

## Übungszettel 6

### Aufgabe 6.1: Potenzmengenkonstruktion für NFAs

(4 Punkte)

Wir betrachten den NFA  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ , dessen Zustandsüberführungsrelation  $\delta$  durch folgende Tabelle gegeben ist:

$\delta$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$b$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$

- Konstruieren Sie aus dem NFA  $M$  mithilfe der Potenzmengenkonstruktion einen äquivalenten DFA  $M'$ .
- Geben Sie die Sprache an, die der NFA  $M$  entscheidet.

### Aufgabe 6.2: Anwendung des Pumping-Lemmas

(4 Punkte)

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  nicht regulär sind.

- $L_1 = \{a^i b^{2i} \mid i \in \mathbb{N}\}$
- $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \text{ und } i < j < k\}$
- $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ ist eine Zweierpotenz}\}$

### Aufgabe 6.3: Grenzen des Pumping-Lemmas

(4 Punkte)

Gegeben seien zwei Sprachen  $L_1 = \{0^k 1^\ell : k, \ell \geq 0\}$  und  $L_2 = \{1^k 0^\ell 1^\ell : k, \ell \geq 1\}$  über dem Alphabet  $\{0, 1\}$  sowie deren Vereinigung  $L = L_1 \cup L_2$ .

- Zeigen Sie, dass man mithilfe des Pumping-Lemmas nicht zeigen kann, dass es keinen DFA gibt, der die Sprache  $L$  entscheidet.  
*Hinweis: Zeigen Sie, dass Lemma 3.8 auch für die Sprache  $L$  gilt.*
- Zeigen Sie, dass die Sprache  $L$  nicht von einem DFA entschieden werden kann.

### Aufgabe 6.4: DFA Minimierung

(4 Punkte)

Wir betrachten den DFA  $M = (\{q_0, \dots, q_9\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ , dessen Zustandsüberföhrungsfunktion  $\delta$  durch die folgende Tabelle gegeben ist:

$\delta$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$	$q_8$	$q_9$
$a$	$q_4$	$q_3$	$q_2$	$q_3$	$q_8$	$q_2$	$q_8$	$q_7$	$q_0$	$q_7$
$b$	$q_1$	$q_6$	$q_8$	$q_6$	$q_3$	$q_0$	$q_5$	$q_5$	$q_3$	$q_1$

- Geben Sie einen DFA  $M_1$  mit höchstens 8 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie  $M$  entscheidet.
- Geben Sie einen DFA  $M_2$  mit höchstens 7 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie  $M$  entscheidet.
- Geben Sie einen DFA  $M_3$  mit höchstens 5 Zuständen an, der dieselbe Sprache wie  $M$  entscheidet.

*Hinweis:* Können Sie eine der Teilaufgaben lösen, dann müssen Sie die vorherigen Teilaufgaben nicht bearbeiten.