Methoden der Offline-Bewegungsplanung, WS 2013/2014
Aufgabenblatt 1
Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

Die Lösungen können bis 15. Oktober 2013, 14:30 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang im kleinen Raum auf der linken Seite). Bei jeder Aufgabe sind 4 Punkte erzielbar. Abgabe in festen Gruppen von 2 Personen ist erlaubt.

3 Kürzeste Wege

Gegeben sind zwei Punkte $p_1 = (0,0)$, $p_2 = (1,1)$ und ein Segment s von $p_1 = (0,0)$ nach $r = (0,1)$. Auf dem Segment s hat man Geschwindigkeit $v \geq 1$, überall anders $v = 1$. Auf p_1 startend ist ein Weg gesucht um p_2 am schnellsten zu erreichen. Es darf angenommen werden, dass als erstes ein Stück auf s gelaufen wird, und dann geradlinig weiter zu p_2. Ein Beispiel ist in Abbildung 1 abgebildet.

Geben Sie den optimalen Weg von p_1 zu p_2 in Abhängigkeit von v an.

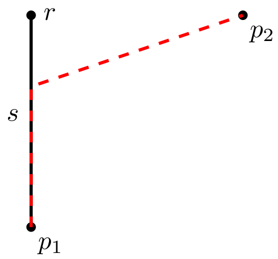

Abbildung 1: Ein Weg von p_1 nach p_2.

4 Sweep-Algorithmus

Gib einen Sweep-Algorithmus an, der folgendes Problem in Laufzeit $O(n \log n)$ löst, und beweise die Korrektheit dieses Algorithmus.

Gegeben ist eine Menge S von n Punkten mit paarweise verschiedenen x-Koordinaten in der Ebene. Diese Punkte sind in einem unsortierten Array gegeben. Gesucht sind zwei Punkte p und q aus S, für die die Gerade durch p und q maximale Steigung besitzt.

Tipp: Betrachte zunächst eine 3-elementige Punktemenge. Müssen alle Punktepaare dieser Menge als Kandidaten für die maximale Steigung inspiziert werden?

5 Dynamische Schlüssel

Bei der Berechnung des Sichtbarkeitsgraphen einer Menge sich nicht kreuzender Liniensegmente wird eine Routine benötigt, die im folgenden genauer analysiert werden soll.

Diese Routine verwendet einen rotierenden Strahl S_θ. Dieser Strahl hat seinen Ursprungspunkt in $p = (0, 0)$ und rotiert für $0 \leq \theta \leq \ \pi$ gegen den Uhrzeigersinn von Süd nach Nord. Während dieser Rotation wird Buch geführt über die von diesem Strahl geschnittenen Liniensegmente und deren Reihenfolge. Dazu werden diese Segmente in einem dynamischen Suchbaum gespeichert. Der dafür verwendete *Schlüssel* entspricht bei jedem Liniensegment l dem Abstand zwischen p und dem Schnittpunkt des Strahls mit l. Der Wert des Schlüssels hängt also von dem aktuellen Winkel θ des Strahls ab.

Die Situation ist in Abbildung 2 dargestellt.

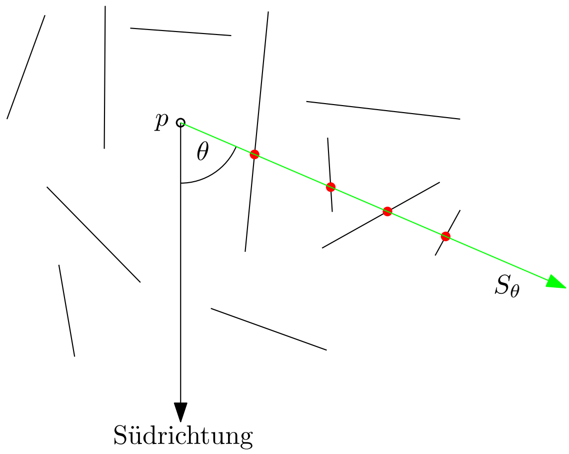

Abbildung 2: Der Strahl S_θ rotiert von Süd nach Nord.

(i) Sei l ein Liniensegment mit den Endpunkten l_1 und l_2, welches in der Geraden $g : x \mapsto mx+n$ enthalten ist. Wie kann der Winkelbereich von θ bestimmt werden, in dem es einen Schnitt von S_θ mit l gibt?

(ii) Bestimme innerhalb dieses Winkelbereichs den Wert des Schlüssels in Abhängigkeit von θ. Gesucht ist also eine Formel, die nur von m, n und θ abhängt und den Abstand von $p = (0, 0)$ zu dem Schnittpunkt von S_θ mit g angibt. Zur Vereinfachung darf $\theta \neq 0$ und $\theta \neq \pi$ vorausgesetzt werden.

Tipp: Trigonometrische Funktionen.