Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 1
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Dienstag 2.05.2017, bis 12:15 Uhr Besprechung: 8.-12.5.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.*
- *Die Abgabe kann in Gruppen von bis zu 3 Personen erfolgen.*

Aufgabe 1: Euler-Formel auf Torus und Kugel (4 Punkte)

a) Gilt die Euler-Formel auch für Graphen, die kreuzungsfrei auf der Kugel eingebettet sind? Wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an und eine Stelle, an der die direkte Übertragung des Beweises aus der Vorlesung scheitert!

b) Gilt die Euler-Formel auch für Graphen, die kreuzungsfrei auf dem Torus eingebettet sind? Wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an und eine Stelle, an der die direkte Übertragung des Beweises aus der Vorlesung scheitert!

Aufgabe 2: Planare Graphen (4 Punkte)

Beweisen Sie: Für jeden nicht-leeren, kreuzungsfreien, schlichten, geometrischen Graphen in der Ebene mit v Knoten und e Kanten gilt $e < 3v$. (Tipp: Gehen Sie analog zum Beweis von $f < 2v$ aus der Vorlesung vor!)

Was besagt dies für den mittleren Knotengrad eines solchen Graphen?

Aufgabe 3: K5 (4 Punkte)

Betrachten Sie den Graph K_5 (vollständiger ungerichteter Graph über 5 Knoten, wobei vollständig bedeutet, dass jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden ist). K_5 ist nicht planar, d.h. er ist in der Ebene nicht kreuzungsfrei darstellbar. Nun wollen wir einen anderen Raum für die Einbettung betrachten:

a) Ist K_5 auf einem Torus kreuzungsfrei geometrisch darstellbar? Skizzieren Sie ihre Lösung!

b) Wie sieht der duale Graph zu K_5 auf dem Torus aus?

Aufgabe 4: Maximales Teilprodukt (4 Punkte)

Zu der Folge $a_1, a_2, \ldots, a_n$ positiver reeller Zahlen soll eine zusammenhängende Teilfolge $a_j, \ldots, a_k$ gefunden werden, so dass das Produkt $\prod_{i=j}^{k} a_i$ maximal wird.

a) Modifizieren Sie den Algorithmus zur Bestimmung der maximalen Teilsumme derart, dass er das Problem des maximalen Teilproduktes löst.

b) Beschreiben Sie, wie durch eine geeignete Transformation der Eingabedaten das Problem des maximalen Teilprodukts auf das Problem der maximalen Teilsumme zurückgeführt werden kann. Geben Sie hierfür geeignete Abbildungen f und g an, so dass sich das maximale Teilprodukt der Folge $a_1, a_2, \ldots, a_n$ mit dem folgenden Verfahren bestimmen lässt:

- M wird als maximale Teilsumme der Folge $f(a_1), \ldots, f(a_n)$ berechnet.
- Es erfolgt die Ausgabe von $g(M)$.