Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 8
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Dienstag 27.06.2017, bis 12:15 Uhr Besprechung: 3.-7.7.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.*
- *Die Abgabe kann in Gruppen von bis zu 3 Personen erfolgen.*

Aufgabe 1: Sternförmige Polygone und Straßen (4 Punkte)

Sei P ein einfaches Polygon mit einem Startpunkt s und einem Zielpunkt t auf dem Rand von P. Sei L der Pfad auf dem Rand von P der im Uhrzeigersinn von s nach t verläuft und sei R der Pfad auf dem Rand von P der entgegen dem Uhrzeigersinn von s nach t verläuft. Das Polygon P wird *Straße* genannt, wenn für jeden Punkt p auf L ein Punkt auf R existiert, von dem aus p gesehen werden kann und umgekehrt.

Ein Polygon S heisst *sternförmig*, wenn ein Punkt $q \in S$ existiert, von dem aus ganz S gesehen werden kann.

Ist ein sternförmiges Polygon S bei einer beliebigen Wahl von s und t auf dem Rand von S eine Straße? Zeigen Sie, dass für jeden Punkt s auf dem Rand von S ein Zielpunkt t existiert, derart dass S eine Straße ist.

Aufgabe 2: Mobile Wächter (4 Punkte)

Ein Wächter bewegt sich entlang einer geschlossenen Kurve C in einem einfachen Polygon P und sieht so den ganzen Rand ∂P des Polygons. Sieht der Wächter so auch jeden Punkt im Innern des Polygons?

Aufgabe 3: Kerne und Sichtbarkeitspolygone (4 Punkte)

Wir betrachten ein einfaches Polygon P und zwei Punkte p und q in P, so dass $\text{vis}(q) \subseteq \text{vis}(p)$ gilt; d. h. der Punkt p „sieht mehr“ als der Punkt q.

Zeigen Sie:

$$Ker(\text{vis}(p)) \subseteq Ker(\text{vis}(q))$$

Mit anderen Worten: Je *mehr* ein Punkt in einem Polygon sehen kann, desto *kleiner* wird der Kern seines Sichtbarkeitspolygons.

Sie dürfen benutzen, dass für einen beliebigen Punkt p in einem beliebigen einfachen Polygon P, die Beziehung $Ker(P) \subseteq Ker(\text{vis}(p))$ gilt (siehe Übungsaufgabe 4.16 im Buch “Algorithmische Geometrie”, R. Klein, 2. Auflage).

Aufgabe 4: Eigenschaften von Sichtbarkeitspolygonen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass genau eine der folgenden drei Aussagen wahr ist.

a) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\mathrm{vis}_P(p)$ und $\mathrm{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er konvex.

b) Für ein beliebiges einfaches Polygon P und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\mathrm{vis}_P(p)$ und $\mathrm{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er wegzusammenhängend (für je zwei Punkte aus dem Schnitt gibt es einen sie verbindenden, stetigen Weg, der ganz im Schnitt liegt).

c) Für ein beliebiges Polygon P mit Löchern und zwei beliebige Punkte p, q aus P gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone $\mathrm{vis}_P(p)$ und $\mathrm{vis}_P(q)$ nicht leer, so ist er wegzusammenhängend.