

## Übungszettel 5

### Aufgabe 5.1: Reguläre Grammatiken

(4 Punkte)

Geben Sie reguläre Grammatiken für die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$  an:

- Die Sprache aller Wörter, die maximal viermal die 1 enthalten.
- Die Sprache aller Wörter, bei denen keine zwei 0 hintereinanderstehen.

Vergessen Sie nicht, jeweils alle vier Komponenten zu definieren.

### Aufgabe 5.2: Deterministische endliche Automaten

(4 Punkte)

Geben Sie für die Sprachen in 1.a) und 1.b) jeweils einen DFA an. Auch hier bitte alle Komponenten angeben. Es genügt, für die Zustandsüberföhrungsfunktion einen Übergangsgraphen anzugeben.

Bedenken Sie, dass  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  eine Funktion ist, also *jedes* Tupel aus  $Q \times \Sigma$  auf einen Zustand abbildet.

### Aufgabe 5.3: DFA Konstruktion

(4 Punkte)

Gegeben seien zwei DFAs  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_0^1, F_1)$  und  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_0^2, F_2)$  über demselben Alphabet  $\Sigma$ .

- Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache  $L(M_1) \cup L(M_2)$  entscheidet.
- Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache  $L(M_1) \cap L(M_2)$  entscheidet.
- Konstruieren Sie einen DFA, der die Sprache  $\overline{L(M_1)} := \Sigma^* \setminus L(M_1)$  entscheidet.
- Es sei  $L$  eine Sprache, die von einem DFA entschieden wird. Gibt es dann auch für jede Teilmenge  $L' \subseteq L$  einen DFA, der  $L'$  entscheidet?

### Aufgabe 5.4: DFA und begrenzte Endzustände

(4 Punkte)

- Seien  $k \in \mathbb{N}$  eine (feste) Zahl und  $L \subseteq \{0, 1\}^k$  eine Sprache über dem Alphabet  $\{0, 1\}$ . Zeigen Sie, dass es einen DFA  $M$  gibt, der  $L$  entscheidet und höchstens einen akzeptierenden Zustand besitzt.
- Geben Sie eine feste Zahl  $k \in \mathbb{N}$  und eine reguläre Sprache  $L \subseteq \{0, 1\}^*$  an, die nur Wörter der Länge höchstens  $k$  enthält, sodass kein DFA mit höchstens einem akzeptierenden Zustand existiert, der  $L$  entscheidet, und zeigen Sie die geforderten Bedingungen.