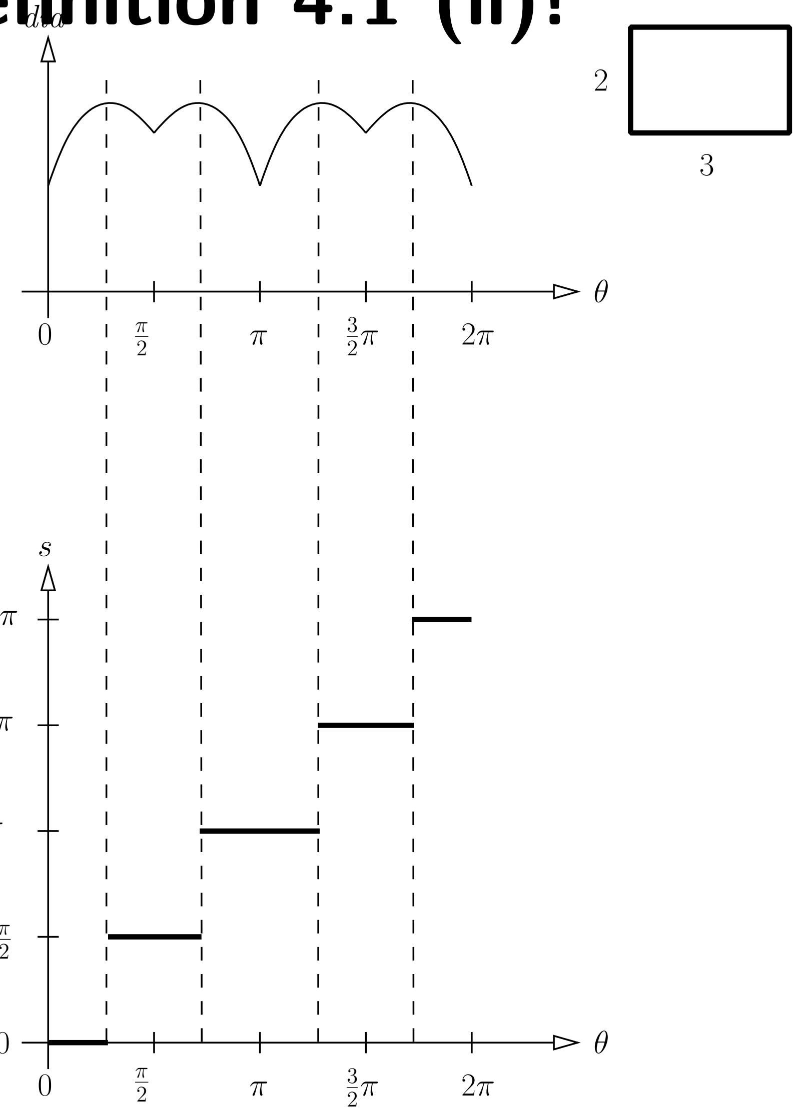




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

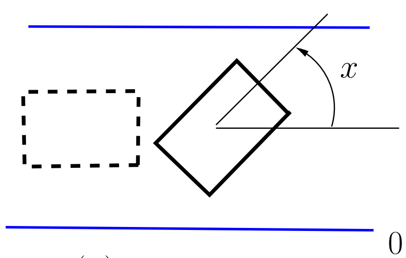
- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer

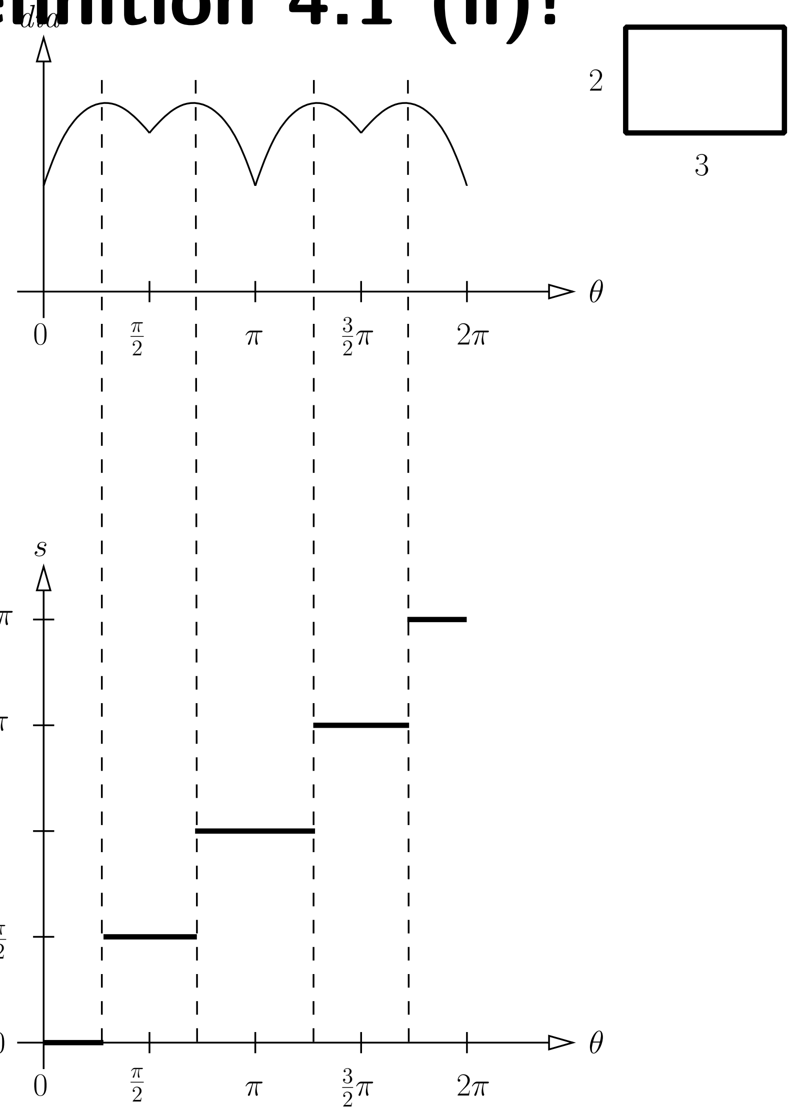




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

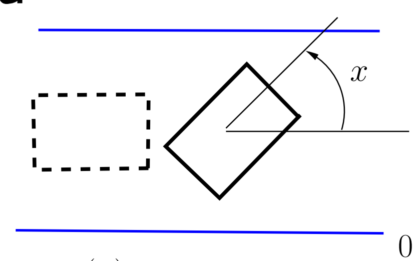
- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen

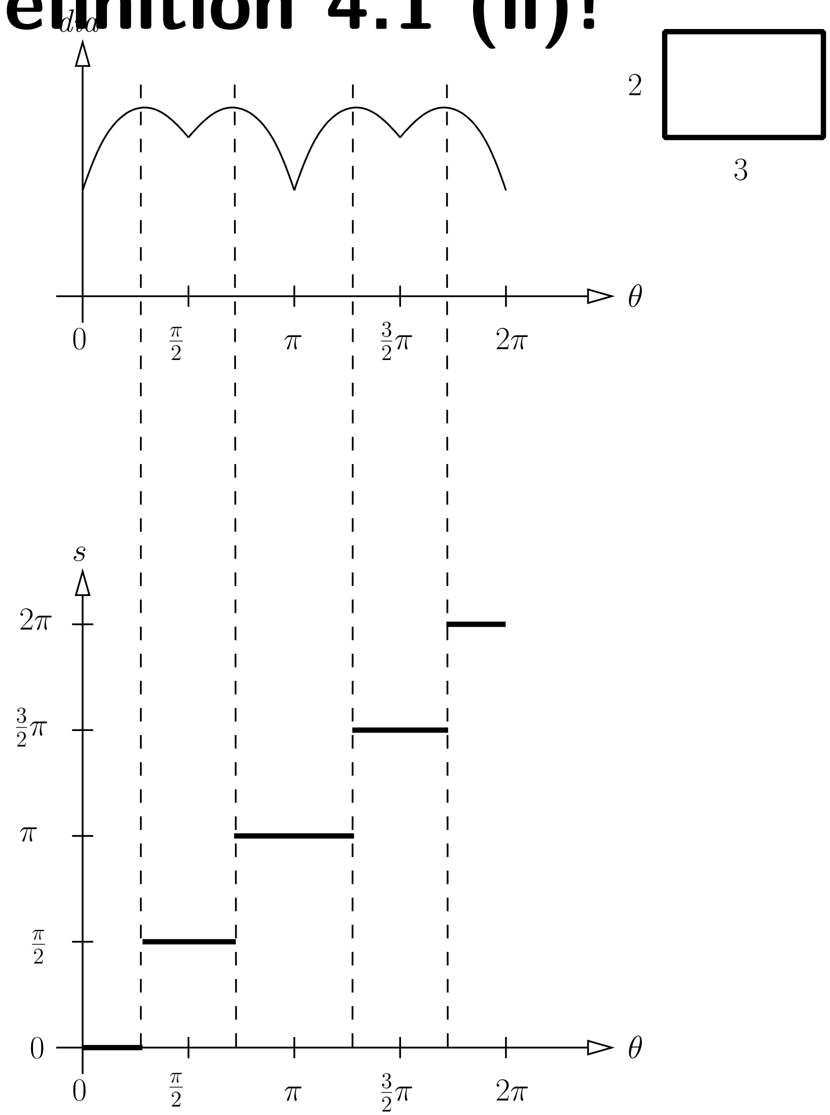




Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:
  $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen
- Treppenfunktion:
  Zwischen Maxima auf Minima





Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

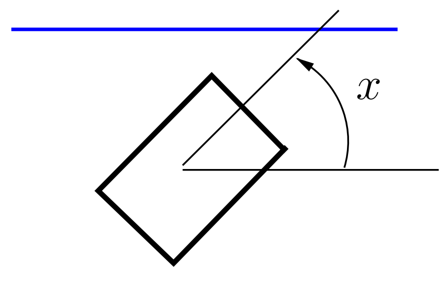
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$

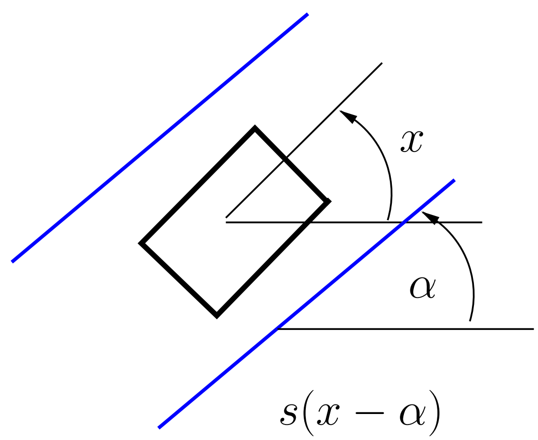
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



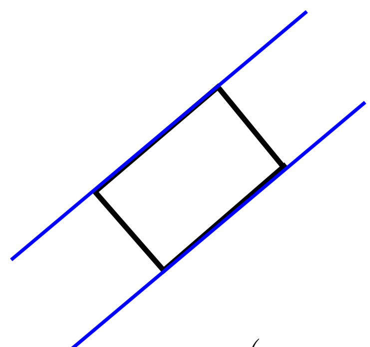
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

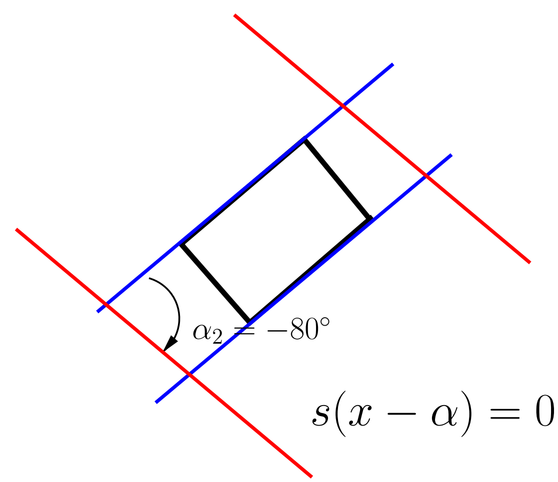
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



$s(x - \alpha) = 0$

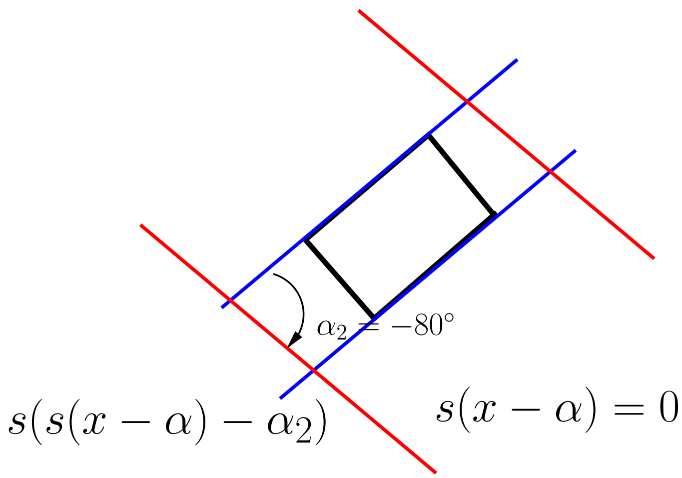
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



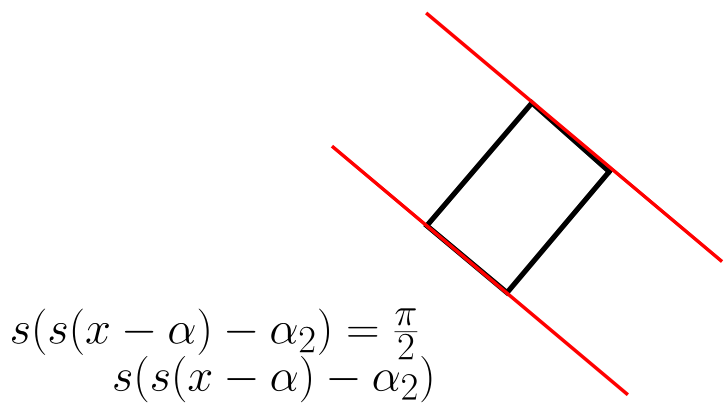
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



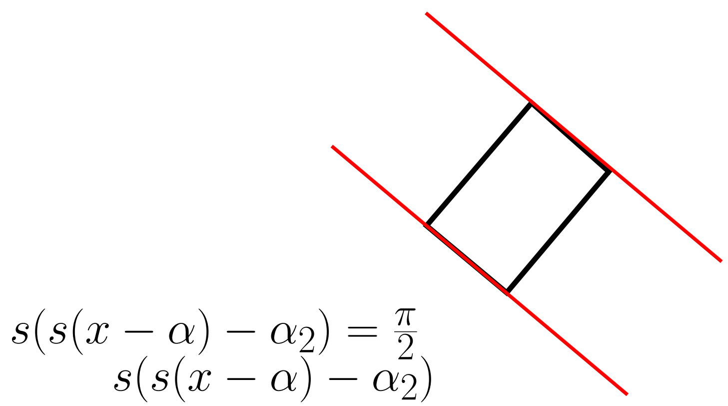
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\ldots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \ldots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha)$, $s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

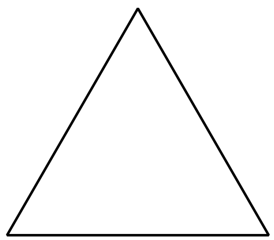
Die Greiffunktion s ist T–periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Die Greiffunktion s ist T–periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$



dreifache

$T = \frac{\pi}{3}$

$r = 3$