

**Abgabe: Mittwoch 02.11.16 bis  
9.00 Uhr**  
**Besprechung: 07.11.16-11.11.16**

## Übungsblatt 2

### Aufgabe 2.1: Mengen

(5 Punkte)

Geben Sie für jede der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch ist. Begründen Sie ihre Antwort.

- a)  $\emptyset \subseteq \emptyset$
- b)  $\emptyset \in \emptyset$
- c)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- d)  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- e)  $\{a, b\} \in \{a, b, \{a, b\}\}$
- f)  $\{a, b\} \subsetneq \{a, b, \{a, b\}\}$
- g)  $\{a, b\} \subsetneq \mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\})$
- h)  $\{\{a, b\}\} \subsetneq \mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\})$
- i)  $\{a, b, \{a, b\}\} \setminus \{a, b\} = \{a, b\}$
- j)  $\mathcal{P}(\{a, b\}) \setminus \{a, b\} = \{a, b\}$

### Aufgabe 2.2: Assoziativgesetz und Distributivgesetz für Mengen

(3+3 Punkte)

Zeigen Sie das für drei Mengen  $A, B$  und  $C$  gilt:

- a)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  und  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  (Assoziativgesetze für Mengen).
- b)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$  und  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$  (Distributivgesetze für Mengen).

### Aufgabe 2.3: Wahrheitstabelle

(4+5 Punkte)

- a) Geben Sie eine Aussage an, die aus den Aussagen  $A, B$  und  $C$  durch insgesamt höchstens 7 Konjunktionen, Disjunktionen und Negationen entsteht und die die rechts abgebildete Wahrheitstabelle erfüllt. Schaffen Sie es auch mit 6 Konjunktionen, Disjunktionen und Negationen?
- b) Geben Sie ein allgemeines Verfahren an, das zu einer beliebigen Wahrheitstabelle eine Aussage findet, die diese Wahrheitstabelle erfüllt und die aus den gegebenen Grundaussagen durch Konjunktionen, Disjunktionen und Negationen entsteht.

$A$	$B$	$C$	?
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1

### Aufgabe 2.4: Indirekte Beweise

(3+3 Punkte)

Beweisen Sie mithilfe eines indirekten Beweises die beiden folgenden Aussagen für jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$ .

- a) Wenn  $n^3$  durch 2 teilbar ist, dann muss auch  $n$  durch 2 teilbar sein.
- b) Wenn die letzte Ziffer von  $n$  eine 2, 3, 7 oder 8 ist, dann ist  $n$  keine Quadratzahl.