

---

**Algorithmen und Berechnungskomplexität II** SS 16

Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

7. Aufgabenblatt zur Vorlesung

**Abgabe: Mi. 15.06.** (09<sup>00</sup>)

---

**Aufgabe 28: Ackermannfunktion (4 Punkte)**

Berechnen Sie das Ergebnis von  $A(2, 1)$  auf einer 1-Band Turingmaschine. Geben Sie dazu, wie im Beispiel in der Vorlesung gezeigt, in einer Tabelle den Bandinhalt, die Kopfposition und die jeweils verwendeten Makros an.

**Aufgabe 29: Normierte Registermaschine (4 Punkte)**

Geben Sie ein Programm für eine normierte Registermaschine  $M$  an, welches die Funktion der Fibonacci Zahlen  $\text{fib} : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  mit

$$\text{fib}(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \in \{0, 1\} \\ \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2), & \text{sonst.} \end{cases}$$

berechnet. Gestartet auf der Eingabe  $(n, 0, \dots)$  soll  $M$  die  $n$ -te Fibonaccizahl  $\text{fib}(n)$  im ersten Register ausgeben. Geben Sie die Folge der Registerinhalte während der Berechnung von  $\text{fib}(3)$  an.

**Aufgabe 30: H-Epsilon-Unentscheidbarkeit (4 Punkte)**

Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit der Sprache

$$H_\varepsilon = \{\langle M \rangle \mid \text{DTM } M \text{ hält bei leerer Eingabe}\}.$$

*Hinweis:* Zeigen Sie, dass wenn  $H_\varepsilon$  entscheidbar ist, auch  $H$  durch eine Turingmaschine  $M_H$  entschieden wird, die als Unterprogramm die Maschine  $M_\varepsilon$  verwendet.

*Bitte wenden!*

**Aufgabe 31: Satz von Rice****(4 Punkte)**

Betrachten Sie die folgenden Sprachen.

- $L_1 = H_{all} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält auf jeder Eingabe}\}$
- $L_2 = \{\langle M \rangle \mid \text{Auf jeder Eingabe hält } M \text{ nach } \leq 15 \text{ Schritten}\}$
- $L_{p,w} = \{M \mid \text{Die Berechnung von } M \text{ bei Eingabe } w \text{ ist } p\text{-platzbeschränkt.}\}$

Die Berechnung einer Turingmaschine  $M$  bei Eingabe  $w$  heißt  $p$ -platzbeschränkt, falls nicht mehr als die ersten  $p$  Bandquadrate beschrieben werden.

Zeigen Sie für jede der obigen Sprachen  $L \in \{L_1, L_2, L_{p,w}\}$  ob (i) für  $L$  aus dem Satz von Rice folgt, dass  $L$  nicht entscheidbar ist oder (ii) ob der Satz von Rice für  $L$  nicht angewendet werden kann. Begründen Sie im Fall (ii) warum der Satz von Rice für  $L$  nicht anwendbar ist, und beweisen Sie eigenständig ob  $L$  entscheidbar ist oder nicht.

*Beweisvorgabe:* Geben Sie bei Anwendung des Satzes von Rice die Menge  $F$  so an, dass aus dem Satz von Rice die Unentscheidbarkeit für  $L$  folgt.