

Übungszettel 2

Aufgabe 2.1: Wahrheitstabelle

(4 Punkte)

Geben Sie eine Aussage an, die aus den Aussagen A , B und C durch insgesamt höchstens 7 Konjunktionen, Disjunktionen und Negationen entsteht und die die rechts abgebildete Wahrheitstabelle erfüllt. Schaffen Sie es auch mit 6 Konjunktionen, Disjunktionen und Negationen?

A	B	C	?
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1

Aufgabe 2.2: Vollständige Induktion I

(4 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ und $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ gilt:

$$\sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

Aufgabe 2.3: Vollständige Induktion II

(4 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}^{\geq 1}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^n i \cdot 2^i = (n - 1)2^{n+1} + 2$$

Aufgabe 2.4: Quantoren

(4 Punkte)

a) Geben Sie folgende Aussagen mithilfe von Quantoren wieder.

(i) Für jede reelle Zahl x gilt: Wenn x rational ist, dann auch \sqrt{x} .

(ii) Für manche natürliche Zahlen $n \geq 3$ und ganze Zahlen x , y und z gilt $x^n + y^n = z^n$.

b) Negieren Sie die Aussagen aus Teilaufgabe a).