

Methoden der Offline-Bewegungsplanung, WS 2013/2014
Aufgabenblatt 2
Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

Die Lösungen können bis 30. Oktober 2013, 14:30 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang im kleinen Raum auf der linken Seite). Bei jeder Aufgabe sind 4 Punkte erzielbar. Abgabe in festen Gruppen von 2 Personen ist erlaubt.

3 Dualität

Betrachte die Dualisierung

$$p = (p_x, p_y) \mapsto p^* := \{ Y = p_x X - p_y \}$$

und

$$l = \{ Y = mX + b \} \mapsto l^* := (m, -b).$$

Wie in der Vorlesung beschrieben, ist die Dualisierung eine ordnungserhaltende Abbildung von geometrischen Objekten untereinander. Das wollen wir uns hier genauer ansehen und betrachten die Lage von Punkten und Geraden zueinander im Dualen und im Primalen. Beweisen Sie formal:

1. p liegt auf l genau dann, wenn l^* auf p^* liegt.
2. p liegt oberhalb von l genau dann, wenn l^* oberhalb von p^* liegt.
3. Drei Punkte p , q und r sind kollinear genau dann, wenn p^* , q^* und r^* einen gemeinsamen Schnittpunkt haben.

4 Cutting-Theorem

1. Zeigen Sie, dass in jeder Triangulation eines einfachen Polygons mit n Ecken eine Diagonale existiert, so dass auf jeder Seite mindestens $\lceil \frac{n}{3} - 1 \rceil$ Dreiecke liegen. (Hinweis: Nutze die Baumstruktur des dualen Graphen aus!)
2. Entwerfen Sie ein Beispiel, in dem die Diagonale aus Teil (i) eindeutig ist.

5 Triangulationen kennenlernen

Eine Triangulation eines einfachen Polygons P besteht aus einer maximalen Menge von Diagonalen, d.h. kreuzungsfreien Liniensegmenten im Inneren von P zwischen zwei Ecken von P . Beweise folgende Aussagen oder widerlege sie durch ein Gegenbeispiel:

1. Zu jeder *reflexen* Ecke v von P (Ecke, deren Innenwinkel $> \pi$ ist) läßt sich eine Diagonale mit v als Endpunkt finden.
2. Zu jeder Ecke von P läßt sich eine Diagonale finden.
3. Jedes einfache Polygon läßt sich so triangulieren, daß jedes Dreieck höchstens zwei Nachbardreiecke hat.
4. Jedes einfache Polygon läßt sich triangulieren.
5. Jede Triangulation eines einfachen Polygons hat gleich viele Dreiecke und Diagonalen.