Grundlagen der alg. Geometrie
Sommersemester 2019

**Abgabe: optional in Übung**
**Besprechung: 16.04. - 18.04.**

UNIVERSITÄT BONN

Prof. Dr. Rolf Klein
Barbara Schwarzwald
*Institut für Informatik*

# Übungsblatt 2 2

## Aufgabe 2.1: Untere Schranke Konvexe Hülle

Zum Beweis der unteren Schranke $\Omega(n \log n)$ für die Konstruktion der *konvexen Hülle* von $n$ Punkten werden Punkte auf einer Parabel verteilt. Danach wird die konvexe Hülle dieser Punkte berechnet, wodurch die $X$-Koordinaten sortiert ausgegeben werden können, siehe Beweis von *Lemma 4.2*. Gilt diese Argumentation auch, wenn man die Punkte durch $(x_i, x_i)$ auf einer Geraden $Y = X$ verteilt und noch einen zusätzlichen Punkt $(0, 1)$ einführt?

Was ist, wenn man schon im Vorhinein weiß, dass alle Punkte der Punktmenge auf der konvexen Hülle liegen. Ändert das etwas an der unteren Schranke - gibt es z.B. einen Algorithmus, der unter dieser Bedingung die konvexe Hülle von $S$ in Zeit $O(n)$ berechnet?

## Aufgabe 2.2: Konvexe Hülle und Durchmesser

Sei $S$ eine Menge von $n$ Punkten in der Ebene. Der maximale Abstand zwischen je zwei Punkten aus $S$ wird auch $diam(S)$, Durchmesser von $S$, genannt.

Zeigen Sie: Der Durchmesser von $S$ entspricht dem Durchmesser der konvexen Hülle von $S$ und die Punkte mit maximalem Abstand liegen auf dem Rand der konvexen Hülle.

## Aufgabe 2.3: Dominierende Liniensegmente

Gegeben seien $n$ horizontale und disjunkte Liniensegmente, wobei die $x$-Werte aller Endpunkte paarweise verschieden sind. Zu jedem Liniensegment $s$ werden diejenigen Liniensegmente gesucht, welche direkt unterhalb von $s$ liegen, d. h. eine vertikale Gerade schneidet die beiden Liniensegmente aber kein anderes dazwischen.

Formulieren Sie einen $O(n \log n)$ *Sweep-Algorithmus*, der zu jedem Liniensegment $s$ alle anderen berichtet, die von $s$ in dem beschriebenen Sinne dominiert werden, begründen Sie, warum Ihr Algorithmus die gegebene Laufzeit hat und zeigen Sie, dass die Laufzeit optimal ist.

## Aufgabe 2.4: Sweep für Liniensegment-Schnittpunkte

Geben Sie an, in welcher Reihenfolge bei der Berechnung der Schnittpunkte der dargestellten Liniensegmente nach dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren die Schnittpunkte *bemerkt* und *berichtet* werden und wie die Sweep-Status-Struktur SSS zu jedem Zeitpunkt aussieht.