

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1

6 Punkte

Im Beweis von Theorem 4.10 haben wir ausgenutzt, dass es eine Konstante τ gibt, die nur von k und der Metrik $\mathcal{M} = (M, d)$ abhängt, für die $d_T(DC_T(\sigma)) \leq k \cdot d_T(\text{OPT}_T(\sigma)) + \tau$ für jede Baummetrik $\mathcal{M}_T \in \mathcal{S}$ gilt. Zeigen Sie, dass diese Ungleichung für $\tau = 12k^2\Delta$ mit $\Delta = \max_{x,y \in M} d(x,y)$ erfüllt ist.

Aufgabe 10.2

6 Punkte

Zeigen Sie, dass der DC-Algorithmus **strikt** k -kompetitiv auf Bäumen ist, wenn er in derselben Konfiguration wie OPT startet und sich in dieser Konfiguration alle Server am selben Punkt befinden.

Aufgabe 10.3

6+6 Punkte

Wir betrachten das Online-Problem Two-Way-Trading, das sich von One-Way-Trading nur darin unterscheidet, dass wir zusätzlich die Option haben, Dollar zum aktuellen Wechselkurs zurück zu tauschen. Die auftretenden Wechselkurse liegen alle im Intervall $[m, M]$. Am Ende der Sequenz werden die übrigen Euro zum letzten Kurs in Dollar getauscht. Der Gewinn eines Algorithmus ist definiert durch die Anzahl der Dollar, die er am Ende besitzt.

- (a) Zeigen Sie, dass kein deterministischer Algorithmus, der m und M kennt, auf Sequenzen gerader Länge n einen besseren strikt kompetitiven Faktor als $r_2^*(m, M)^{n/2}$ erreicht.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass es ohne Einschränkung genügt, Algorithmen zu betrachten, die bei einem Wechselkurs von M alle Euro in Dollar und bei einem Wechselkurs von m alle Dollar in Euro tauschen.

- (b) Geben Sie einen deterministischen Algorithmus an, der auf Sequenzen der Länge n einen strikt kompetitiven Faktor von $r_\infty^*(m, M)^n$ erreicht, wenn er m und M kennt.

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst, wie der optimale Offline-Algorithmus arbeitet.