Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt

Online-Algorithmen
Sommersemester 2015
**Abgabe: 02.06.2015, 14:00 Uhr**

# Übungsblatt 7

## Aufgabe 7.1

6 Punkte

Im Beweis von Theorem 4.10 haben wir ausgenutzt, dass es eine Konstante $\tau$ gibt, die nur von $k$ und der Metrik $\mathcal{M} = (M, d)$ abhängt, für die $d_T(DC_T(\sigma)) \leq k \cdot d_T(\mathrm{OPT}_T(\sigma)) + \tau$ für jede Baummetrik $\mathcal{M}_T \in \mathcal{S}$ gilt. Zeigen Sie, dass diese Ungleichung für $\tau = 12k^2\Delta$ mit $\Delta = \max_{x,y\in M} d(x, y)$ erfüllt ist.

## Aufgabe 7.2

6 Punkte

Eine Instanz des $k$-Median Problems besteht aus einer Punktmenge $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ und einer Metrik $d$. Das Ziel ist es, eine Menge $M \subseteq V$ von $k$ Medianpunkten zu finden, sodass die Summe der Distanzen aller Knoten zu den nächsten Medianpunkten, d.h.

$$\sum_{i=1}^{n} \min_{w\in M} d(v_i, w)$$

minimal ist. Optimale Algorithmen für Bäume mit polynomieller Laufzeit sind bekannt. Zeigen Sie, dass das $k$-Median Problem für beliebige Metriken durch einen randomisierten Algorithmus mit Approximationsgüte $O(\log n)$ gelöst werden kann.

## Aufgabe 7.3

6 Punkte

Sei $\mathcal{M} = (M, d)$ eine Baummetrik. Wir können die Metrik $\mathcal{M}$ durch einen vollständigen gewichteten Graphen $G$ mit Knotenmenge $M$ beschreiben. Es sei $T$ ein Baum in diesem Graphen $G$, der die Metrik $\mathcal{M}$ induziert. Zeigen Sie, dass der Baum $T$ ein minimaler Spannbaum und sogar der einzige minimale Spannbaum von $G$ ist.

## Aufgabe 7.4

6 Punkte

Geben Sie einen randomisierten $O(\log N)$-Approximationsalgorithmus für das metrische Traveling Salesperson Problem mit polynomieller Laufzeit an, der auf Einbettungen basiert, wobei $N$ die Anzahl der Punkte des metrischen Raumes sei.