Grundlagen der alg. Geometrie
Sommersemester 2019

Abgabe: optional in Übung
Besprechung: 14.05. - 16.05.

Prof. Dr. Rolf Klein
Barbara Schwarzwald
Institut für Informatik

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1: Sternförmige Polygone und Straßen

Sei P ein einfaches Polygon mit einem Startpunkt s und einem Zielpunkt t auf dem Rand von P. Sei L der Pfad auf dem Rand von P der im Uhrzeigersinn von s nach t verläuft und sei R der Pfad auf dem Rand von P der entgegen dem Uhrzeigersinn von s nach t verläuft. Das Polygon P wird *Straße* genannt, wenn für jeden Punkt p auf L ein Punkt auf R existiert, von dem aus p gesehen werden kann und umgekehrt.

Ein Polygon S heisst *sternförmig*, wenn ein Punkt $q \in S$ existiert, von dem aus ganz S gesehen werden kann.

Ist ein sternförmiges Polygon S bei einer beliebigen Wahl von s und t auf dem Rand von S eine Straße? Zeigen Sie, dass für jeden Punkt s auf dem Rand von S ein Zielpunkt t existiert, derart dass S eine Straße ist.

Aufgabe 6.2: Kerne und Sichtbarkeitspolygone

Wir betrachten ein einfaches Polygon P und zwei Punkte p und q in P, so dass $\text{vis}(q) \subseteq \text{vis}(p)$ gilt; d. h. der Punkt p „sieht mehr“ als der Punkt q.

Zeigen Sie:

$$Ker(\text{vis}(p)) \subseteq Ker(\text{vis}(q))$$

Mit anderen Worten: Je *mehr* ein Punkt in einem Polygon sehen kann, desto *kleiner* wird der Kern seines Sichtbarkeitspolygons.

Sie dürfen benutzen, dass für einen beliebigen Punkt p in einem beliebigen einfachen Polygon P, die Beziehung $Ker(P) \subseteq Ker(\text{vis}(p))$ gilt (siehe Übungsaufgabe 4.16 im Buch “Algorithmische Geometrie”, R. Klein, 2. Auflage).

Aufgabe 6.3: Eigenschaften von Sichtbarkeitspolygonen

Zeigen Sie, dass genau eine der folgenden drei Aussagen wahr ist.

a) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er konvex.

b) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er weg-zusammenhängend (für je zwei Punkte aus dem Schnitt gibt es einen sie verbindenden, stetigen Weg, der ganz im Schnitt liegt).

c) Für ein beliebiges Polygon P mit Löchern und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\text{vis}_P(p)$ und $\text{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er weg-zusammenhängend.