

Grundlagen der Algorithmische Geometrie SS 2015
Präsenzzettel 1
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Präsenzaufgaben für die Woche 20.-24. April

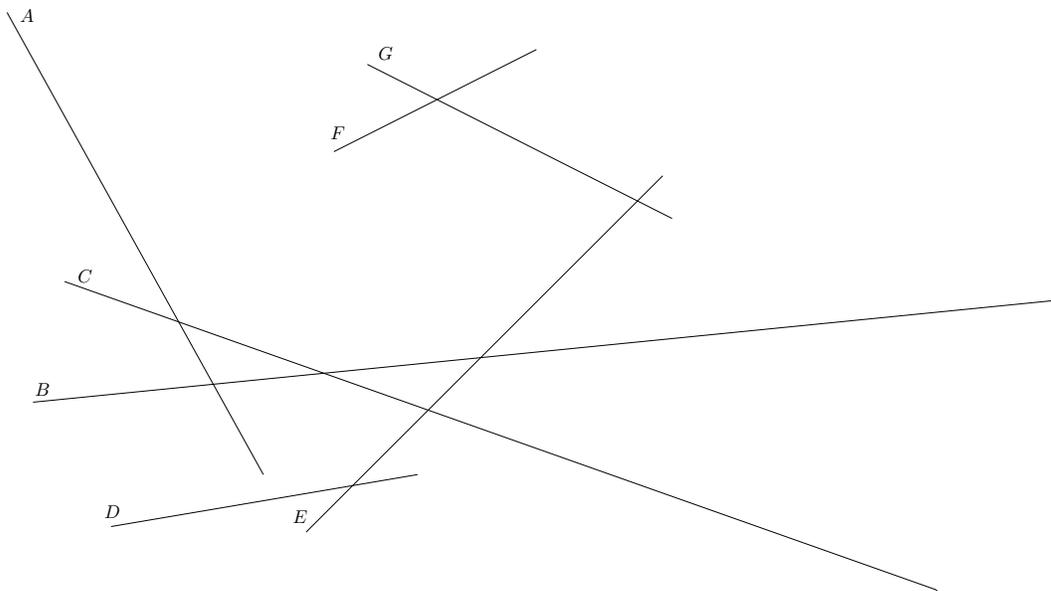
Aufgabe 1: Closest Pair mit Divide&Conquer

Beschreiben Sie, wie der Abstand eines dichtesten Punktepaars von n Punkten in der Ebene mit dem *Divide and Conquer*-Verfahren in Zeit $O(n \log n)$ bestimmt werden kann (Korrektheit und Laufzeit mit Begründung).

Aufgabe 2: Schnittpunkt von Liniensegmenten

Beschreiben Sie den in der Vorlesung besprochenen Sweep-Algorithmus zur Bestimmung der Schnittpunkte der unten abgebildeten Liniensegmente.

Geben Sie an, in welcher Reihenfolge die Schnittpunkte *bemerkt* und *berichtet* werden und wie die Sweep-Status-Struktur SSS zu jedem Zeitpunkt aussieht.



Aufgabe 3: Degenerierter Input

Für den in der Vorlesung besprochenen Sweep-Algorithmus zur Bestimmung der Schnittpunkte von Liniensegmenten wurden allgemeine Lage Annahmen vorausgesetzt.

Kann der Algorithmus auch für einen degenerierten Input angewendet werden?

Was muss dabei beachtet werden und wie muss er modifiziert werden?

Aufgabe 4: Wiegeprobleme

Algorithmen, die mit Schlüsselvergleichen oder dem linearen Modell arbeiten, sind eng verwandt mit folgenden Wiegeproblemen. Hierbei soll durch möglichst wenige vergleichende Wiegungen mit einer Balkenwaage aus n äußerlich gleichen Kugeln diejenige mit kleinstem Gewicht ermittelt werden.

- a) Es sei im Voraus nur bekannt, dass alle $n = 2^k$, $k \in \mathbb{N}$, Kugeln verschiedenes Gewicht haben. Pro Wiegung dürfen Sie nur das Gewicht zweier Kugeln miteinander vergleichen. Wie viele Wiegungen benötigen Sie dann im besten Fall und im schlimmsten Fall, um mit Sicherheit die leichteste Kugel zu bestimmen? Begründen Sie Ihre Aussagen genau!
- b) Es sei im Voraus bekannt, dass alle Kugeln das Gewicht 1 haben, bis auf eine Kugel mit Gewicht 0.5. Für die Gesamtzahl der Kugeln gelte diesmal $n = 3^m$, $m \in \mathbb{N}$.

Pro Wiegung dürfen Sie nun das Gesamtgewicht einer beliebigen Kugelmenge mit dem Gesamtgewicht einer beliebigen anderen Kugelmenge vergleichen. Wie viele Wiegungen benötigen Sie dann im besten Fall und im schlimmsten Fall, um mit Sicherheit die Ausreißerkugel zu bestimmen?

Für die Anzahl der Wiegungen im Worst-Case, $w(n)$, genügt eine asymptotische Angabe der Form $w(n) \in \Theta(f(n))$, wie zum Beispiel $w(n) \in \Theta(n \log n)$. Begründen Sie Ihre Aussagen genau!