Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 11
Universität Bonn, Institut für Informatik I

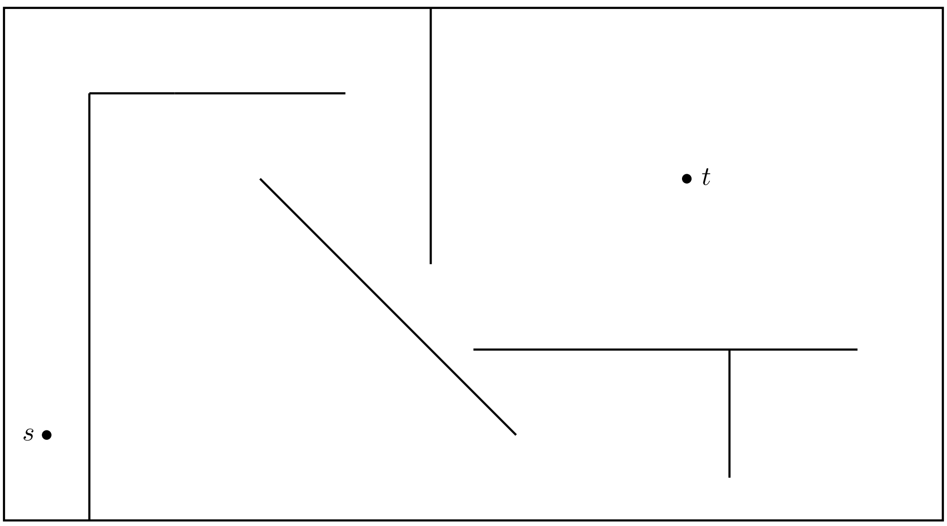
Abgabe: -/- Besprechung: -/-

- *Dieser Zettel wird nicht mehr abgegeben, sondern soll nur eine Grundlage legen zur Beschäftigung mit den Themen der letzten zwei Vorlesungswochen.*

Aufgabe 1: Voronoi-Diagramme von Liniensegmenten (4 Punkte)

a) Zeichnen Sie in der folgenden Abbildung innerhalb des umschließenden Rechtecks das Voronoi-Diagramm der Hindernisse ein! Die Parabelstücke können geschätzt per Hand gezeichnet werden, aber die Übergänge sollten korrekt sein.

b) Wie groß ist der größte kreisförmige Roboter, der mit seinem Mittelpunkt ohne Kollisionen mit den Hindernissen vom Punkt s bis zum Punkt t gelangen kann? Zeichnen Sie ihn an der kritischen Engstelle ein!



Aufgabe 2: Voronoi-Diagramm per Sweep (4 Punkte)

Was ist zu tun, um das Sweep-Verfahren zur Berechnung des Voronoi-Diagramms auch auf solche Punktmengen zu verallgemeinern, bei denen mehr als zwei Punkte auf einer Geraden und mehr als drei Punkte auf einem Kreis liegen können?

Aufgabe 3: Divide & Conquer für L1-Voronoi-Diagramme (4 Punkte)

Ein Divide & Conquer - Verfahren ist für die Berechnung des Voronoi-Diagramms bezüglich der L_1-Metrik nicht so gut geeignet, da der Bisektor $B(L, R)$ zweier Teilmengen L und R, die durch eine Splitgerade separiert sind, bezüglich der L_1-Metrik nicht mehr zusammenhängend sein muss.

Geben Sie Voronoi-Diagramme $V(L)$, $V(R)$ und $V(L \cup R)$ an, um die letzte Aussage zu belegen.

Aufgabe 4: Erweiterung einer Delaunay-Triangulation (4 Punkte)

Wir betrachten das Einfügen des Punktes p_i, wenn die Delaunay-Triangulation der Punktmenge $S_{i-1} = \{p_1, \ldots, p_{i-1}\}$ schon berechnet wurde.

a) Beweisen oder widerlegen Sie: Für einen Punkt p_i außerhalb der konvexen Hülle $\mathrm{ch}(S_{i-1})$ ist jede Kante, die p_i mit einem von p_i aus sichtbaren Eckpunkt von $\mathrm{ch}(S_{i-1})$ verbindet, eine Delaunay-Kante in $\mathrm{DT}(S_i) = \mathrm{DT}(S_{i-1} \cup \{p_i\})$.

b) Beweisen oder widerlegen Sie: Wenn man zu $\mathrm{DT}(S_{i-1})$ alle in a) betrachteten Kanten hinzunimmt, erhält man die Delaunay-Triangulation $\mathrm{DT}(S_i)$.

Aufgabe 5: Pledge-Algorithmus (4 Punkte)

Betrachten Sie den Pledge-Algorithmus zur Navigation in einem unbekannten Labyrinth.

Der Algorithmus folgt jedem Stück Mauer von jeder Seite höchstens einmal. Versuchen Sie, ein Labyrinth zu konstruieren, in dem der Algorithmus möglichst großen Anteilen der Mauer folgt. Sie bestimmen die Startrichtung des Algorithmus.

Ist es möglich ein Labyrinth zu konstruieren, in dem der Algorithmus jedem Stück Mauer von min. einer Seite folgt? Ist es möglich, ein Labyrinth zu konstruieren, in dem der Algorithmus jedem Stück Mauer von beiden Seiten vollständig folgt?