

# Methoden der Offline Bewegungsplanung für Roboter

## Mögliche Prüfungsfragen

Vorlesung von Elmar Langetepe WS 16/17

Beachtet bitte: Diese Liste hat keinen Anspruch auf Vollständigkeit! Manchmal werden auch konkrete Instanzen gefragt. Z.B.: Wie sieht der Sichtbarkeitsgraph dieser Szene aus? Oder: Wenden Sie die Spaltenreduktion auf diese Matrix an! Berechnen Sie den Squeeze-Plan für dieses Beispiel! Bestimmen Sie die ZAZ für diese Polynom!

### 1.1 Kürzeste Pfade in Umgebung mit polygonalen Hindernissen, punktförmiger Roboter

- Wie kann man den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten in einer Szene mit polygonalen Hindernissen berechnen?
- Wie hoch ist der Aufwand dafür mindestens, wenn die Umgebung insgesamt  $n$  Ecken hat?
- Ist dieser Weg immer eindeutig?
- Gibt es nur polynomiell viele kürzeste Wege?
- Was ist ein Sichtbarkeitsgraph und wie kann man diesen berechnen? Skizzieren Sie die folgenden Algorithmen und geben Sie die Laufzeit an:
  - a) naiv
  - b) einfacher Sweep
  - c) synchroner Sweep $O(n^2)$  mit Bearbeitungsreihenfolge  $R$ ,  
Dualität und Arrangement,  
Topologischer Sweep
- Wie lautet das Zonen-Theorem und wofür wird es benutzt?
- Beweisen Sie das Zonen-Theorem!
- Erläutern Sie die Idee des Dijkstra-Algorithmus an einem Beispiel.
- Erklären Sie die Idee der Shortest Path Map.

### 1.2 Kürzeste Pfade im Innern eines einfachen Polygons

- Wie kann man den kürzesten Weg von  $a$  nach  $b$  in einem Polygon berechnen? Wieviel Zeit kostet das mindestens?

- Erklären Sie die folgenden Ideen zur Berechnung des kürzesten Weges von  $a$  nach  $b$  in einem Polygon und erläutern Sie die Laufzeit:
  - a) naiv
  - b) Lee/Preparata (Dreiecke, Diagonalen)
  - c) Guibas/Hershberger  
balancierte hierarchische Triangulation,  
Baum dazu,  
Schichtengraph,  
Sanduhren
- Was ist eine balancierte hierarchische Triangulation? Was ist der Schichtengraph zu  $T$  und  $T^{\wedge}$ ?
- Welche Eigenschaften des Schichtengraphs sind wichtig?
- Was hat der Prä- und Postorderdurchlauf eines Baumes mit Wurzel mit dem Schichtengraph zu tun?
- Wie testet man schnell die Vorgängerrelation?
- Wie kann man schnell das Dreieck eines gegebenen Punktes lokalisieren?
- Was ist eine Sanduhr und wozu werden Sanduhren verwendet?

### 1.2.3 Geodätischer Durchmesser und monotone Matrizen

- Was ist der geodätische Durchmesser eines Polygons? Geben Sie die formale Definition an.
- Wie berechnet man den geodätischen Durchmesser eines Polygons?
- Was ist die Monge Eigenschaft einer Matrix? Was ist eine monotone Matrix?
- Wofür kann man die Monotonie einer Matrix verwenden? Erläutern Sie die Vorgehensweise zur Berechnung des Maximums.
- Schätzen Sie die Laufzeit des Verfahrens durch eine Rekursionsgleichung ab!
- Stellen Sie die monotone Matrix auf, die zur Berechnung des geodätischen Durchmessers verwendet wird.

### 1.2.4 Shortest Watchman Routes

- Was ist eine Shortest Watchman Route in einem einfachen Polygon?
- Welche Objekte müssen besucht werden?  
Was ist ein Visibility Cut?  
Was ist ein wesentlicher Cut?
- Welche Eigenschaft von SWR macht man sich gern zunutze?
- Beweisen Sie, dass eine SWR existiert, die die wesentlichen Cuts gemäß der Ordnung entlang des Randes besucht.
- Skizzieren Sie das Verfahren zur Berechnung einer SWR:
  - a) Triangulation
  - b) Geeignete wesentliche Segmente auswählen
  - c) Aufklappen (Roll-Out)
  - d) Kürzester Weg von  $s$  nach  $s'$

- Was ist der Vorteil von Achsenparallelität?  
Was ist ein Corner?
- Beschreiben Sie das Touring Polygon Problem. Warum ist das allgemeine TPP eine Instanz des SWR Problems?
- Erklären Sie die Begriffe der Full Combinatorial Shortest Path Map und der Last Step Shortest Path Map. Schätzen Sie die jeweilige Komplexität ab.
- Erklären Sie, wie mit Hilfe der Sequenz der Last Step Shortest Path Maps eine Anfrage durchgeführt wird. Wie hoch ist die Laufzeit?
- Wie baut man die Sequenz der Last Step Shortest Path Maps auf, wieviel Zeit kostet das?

### 1.3 Kürzeste Wege im Raum

- Was ist zur Berechnung eines kürzesten Weges in 3D von a nach b unter h Polyedern zu tun?  
Welcher Aufgabenteil ist dabei bereits NP-hart?
- Skizzieren Sie die Idee der Reduktion von 3-SAT auf die Bestimmung der Kantenreihenfolge.
- Erklären Sie die Bestandteile:  
Verdoppler  
Mischer  
Literalfilter  
Klauselfilter
- Setzen Sie diese richtig zusammen.

### 1.4 Kürzeste Wege auf der Oberfläche eines Polyeders

- Wie kann der kürzeste Weg von a nach b auf einem Polyeder verlaufen? Erklären Sie die lokalen Eigenschaften.
- Was ist der Unterschied zwischen einem geodätischen und einem kürzesten Pfad?
- Skizzieren Sie den Algorithmus von MMP zur Berechnung aller kürzesten Wege von s aus.  
Schätzen Sie die Laufzeit ab.
- Was ist ein Optimalitätsintervall?
- Skizzieren Sie die Idee des Continuous Dijkstra.  
Was ist innerhalb eines Dreieckes noch zu berechnen?  
Wie lokalisiert man schnell die Region eines Punktes?

### 2.1 Kollisionsfreie Bahnen konvexer Roboter

- Was ist die Minkowski Summe zweier Polygone?
- Welche Komplexität hat das Ergebnis der Minkowski Summe zweier Polygone:

a) beide konvex

b) eins konvex

c) beide nicht konvex

Geben Sie eine Skizze des Beweises der  $O$ -Notation.

Geben Sie Beispiele für  $\Omega$  an.

- Was hat die Minkowskisumme mit der Translationsbewegung von polygonalen Robotern in polygonalen Umgebungen zu tun?  
Was ist ein Konfigurationsraumhindernis?
- Erläutern und beweisen Sie:  $CP_i = P_i + (-R(0,0))$
- Was ist der Konfigurationsraum und was ist der Arbeitsraum?  
Was ist der Raum der freien (verbotenen) Platzierungen?  
Wie berechnet man diesen?
- Was sind Pseudokreise?
- Welche Eigenschaft von Pseudokreisen interessiert uns besonders?
- Skizzieren Sie den Algorithmus zur Berechnung eines kürzesten Pfades von a nach b eines polygonalen Roboters in einer polygonalen Umgebung durch reine Translationsbewegungen.
- Welche Komplexität hat der Konfigurationsraum bei reinen Translationsbewegungen konvexer Roboter? Beweisen Sie diese Komplexität!
- Schätzen Sie den Divide und Conquer Ansatz ab.

## 2.2 Reine Translationsbewegungen für beliebige Roboter

- Welche Komplexität hat der Raum der freien Platzierungen, wenn der Roboter nicht konvex ist? Begründung?
- Warum berechnet man nicht den gesamten Raum der freien Platzierungen sondern nur die Zusammenhangskomponente, die den Startpunkt enthält?
- Wodurch wird der Raum der freien Platzierungen eingeschränkt?
- Erläutern Sie den Red-Blue Merge
  - a) Welche Aufgabe wird gelöst?
  - b) Welche Laufzeit hat das Verfahren?
  - c) Preprocessing
  - d) Sweep zur Berechnung der Teilzellen
- Skizzieren Sie den Beweis zur Aussage der Komplexität einer Zelle in einem Arrangement von  $n$  Kurvenstücken, von denen sich zwei nur jeweils  $s$  mal schneiden.
- Erläutern Sie, wie sich in Theorem 2.20 die Laufzeit aus Teilergebnissen zusammensetzt. Das Theorem besagt, dass wir die Zelle eines Punktes  $p$  in einem Arrangement von  $n$   $y$ -monotonen Bögen, von denen sich je zwei nur  $s$  mal schneiden, in Zeit  $O(\lambda_{s+2} \log^2 n)$  berechnen können.
- Welche Konsequenz für das Roboternavigationsproblem der Translation eines nicht-konvexen Roboters ergibt sich aus der obigen Aussage?
- Geben Sie weitere Anwendungen der obigen Aussage (Theorem 2.20) an.
- Was ist eine Davenport-Schinzel-Sequenz der Ordnung  $s$ ? Geben Sie ein Beispiel an! Geben Sie typischen Längen  $\lambda_s(n)$  dieser Sequenzen an.

- Welche Anwendung der DSS machen wir uns für die Bewegungsplanung zu nutze?

## 2.3 Translation und Rotation für konvexe Roboter

- Welche Komplexität hat diese Aufgabe mindestens? Wie kann man das beweisen?
- Wie kann man sich den Raum der freien Platzierungen bildlich vorstellen? Was ist das Problem bei der Erweiterung auf Rotationsbewegungen?
- Warum betrachten wir eigentlich konvexe Roboter für diese Aufgabe?
- Was ist eine kritische Platzierung? Wieviele solcher Platzierungen können existieren? Begründung!
- Skizzieren Sie, wie man alle kritischen Platzierungen findet:
  - a) Diejenigen  $(O_1, O_2, O_3)$ , die die Beschränktheitsbedingung erfüllen
  - b) Diejenigen  $(O_1, O_2, O_3)$ , die die Beschränktheitsbedingung nicht erfüllen
- Erläutern Sie den Begriff  $O_1$  beschränkt  $O_2$  und erklären Sie die Bedeutung eines Arrangements  $A(O_1)$ .
- Wieviele Schnittpunkte können zwei Funktionen  $f_{\{O_1 O_2\}}$  und  $f_{\{O_1 O_2\}}$  höchstens haben? Begründung?
- Erläutern Sie die Begriffe Knotengraph und Kantengraph. Was muss gewährleistet sein, damit wir mit dem Kantengraph die Planung eines kollisionsfreien Weges durchführen können?
- Welche Ereignisse können bei der Aktualisierung des Knotengraphen auftreten?
- Was ist der Unterschied zwischen kritischen Platzierungen und kritischen Orientierungen? Geben Sie die Typen der kritischen Orientierungen an.
- Beschreiben Sie die Planung eines kollisionsfreien Weges mit dem Kantengraph.
- Beschreiben Sie, wie die tatsächlichen kritischen Orientierungen zur Erstellung des Kantengraphens der Komponente  $Z_s$  des Startpunktes herausgefiltert werden kann.
- Wie können wir unfreie kritische Orientierungen aus den kritische Orientierungen herausfiltern?

## 3. Bewegungsplanung für allgemeine Systeme

- Welche untere Schranke gibt es für das Bahnplanungsproblem für allgemeine Systeme?
- Was bedeutet es, dass Bahnplanungsprobleme im Allgemeinen “effektiv aber nicht effizient” gelöst werden können? Erläutern Sie diese Aussage!
- Geben Sie den Beweis der Reduktion von Partition an und erläutern Sie warum das allgemeinen Bahnplanungsproblem NP-hard ist.
- Was ist die Theorie der reellen Zahlen?
- Beschreiben Sie formal eine semi-algebraische Menge!
- Wie kann man einen Konfigurationsraum prinzipiell beschreiben!
- Definieren Sie den Begriff P-invariante zylindrische algebraische Zerlegung!
- Geben Sie eine ZAZ für das folgende Polynom an! Wie geht man dabei vor?

- Wie funktioniert die allgemeine Konstruktion einer ZAZ?
- Warum ist die Theorie der reellen Zahlen entscheidbar? Skizzieren Sie den Beweis für diese Aussage! Welche Laufzeiten können Sie angeben?
- Warum ist ein allgemeines Bahnplanungsproblem im Prinzip entscheidbar! Skizzieren Sie die Vorgehensweise in der Argumentation!
- Wie kann man eine semi-algebraische Menge von Quatoren befreien? Beschreiben Sie das Verfahren!

#### **4. Roboter in der Fertigungstechnik**

- Was ist ein Parallel Jaw Gripper und welche Aufgabe wollen wir damit lösen?
- Erläutern Sie die Anwendung einer Planes A auf das Werkstück.
- Erläutern Sie die Begriffe:
  - a) Diameter Funktion (Skript: Durchmesserfunktion)
  - b) Squeeze Funktion (Skript: Greiffunktion)
  - c) s-Intervall
  - d) s-Image
- Was bedeutet "bis auf Symmetrie" eindeutig orientiert?
- Erläutern Sie den Algorithmus zur Bestimmung des optimalen Squeeze-Planes und erklären Sie die Idee, die dabei verwendet wird.
- Beweisen Sie die Korrektheit und die Vollständigkeit des optimalen Squeezeplans.
- Wie ändert sich die Aufgabenstellung, wenn die Schiebebewegung bezüglich des Schwerpunktes mitberücksichtigt wird?
- Wie ist die Radiusfunktion und die Pushfunktion definiert!
- Wie muss der Algorithmus für eine kombinierte Schiebe- und Greiffaktion angepasst werden?