Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2016
Übungsblatt 03
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 2.05.2016, bis 14:30 Uhr Besprechung: 9.-13.5.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den oder die Namen angeben.*
- *Abgaben sind in Gruppen von bis zu 3 Personen möglich.*

Aufgabe 1: Epsilon-Closeness (4 Punkte)

Gegeben seien n relle Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ und ein $\varepsilon > 0$. Gefragt ist, ob es Indizes $i \neq j$ gibt, so dass $|x_i - x_j| < |i - j|\varepsilon$ gilt. Geben Sie eine möglichst gute, untere Laufzeitschranke für dieses Problem in Abhängigkeit von n an.

Aufgabe 2: Eigenschaften von Mengen (4 Punkte)

a) Betrachten Sie das Einheitsquadrat $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$ im $\mathbb{R}^2$.
Wie sieht der Rand aus, wie das Innere? (mathematische Schreibweise)

b) Nennen Sie ein Beispiel für eine Menge, die sowohl offen als auch abgeschlossen ist.

c) Nennen Sie ein Beispiel für eine Menge, die weder offen noch abgeschlossen ist.

Aufgabe 3: Sweep-Algorithmus auf Liniensegmenten (4 Punkte)

Gegeben seien n horizontale und disjunkte Liniensegmente, wobei die x-Werte aller Endpunkte paarweise verschieden sind. Zu jedem Liniensegment s werden diejenigen Liniensegmente gesucht, welche direkt unterhalb von s liegen, d. h. eine vertikale Gerade schneidet die beiden Liniensegmente aber kein anderes dazwischen.

Formulieren Sie einen $O(n \log n)$ *Sweep-Algorithmus*, der zu jedem Liniensegment s alle anderen berichtet, die von s in dem beschriebenen Sinne dominiert werden, und zeigen Sie, dass die Laufzeit optimal ist.

Aufgabe 4: Polygonschnitte (4 Punkte)

Wenn man zwei einfache Polygone P und Q mit m bzw. n Kanten miteinander schneidet, wieviele Zusammenhangskomponenten, Eckpunkte und Kanten kann dann der Schnitt maximal haben? Geben Sie alle drei Werte in Θ-Notation an und begründen Sie, warum die jeweilige Maximalzahl keine größere oder kleinere Größenordnung haben kann!