

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1

8 Punkte

Wir betrachten den folgenden Algorithmus für das 2-Server-Problem in einem beliebigen euklidischen Raum, der Anfrage σ_i für $i \geq 2$ wie folgt bearbeitet: Sei x der Server, der σ_{i-1} bearbeitet hat, sei y der andere Server und sei $b = d(x, \sigma_i)$ der Abstand von Server x zu dem gerade angefragten Punkt. Gilt $d(y, \sigma_i) \leq 3b$, dann bearbeite die Anfrage mit Server y . Anderenfalls bearbeite die Anfrage mit Server x und bewege Server y um $3b$ Richtung σ_i .

Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus 11-kompetitiv ist.

Hinweis: Betrachten Sie als Potentialfunktion $\Phi = 2 \cdot M_{\min}$ und führen Sie eine Fallunterscheidung durch, abhängig davon, mit welchem Server der optimale Offline-Algorithmus und mit welchem Server der obige Algorithmus die Anfrage bearbeitet.

Aufgabe 8.2

4+4 Punkte

Sei $n = a^2$ für eine natürliche Zahl a . Wir betrachten den metrischen Raum $\mathcal{M} = (M, d)$ mit $M = \{1, \dots, a\} \times \{1, \dots, a\}$ und $d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$.

- Geben Sie einen $k \cdot (a + 1)$ -kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das k -Server-Problem auf dem metrischen Raum \mathcal{M} an.
- Geben Sie einen $k \cdot (\frac{a}{2} + 1)$ -kompetitiven randomisierten Online-Algorithmus für das k -Server-Problem auf dem metrischen Raum \mathcal{M} an.

Aufgabe 8.3

4+4 Punkte

Wir betrachten einen Kreis $C = (V, E)$ mit $n = |V|$ Knoten und positiven Kantengewichten c_e , $e \in E$, die sich zu 1 addieren.

- Sei $c_{\max} = \max_{e \in E} c_e$. Geben Sie einen $k \cdot \max\{1, \frac{1}{c_{\max}} - 1\}$ -kompetitiven deterministischen Online-Algorithmus für das k -Server-Problem auf diesem Graphen an.
- Geben Sie einen $2k$ -kompetitiven randomisierten Online-Algorithmus für das k -Server-Problem auf diesem Graphen an.