

Aufgabe 49: Eigenschaften regulärer Sprachen

In dieser Aufgabe sollen Abgeschlossenheitseigenschaften regulärer Sprachen bewiesen werden. Seien im folgenden L und L' Sprachen über einem Alphabet Σ . Zeigen Sie:

- a) Wenn L regulär ist, dann ist auch $\bar{L} := \Sigma^* \setminus L$ regulär, d. h. die regulären Sprachen sind abgeschlossen bezüglich der Komplementbildung.
- b) Wenn L und L' regulär sind, dann ist auch $L \cap L'$ regulär, d. h. die regulären Sprachen sind abgeschlossen bezüglich der Durchschnittsbildung.
- c) Wenn L und L' regulär sind, dann ist auch $L \setminus L'$ regulär, d. h. die regulären Sprachen sind abgeschlossen bezüglich der Differenzmengenbildung.
- d) Die Abgeschlossenheitseigenschaften erleichtern Beweise, dass bestimmte Sprachen nicht regulär sind. Wir geben nun hierzu ein Beispiel. Beginnen Sie mit der Tatsache, dass die Sprache

$$L_1 = \{a^m b^m \mid m \in N_0\}$$

nicht regulär ist. Beweisen Sie unter Zuhilfenahme von (a) – (c), dass die Sprache

$$L_2 = \{a^i b^j \mid i \neq j \text{ mit } i, j \in N_0\}$$

nicht regulär ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 50: Zustandsdiagramme

- a) Geben Sie das *vollständige* Zustandsdiagramm eines nichtdeterministischen endlichen Automaten an, der Worte aus $\{a, b\}^*$ akzeptiert, falls das drittletzte Zeichen ein b ist.
- b) Geben Sie das *vollständige* Zustandsdiagramm für einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten an.

Aufgabe 51: Pumping-Lemma für reguläre Mengen

Für einen Vektor $x = x_n \dots x_0 \in \{0, 1\}^{n+1}$ bezeichne $Num(x)$ die durch x dargestellte Zahl, d. h. $Num(x) = \sum_{i=0}^n x_i 2^i$. Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas für endliche Automaten (Lemma 54 aus dem Skript), dass die Sprache

$$L = \{x_n \dots x_0 y_n \dots y_0 z_n \dots z_0 \in \{0, 1\}^{3(n+1)} \mid Num(x) + Num(y) = Num(z)\}$$

nicht regulär ist, wobei $x = x_n \dots x_0$, $y = y_n \dots y_0$ und $z = z_n \dots z_0$ (L ist sozusagen die Sprache der korrekten Binäraddition).

Bitte wenden!

Aufgabe 52: Minimierung eines deterministischen Automaten

Minimieren Sie den folgenden deterministischen endlichen Automaten M : Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$, Zustandsmenge $Q = \{1, \dots, 10\}$, Anfangszustand $q_0 = 1$, akzeptierende Zustände $F = \{8\}$, und Übergangsfunktion δ wie in folgender Tabelle definiert, wobei q den aktuellen Zustand bezeichnet und q' den Folgezustand. M ist auch in Abbildung 1 dargestellt.

q	q'	
	a	b
1	6	5
2	2	4
3	8	1
4	7	3
5	2	4
6	7	2
7	1	2
8	8	7
9	10	5
10	10	3

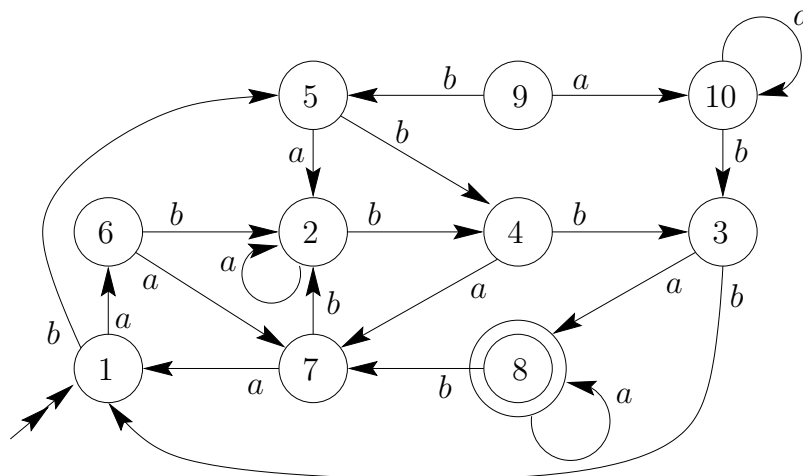


Abbildung 1: Minimieren Sie diesen Automaten.

Bitte wenden!

Aufgabe 53: Von einer Grammatik erzeugte Sprache

Gegeben folgende Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Beweisen Sie, dass die Grammatik die Sprache aller Palindrome über dem Alphabet Σ definiert.

Es sei $V = \{S\}$, und P enthalte die Regeln $S \rightarrow \epsilon, 0, 1, 0S0, 1S1$.

Ein Palindrom ist ein Wort, das vorwärts und rückwärts gelesen identisch ist.

Aufgabe 54: Reguläre Grammatiken

Geben Sie reguläre Grammatiken für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an und begründen Sie, dass die Sprachen auch tatsächlich von diesen regulären Grammatiken erzeugt werden.

- a) Die Menge der Wörter, bei denen benachbarte Bits nicht übereinstimmen.
- b) Die Menge der Wörter, deren Anzahl Nullen durch 5 teilbar ist.