

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 3.1

6 Punkte

Analog zu Algorithmus  $A$  aus Aufgabe 2.2 (im Folgenden als  $A_1$  bezeichnet) können wir auch einen Online-Algorithmus  $A_{-1}$  definieren, der bei einem Seitenfehler beim Zugriff auf Seite  $i$  des Hauptspeichers die Seite  $(i - 1) \bmod (k + 1)$  aus dem Cache entfernt.

Der randomisierte Online-Algorithmus  $ALG$  arbeitet folgendermaßen: Zu Beginn wird mit Wahrscheinlichkeit jeweils  $\frac{1}{2}$  entweder Algorithmus  $A_1$  oder Algorithmus  $A_{-1}$  ausgewählt. Dann wird der ausgewählte Algorithmus benutzt.

Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus  $(k + 3)/2$ -kompetitiv ist.

### Aufgabe 3.2

6 Punkte

Der Beweis von Theorem 2.12 verwendet eine Sequenz  $\sigma$ , die auf  $k + m$  paarweise verschiedene Seiten zugreift. Um zu zeigen, dass RANDOM für kein  $r < k$  einen kompetitiven Faktor von  $r$  erreicht, muss dafür  $m$  beliebig groß gewählt werden dürfen. Damit bleibt offen, welchen kompetitiven Faktor RANDOM auf Sequenzen besitzt, die nur auf eine beschränkte Anzahl an verschiedenen Seiten zugreifen.

Modifizieren Sie den Beweis von Theorem 2.12 so, dass die verwendete Sequenz  $\sigma$  nur auf  $k + 1$  paarweise verschiedene Seiten zugreift.

### Aufgabe 3.3

8 Punkte

Im Beweis von Theorem 2.14 wird gezeigt, dass kein randomisierter Online-Algorithmus einen besseren kompetitiven Faktor als  $H_k$  erreicht, nicht einmal auf Sequenzen, die nur auf  $k + 1$  verschiedene Seiten zugreifen.

Zeigen Sie, dass MARK auf solchen Sequenzen  $H_k$ -kompetitiv (und damit ein optimaler randomisierter Online-Algorithmus auf solchen Sequenzen) ist.