Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2016
Übungsblatt 02
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 25.04.2016, bis 14:30 Uhr Besprechung: 2.-6.5.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.*
- *Abgaben sind in Gruppen von bis zu 3 Personen möglich.*

Aufgabe 1: Allgemeine Lage (4 Punkte)

Hinweis: Eine Punktemenge ist in Allgemeiner Lage wenn sie keine Eigenschaften hat bzw. Bedingungen erfüllt, die eine Menge zufällig verteilter Punkte mit etwa 100% Wahrscheinlichkeit nicht auch hätte bzw. auch erfüllt. Man kann sich vorstellen, dass man ein bisschen an den Punkten schütteln darf.

a) Ist es im Sinne der Vorlesung eine zulässige *Allgemeine Lage* Bedingung für eine endliche Punktmenge im $\mathbb{R}^2$, dass keine 3 Punkte dieser Menge auf derselben Geraden liegen?

b) Ist es im Sinne der Vorlesung eine zulässige *Allgemeine Lage* Bedingung für eine endliche Punktmenge im $\mathbb{R}^2$, dass keine 3 Punkte dieser Menge auf dem Rand desselben Kreises liegen?

Aufgabe 2: Kreispackung (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass man vier offene Einheitskreise so innerhalb eines Quadrates der Seitenlänge 4 platzieren kann, dass sich keine zwei von ihnen schneiden.

Beweisen Sie, dass das für fünf offene Einheitskreise nicht mehr möglich ist.

Ein offener Einheitskreis mit Mittelpunkt M ist hierbei die Menge

$$B_1(M) = \{P \in \mathbb{R}^2 \mid \|M - P\|_2 < 1\}$$

Aufgabe 3: Duale Graphen (4 Punkte)

a) Zeichnen Sie eine planare Einbettung der Graphen K_4 und $K_{2,3}$ in die Ebene.

b) Erweitern Sie die Zeichnung jeweils um den dualen Graphen.

c) Beweisen oder wiederlegen Sie: Es gibt einen schlichten, planaren, zusammenhängenden Graphen mit mindestens 2 Knoten, dessen dualer Graph schlicht ist.

Aufgabe 4: Parabelschnitte (4 Punkte)

Gegeben seien n Parabeln in der Ebene, deren Mittelachsen senkrecht sind und die sich nach oben öffnen. Wieviele Parabelstücke kann ein sich bei $y = -\infty$ befindlicher Beobachter höchstens sehen? Geben Sie eine Situation an, in der die entspechende Zahl tatsächlich auftritt. Beachten Sie, dass eine Parabel durchaus mehrere Stücke beitragen kann, und begründen Sie Ihre Aussagen!