

Offline Bewegungsplanung: Translation und Rotation

Elmar Langetepe
University of Bonn

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung
- Beweis Komplexität

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung
- Beweis Komplexität
- Berechnen!

Beschränken: Def. 2.33

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt,

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode:

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode: weniger Paare als Tripel

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode: weniger Paare als Tripel
- Funktionen aufbauen

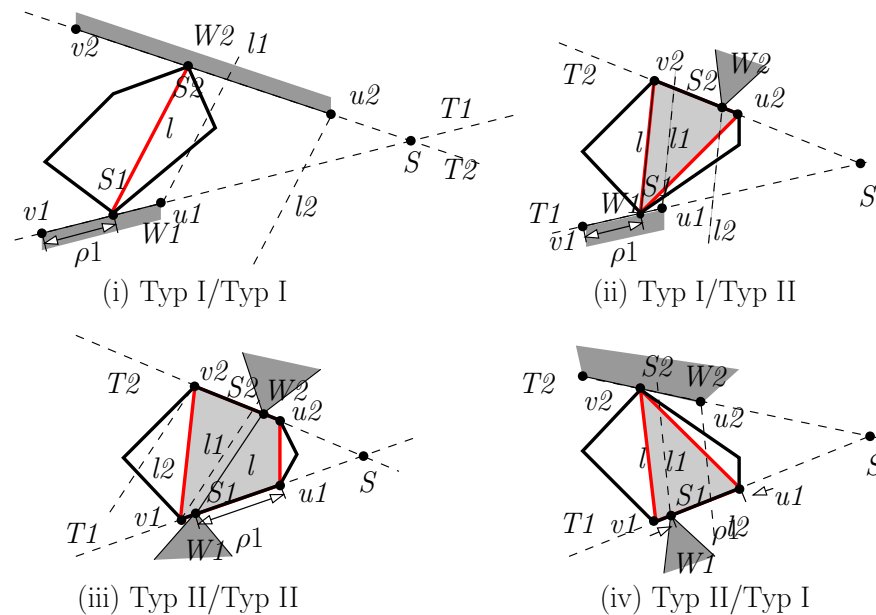
Beschränken: Def. 2.33

Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ

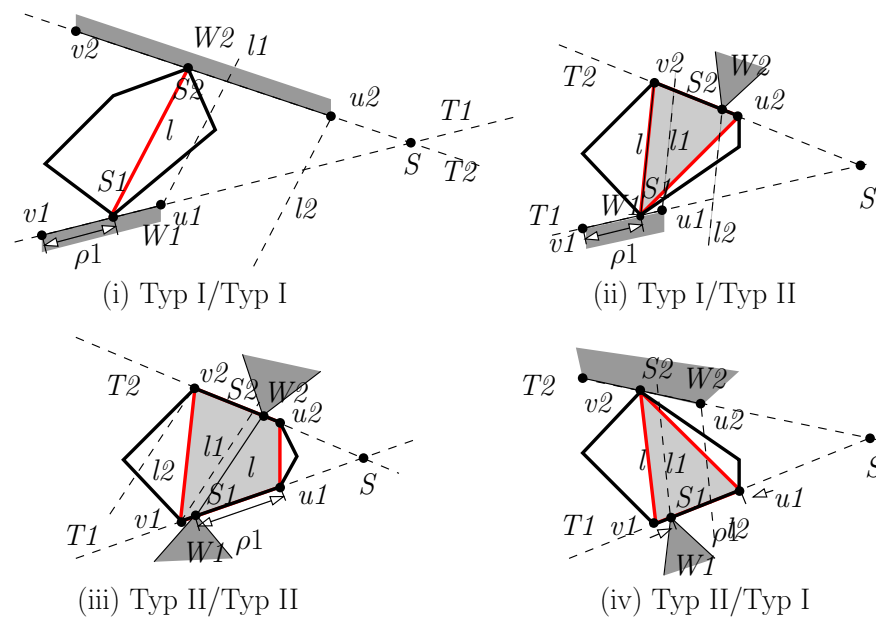
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten



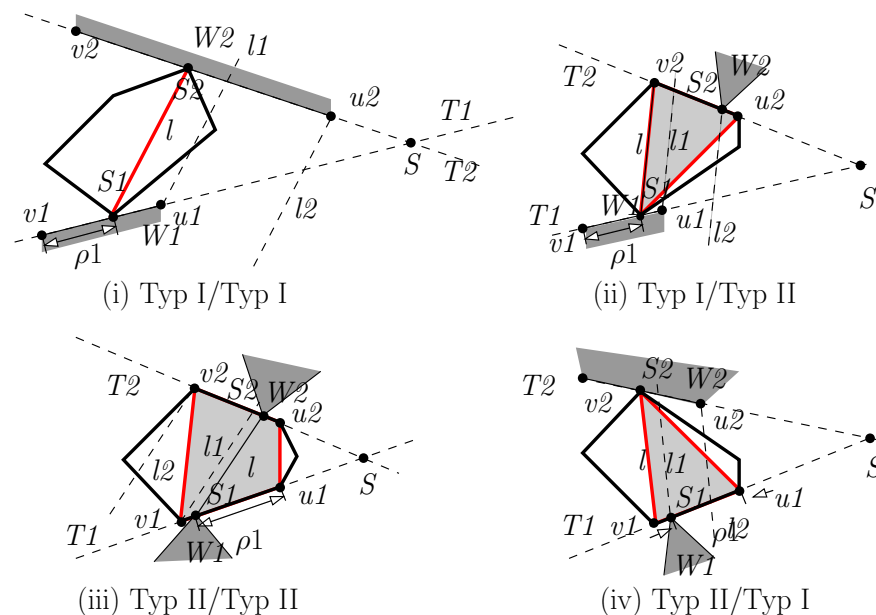
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!



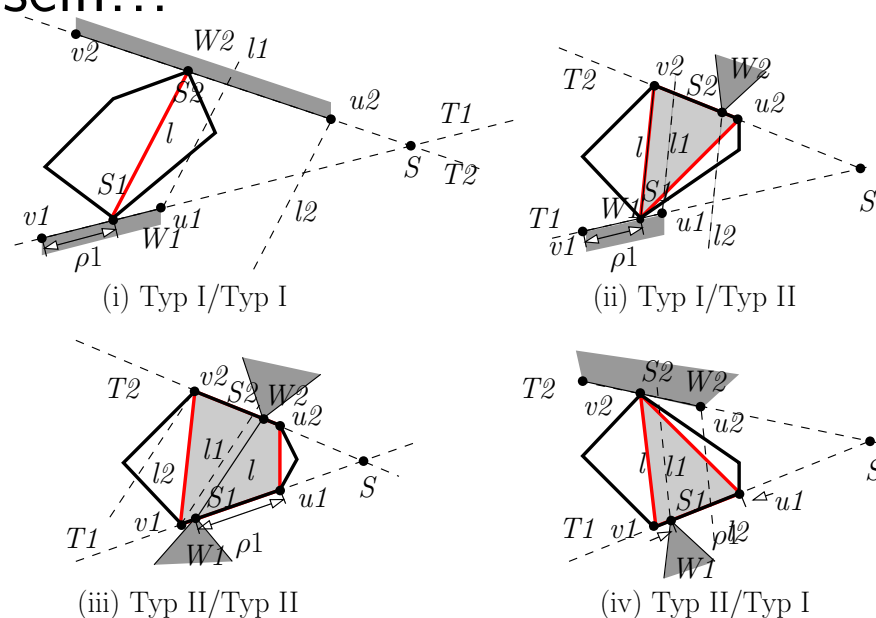
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke



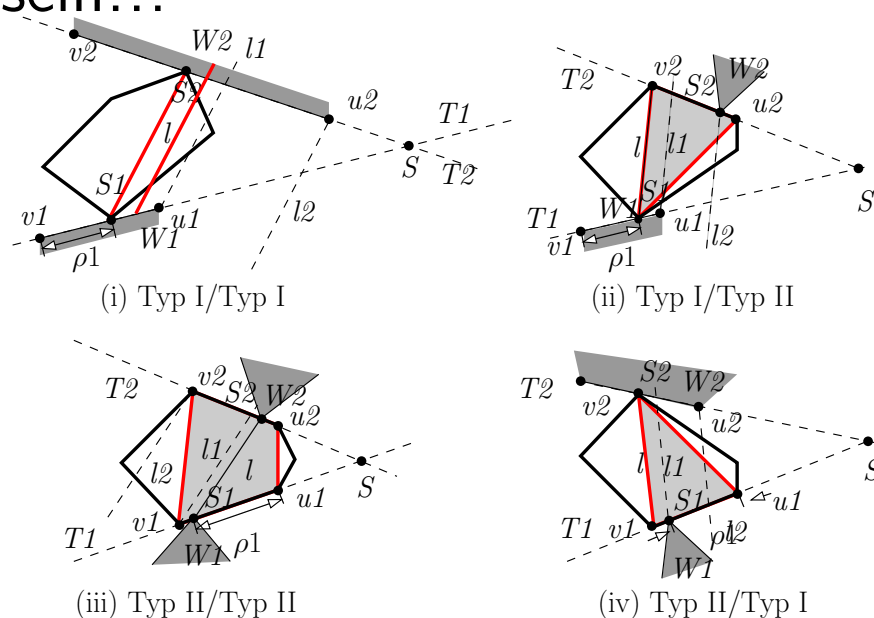
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



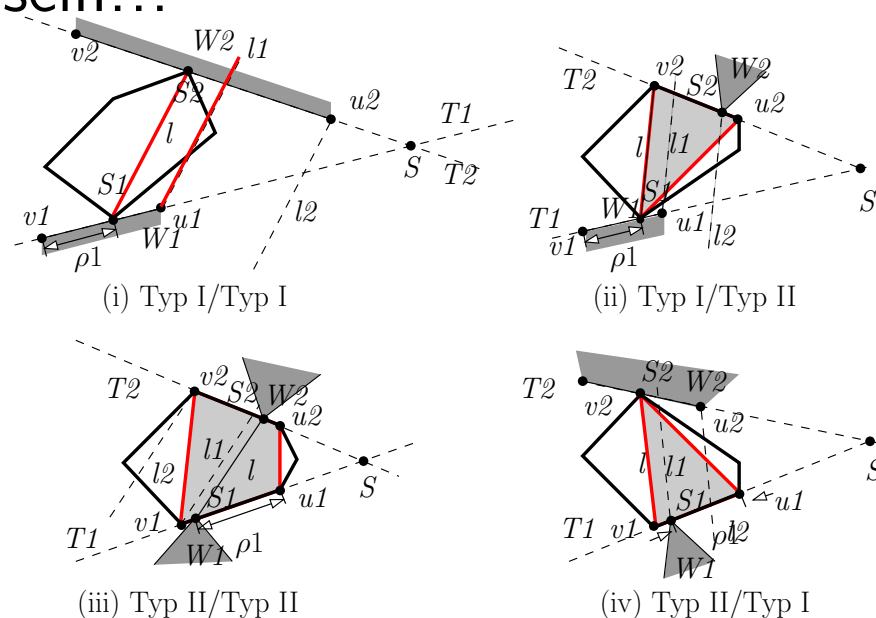
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



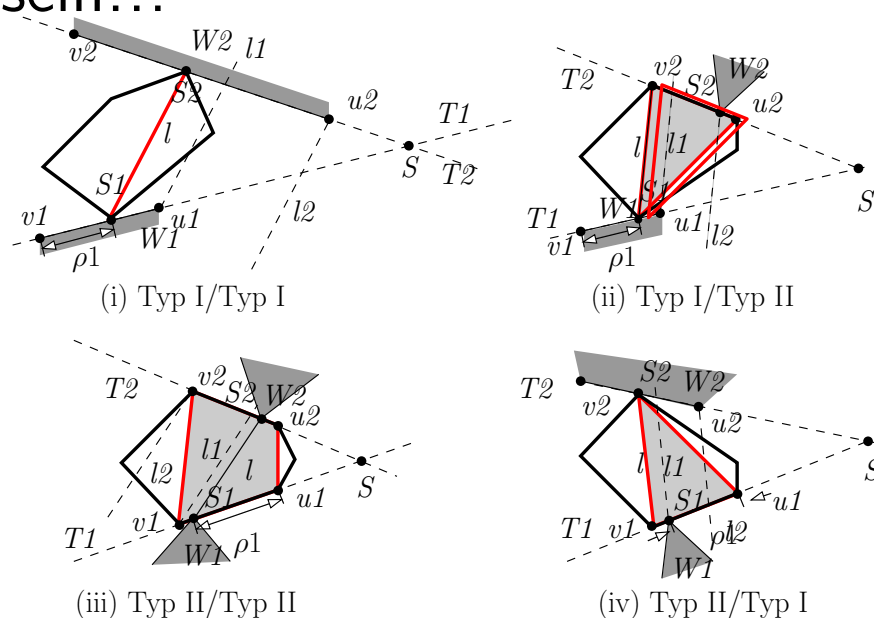
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



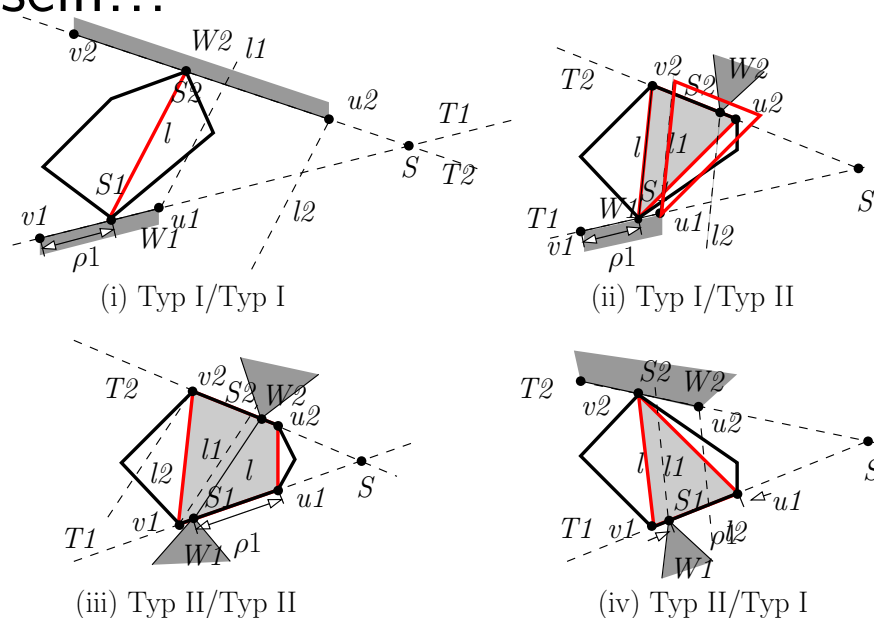
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



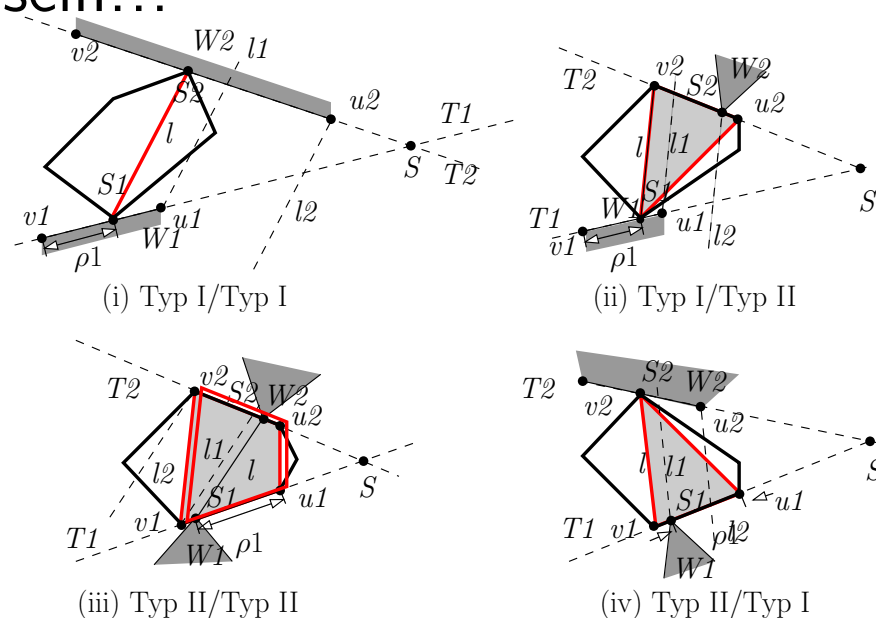
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



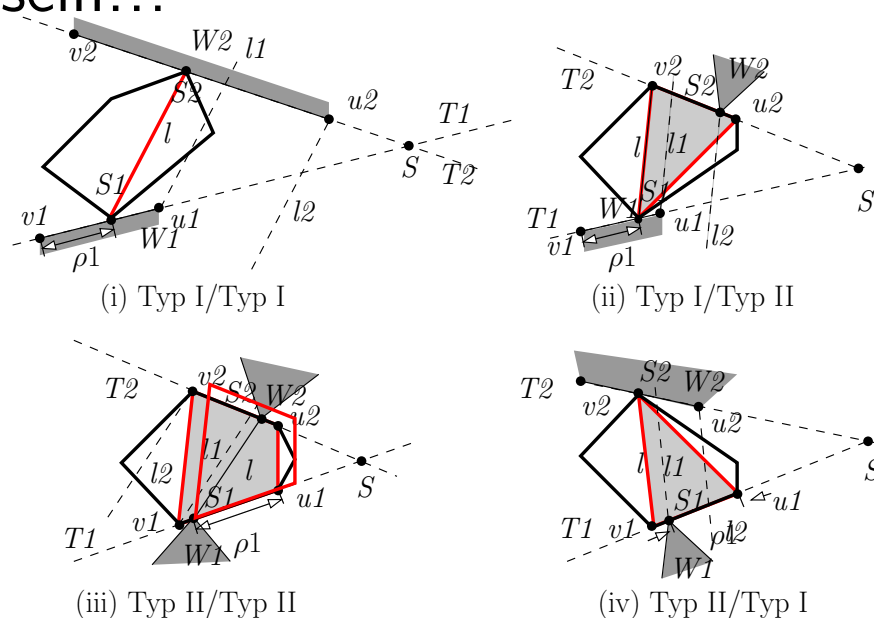
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



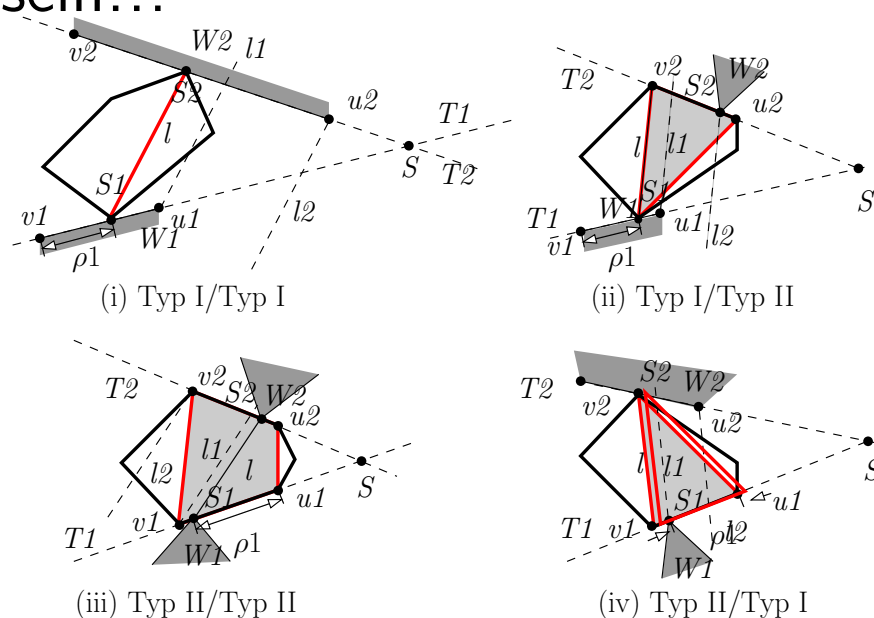
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



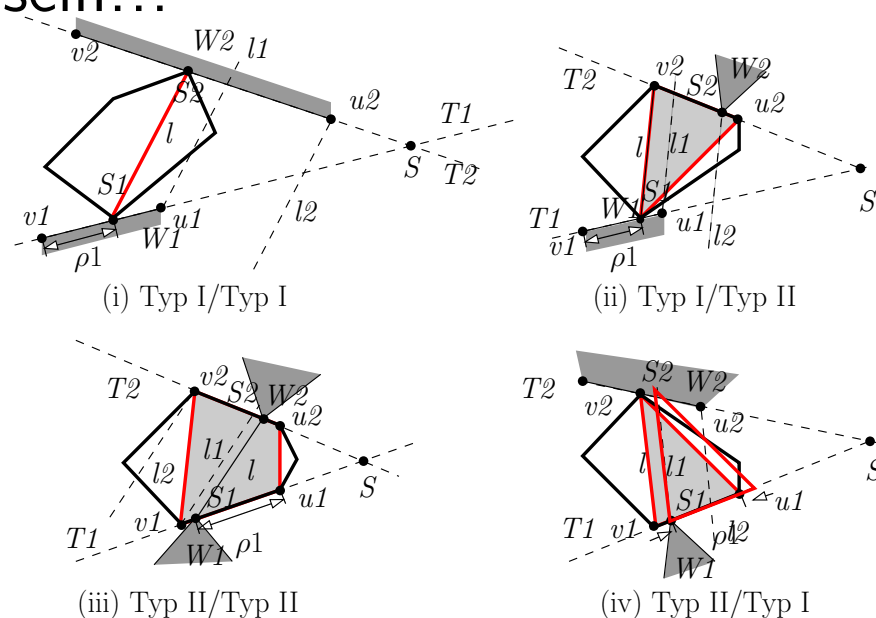
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



Beschränken: **Lem. 2.34**

Beschränken: **Lem. 2.34**

- Kontaktpaare $O_1 = (W_1, S_1)$, $O_2 = (W_2, S_2)$

Beschränken: **Lem. 2.34**

- Kontaktpaare $O_1 = (W_1, S_1)$, $O_2 = (W_2, S_2)$
- Kontakt bei Θ

Beschränken: **Lem. 2.34**

- Kontaktpaare $O_1 = (W_1, S_1)$, $O_2 = (W_2, S_2)$
- Kontakt bei Θ
- O_1 beschränkt O_2 oder

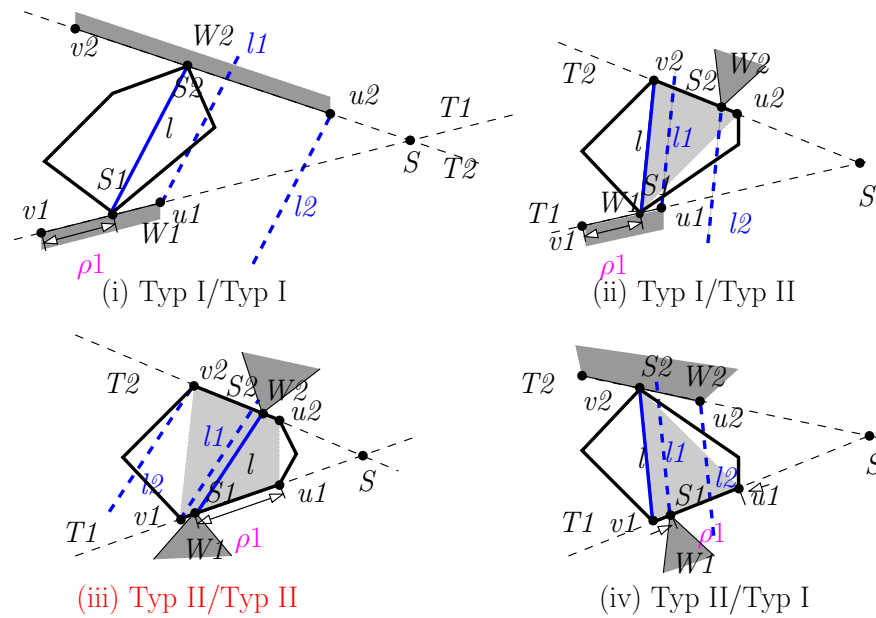
Beschränken: **Lem. 2.34**

- Kontaktpaare $O_1 = (W_1, S_1)$, $O_2 = (W_2, S_2)$
- Kontakt bei Θ
- O_1 beschränkt O_2 oder
- O_2 beschränkt O_1

Beschränken: **Lem. 2.34**

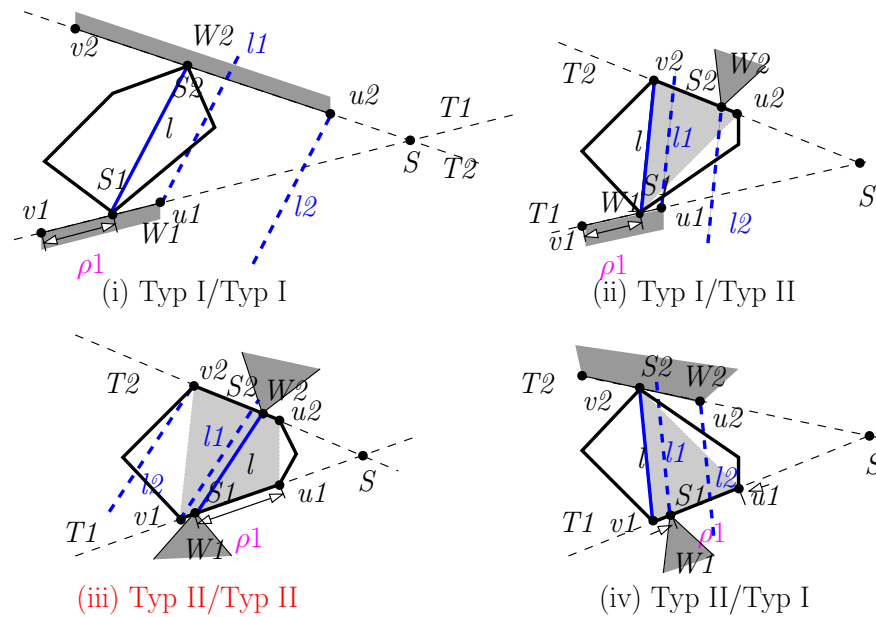
- Kontaktpaare $O_1 = (W_1, S_1)$, $O_2 = (W_2, S_2)$
- Kontakt bei Θ
- O_1 beschränkt O_2 oder
- O_2 beschränkt O_1
- Beweis!!!

Beweis: Lem. 2.34



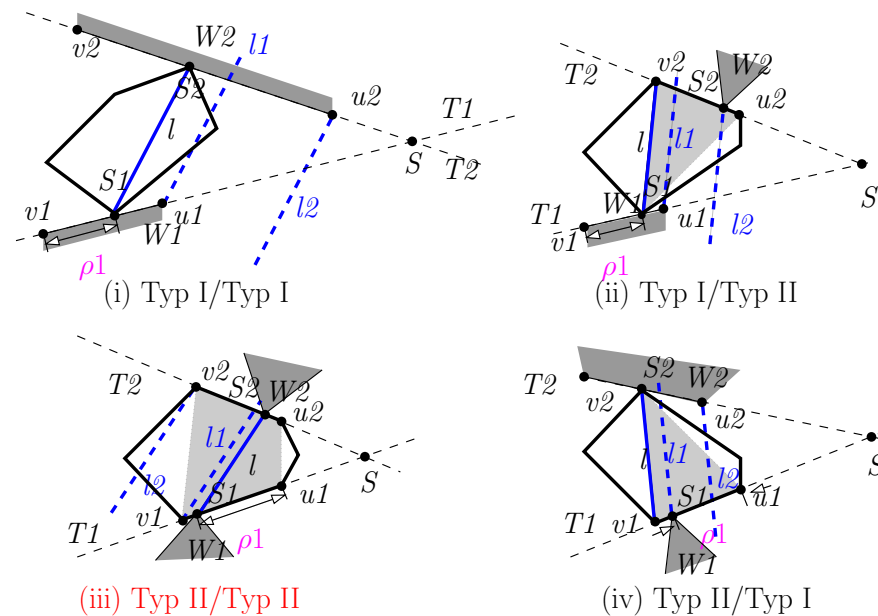
Beweis: Lem. 2.34

- O_1 beschränkt O_2 oder O_2 beschränkt O_1



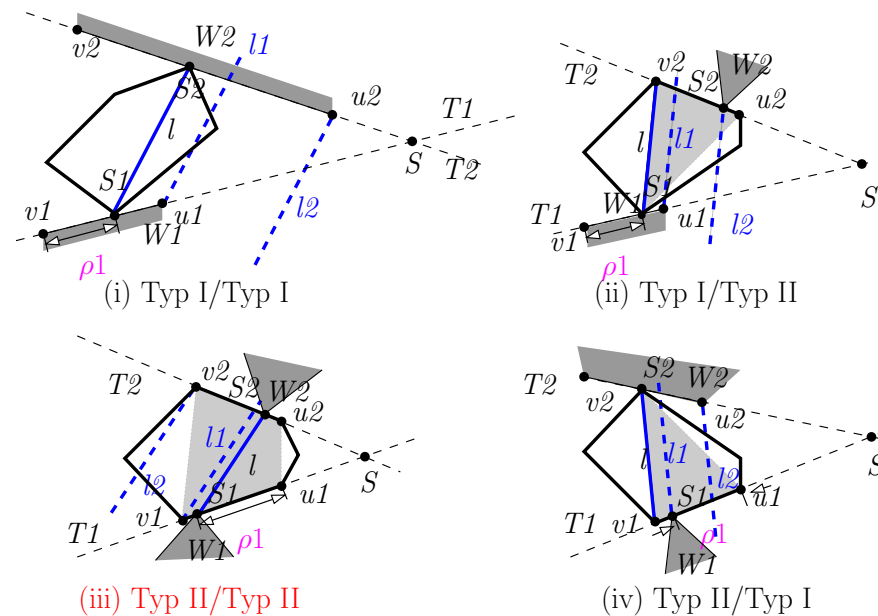
Beweis: Lem. 2.34

- O_1 beschränkt O_2 oder O_2 beschränkt O_1
- Fallunterscheidungen: Verschieben!



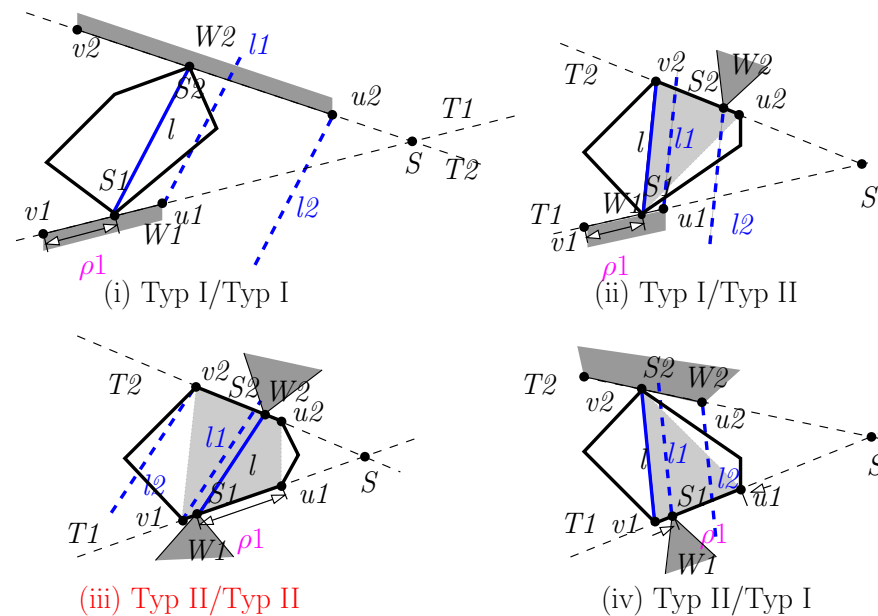
Beweis: Lem. 2.34

- O_1 beschränkt O_2 oder O_2 beschränkt O_1
- Fallunterscheidungen: Verschieben!
- Endpunkte v_1, v_2, u_1, u_2 in Richtung s



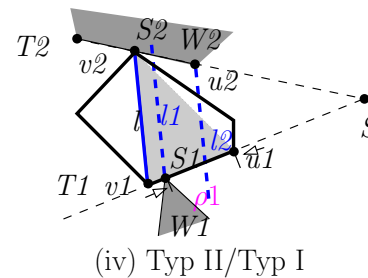
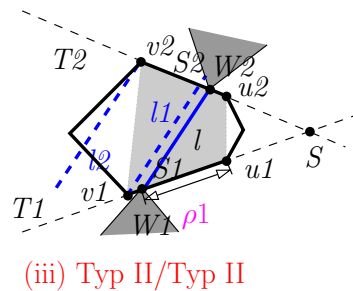
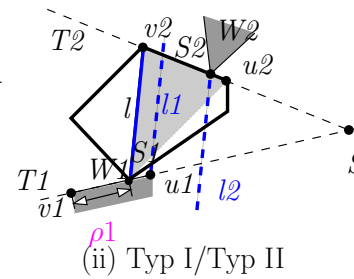
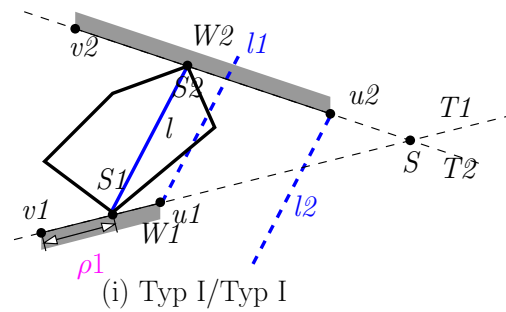
Beweis: **Lem. 2.34**

- O_1 beschränkt O_2 oder O_2 beschränkt O_1
- Fallunterscheidungen: Verschieben!
- Endpunkte v_1, v_2, u_1, u_2 in Richtung s
- i) l_1 schneidet W_2 oder l_2 schneidet W_1



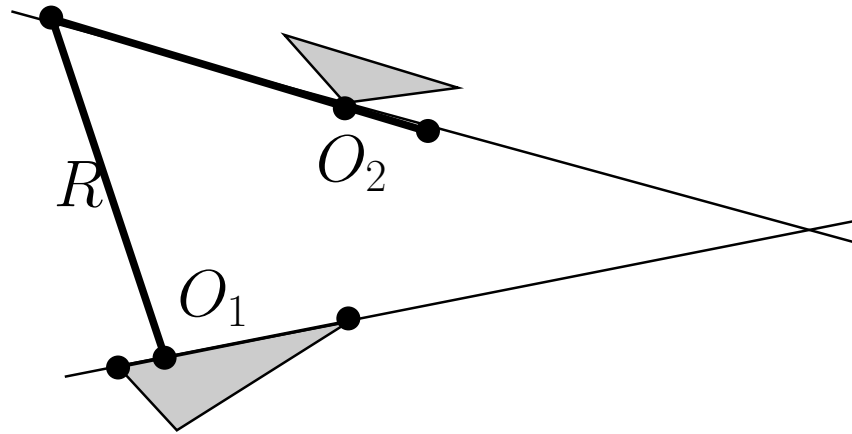
Beweis: Lem. 2.34

- O_1 beschränkt O_2 oder O_2 beschränkt O_1
- Fallunterscheidungen: Verschieben!
- Endpunkte v_1, v_2, u_1, u_2 in Richtung s
- i) l_1 schneidet W_2 oder l_2 schneidet W_1
- Funktionswert ρ für den Winkel!

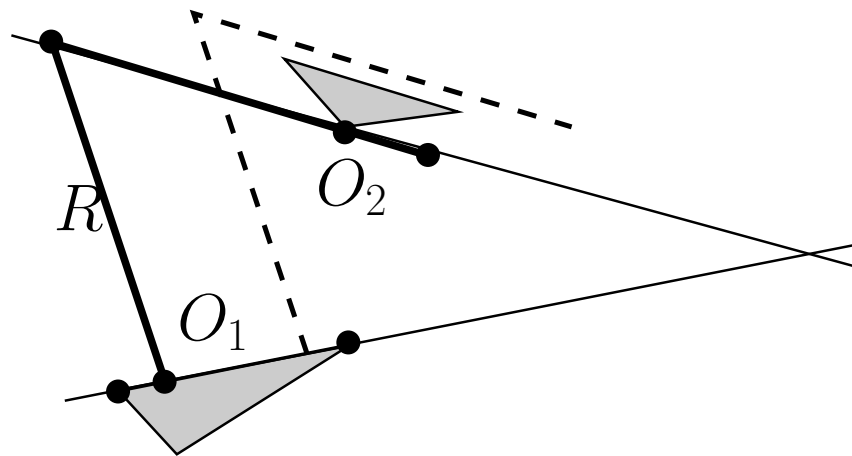


Konvexität geht ein!!

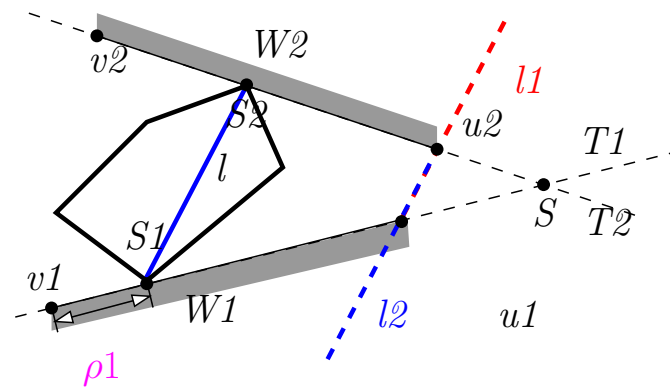
Konvexität geht ein!!



Konvexität geht ein!!



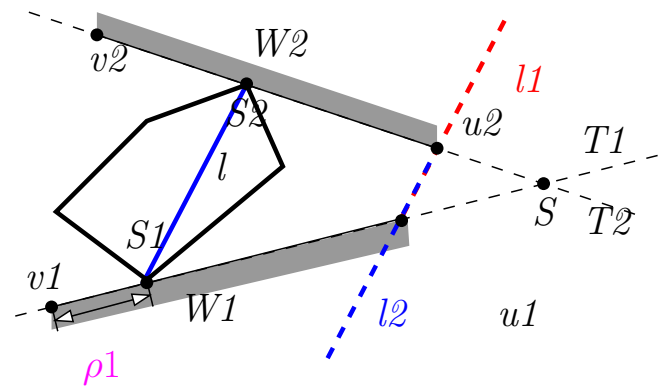
Besonderheit: Bem. 2.35



(i) Typ I/Typ I

Besonderheit: Bem. 2.35

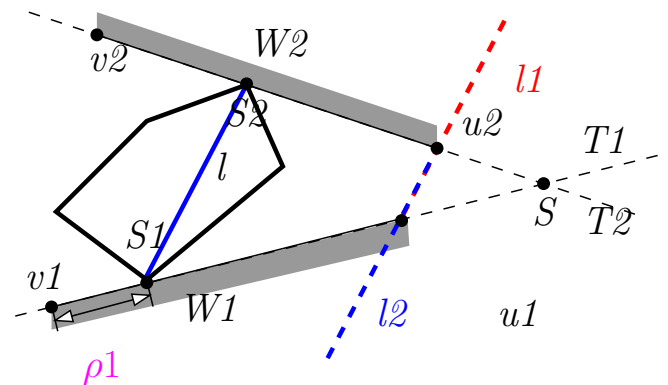
- Orientierung Θ bei der die Aussage wechselt



(i) Typ I/Typ I

Besonderheit: Bem. 2.35

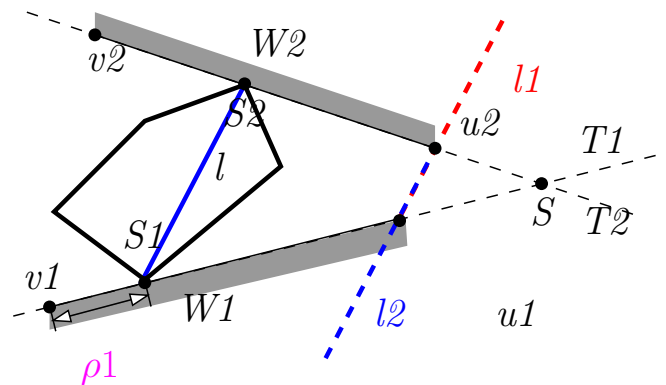
- Orientierung Θ bei der die Aussage wechselt
- O_1 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 bei Θ



(i) Typ I/Typ I

Besonderheit: Bem. 2.35

- Orientierung Θ bei der die Aussage wechselt
- O_1 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- Definition *Beschränken* leicht abwandeln

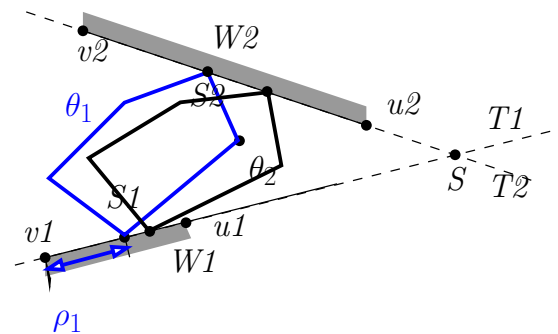


(i) Typ I/Typ I

Funktionen und ihre Bedeutung

Funktionen und ihre Bedeutung

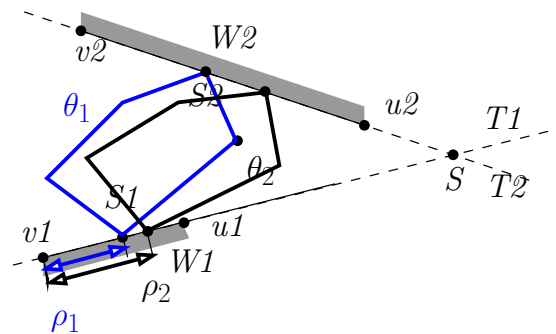
- Def.-bereich: $\Pi_{O_1 O_2} := \{ \theta | O_2 \text{ beschränkt } O_1 \text{ bei Winkel } \theta \}$.



(i) Typ I/Typ I

Funktionen und ihre Bedeutung

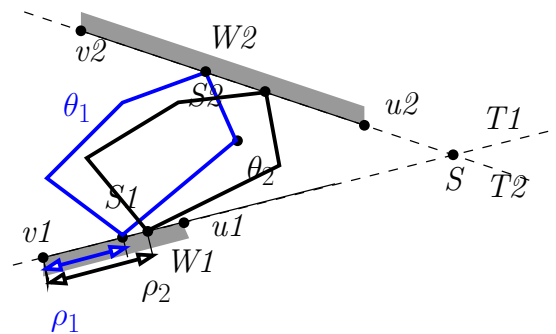
- Def.-bereich: $\Pi_{O_1 O_2} := \{ \theta | O_2 \text{ beschränkt } O_1 \text{ bei Winkel } \theta \}$.
- Wert: $\rho_i := \begin{cases} |\overline{x_i u_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterseite} \\ |\overline{v_i x_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterecke} \end{cases}$



(i) Typ I/Typ I

Funktionen und ihre Bedeutung

- Def.-bereich: $\Pi_{O_1 O_2} := \{ \theta | O_2 \text{ beschränkt } O_1 \text{ bei Winkel } \theta \}$.
- Wert: $\rho_i := \begin{cases} |\overline{x_i u_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterseite} \\ |\overline{v_i x_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterecke} \end{cases}$
- Funktionen:



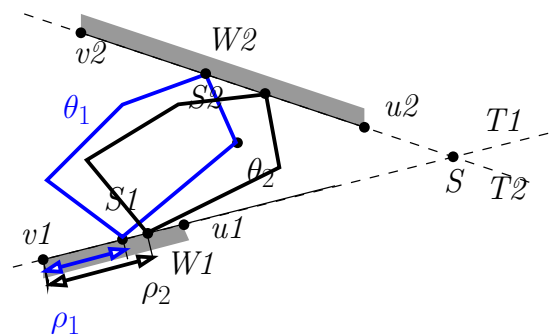
(i) Typ I/Typ I

Funktionen und ihre Bedeutung

- Def.-bereich: $\Pi_{O_1O_2} := \{ \theta | O_2 \text{ beschränkt } O_1 \text{ bei Winkel } \theta \}$.
- Wert: $\rho_i := \begin{cases} |\overline{x_i u_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterseite} \\ |\overline{v_i x_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterecke} \end{cases}$
- Funktionen:

$$f_{O_1O_2} : \Pi_{O_1O_2} \longrightarrow R^{>0}$$

$$\theta \longmapsto \rho_1$$



(i) Typ I/Typ I

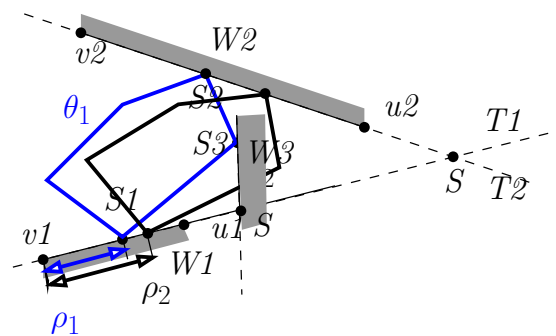
Funktionen und ihre Bedeutung

- Def.-bereich: $\Pi_{O_1 O_2} := \{ \theta | O_2 \text{ beschränkt } O_1 \text{ bei Winkel } \theta \}$.
- Wert: $\rho_i := \begin{cases} |\overline{x_i u_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterseite} \\ |\overline{v_i x_i}|, & \text{falls } S_i \text{ Roboterecke} \end{cases}$
- Funktionen:

$$f_{O_1 O_2} : \Pi_{O_1 O_2} \longrightarrow R^{>0}$$

$$\theta \longmapsto \rho_1$$

- Dritter Kontakt, O_3 beschränkt O_1 bei θ_1 , Krit. Platzierung?

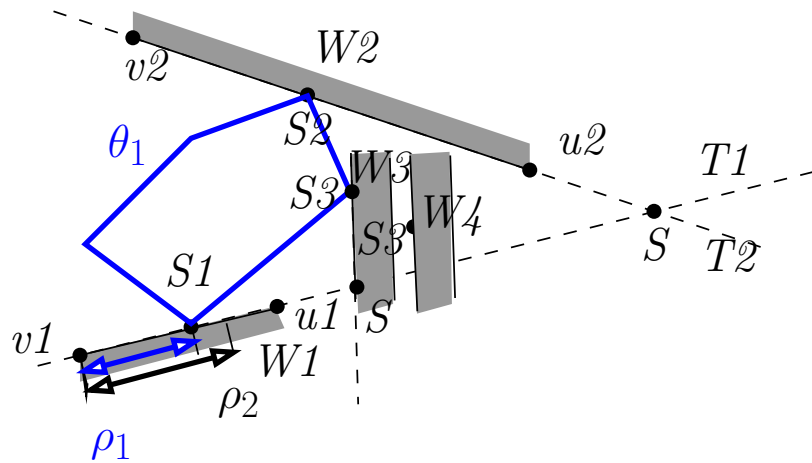


(i) Typ I/Typ I

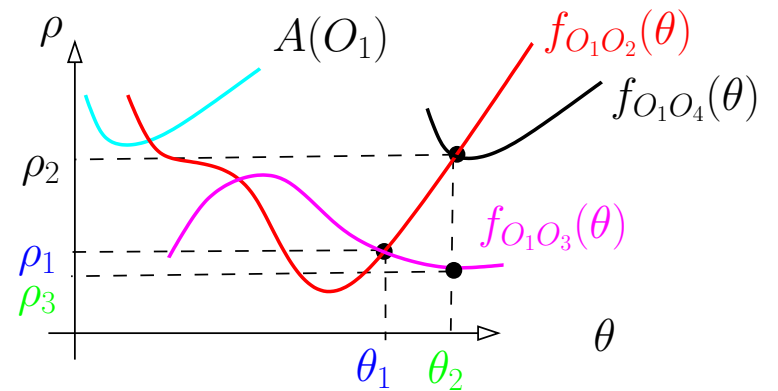
Funktionen und ihre Bedeutung

Funktionen und ihre Bedeutung

- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!

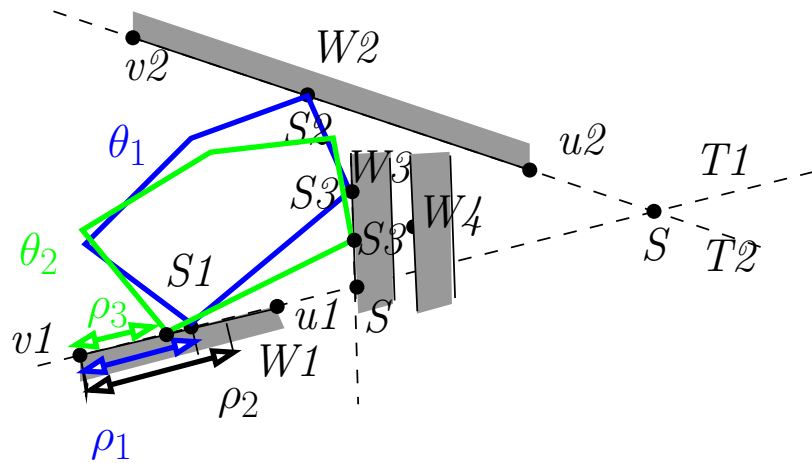


(i) Typ I/Typ I

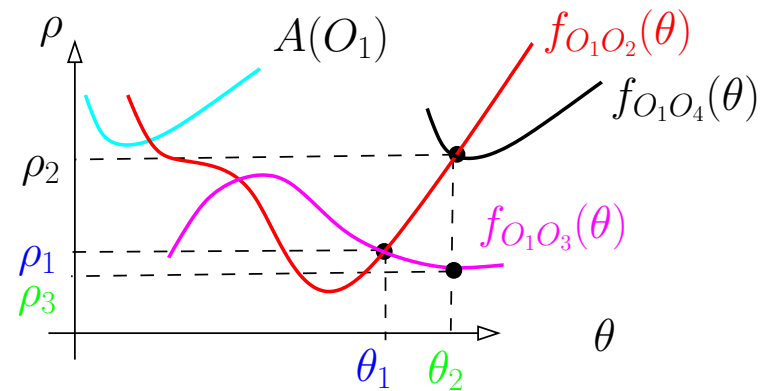


Funktionen und ihre Bedeutung

- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!

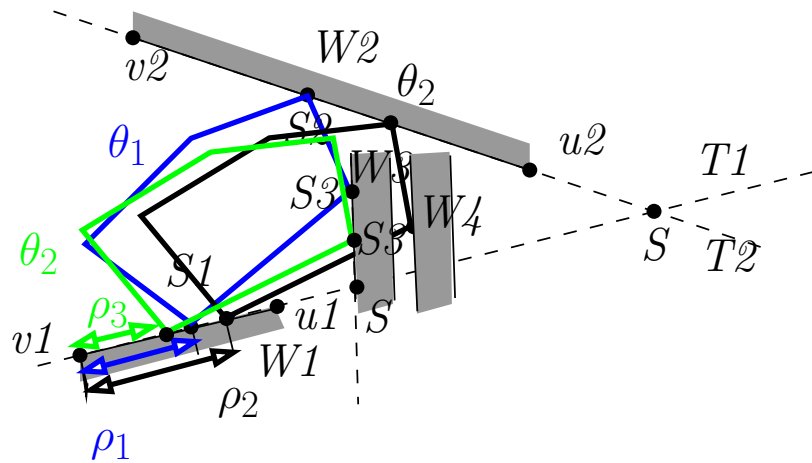


(i) Typ I/Typ I

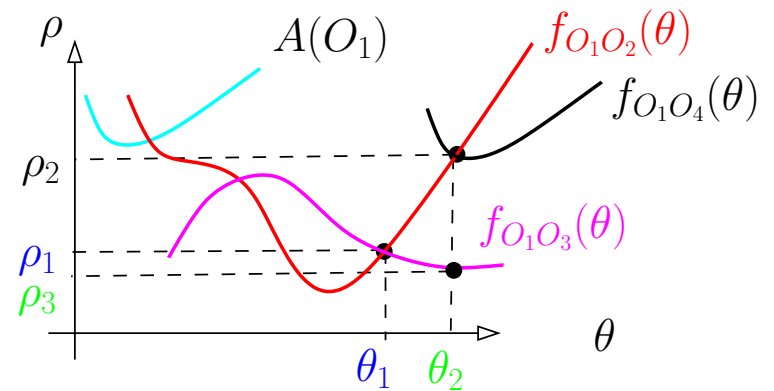


Funktionen und ihre Bedeutung

- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!

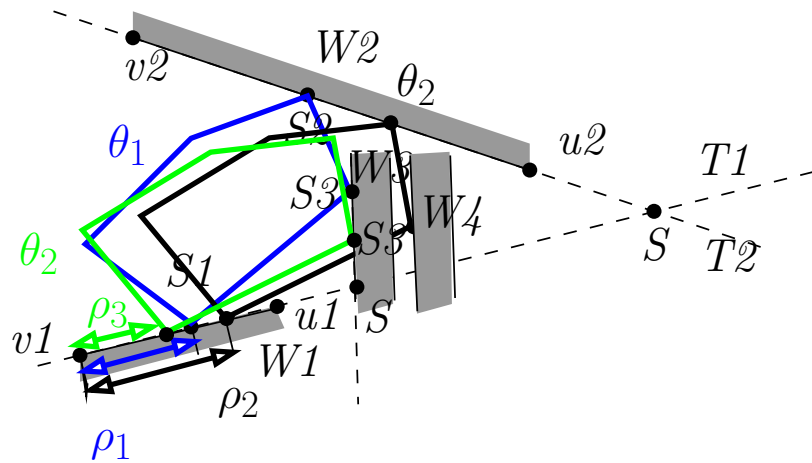


(i) Typ I/Typ I

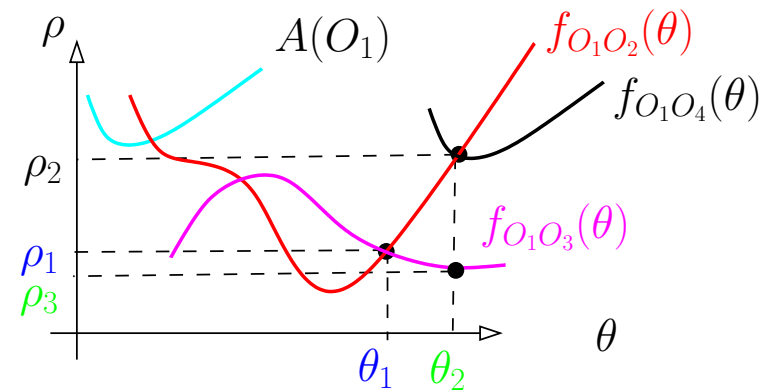


Funktionen und ihre Bedeutung

- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!
- Arrangement: $A(O_1)$,

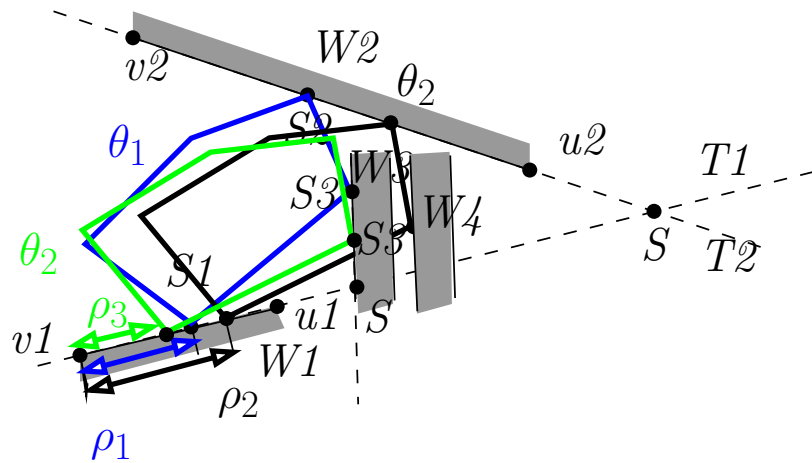


(i) Typ I/Typ I

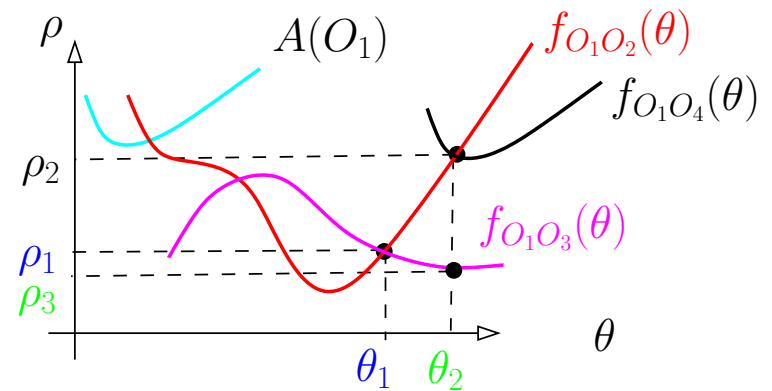


Funktionen und ihre Bedeutung

- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!
- Arrangement: $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1O_j}$, O_j beschränkt O_1

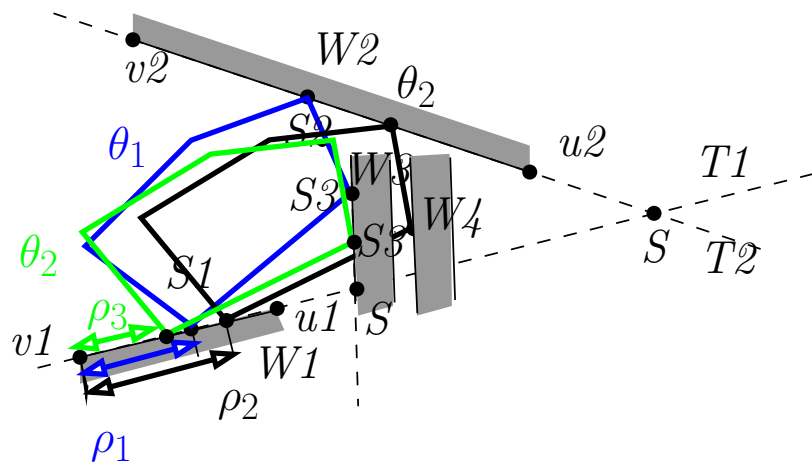


(i) Typ I/Typ I

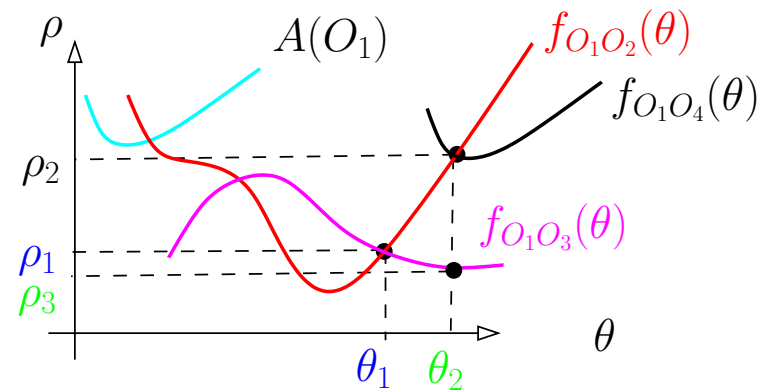


Funktionen und ihre Bedeutung

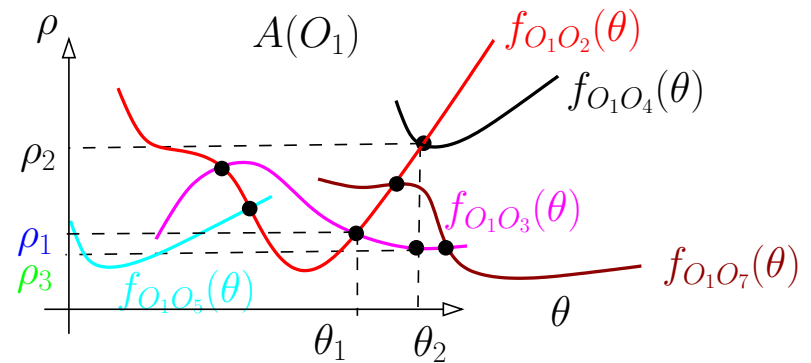
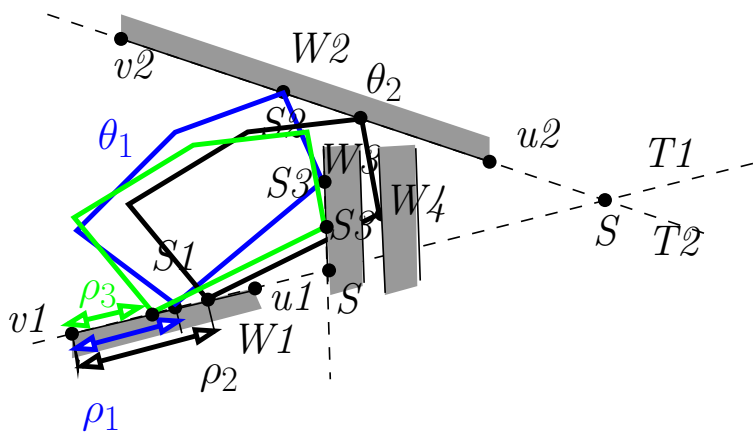
- O_4 beschränkt O_1 bei θ_2 , keine Krit. Platzierung!!
- Arrangement: $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1O_j}$, O_j beschränkt O_1
- Nur untere Kontur des Arrangements ist entscheidend!!!



(i) Typ I/Typ I



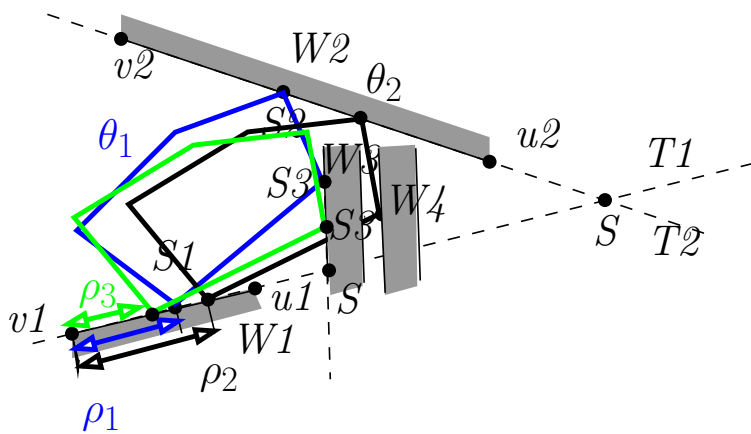
Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$



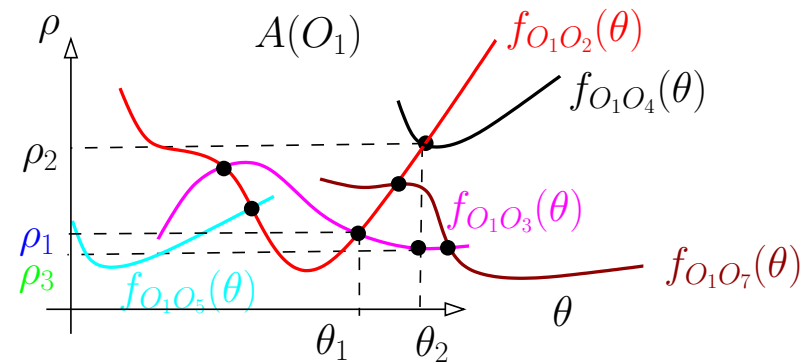
(i) Typ I/Typ I

Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

- (x, y, θ) Kritische Platzierung

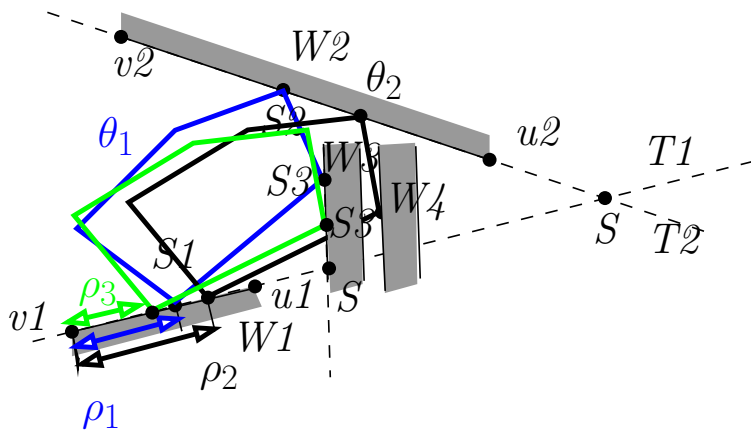


(i) Typ I/Typ I

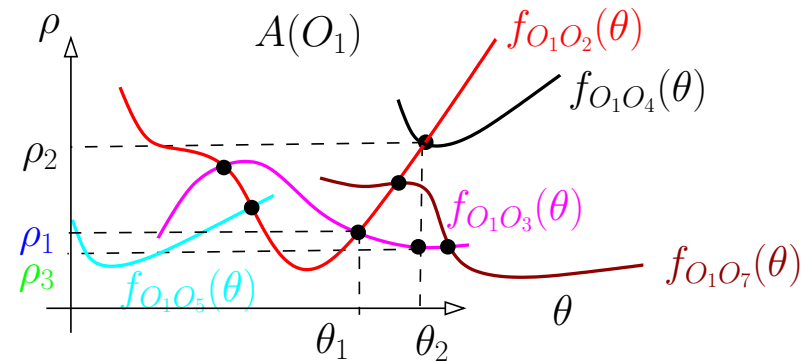


Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

- (x, y, θ) Kritische Platzierung
- Nur den Fall: Drei Kontaktpaare O_1, O_2, O_3

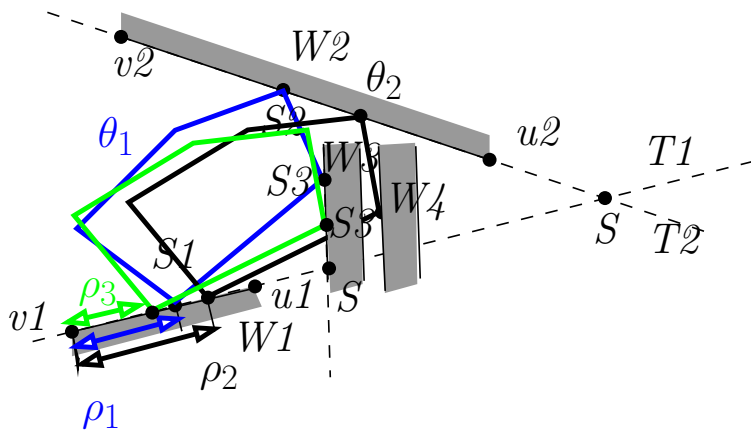


(i) Typ I/Typ I

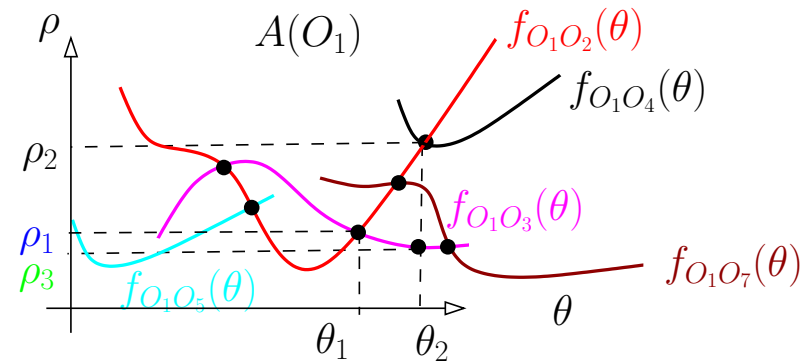


Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

- (x, y, θ) Kritische Platzierung
- Nur den Fall: Drei Kontaktpaare O_1, O_2, O_3
- **Fall 1:** O_2, O_3 beschränken O_1

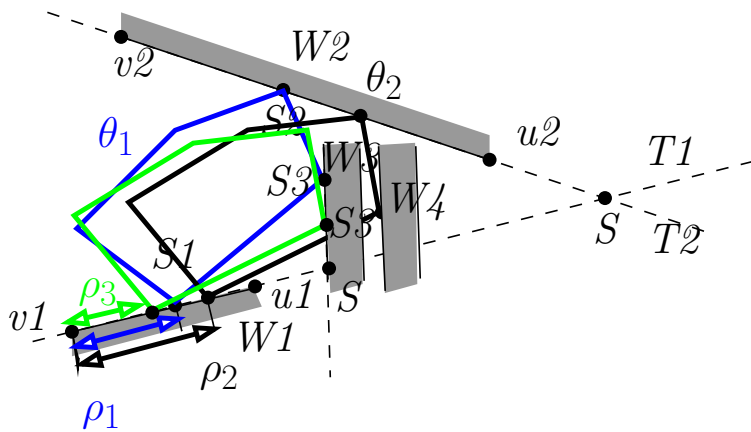


(i) Typ I/Typ I

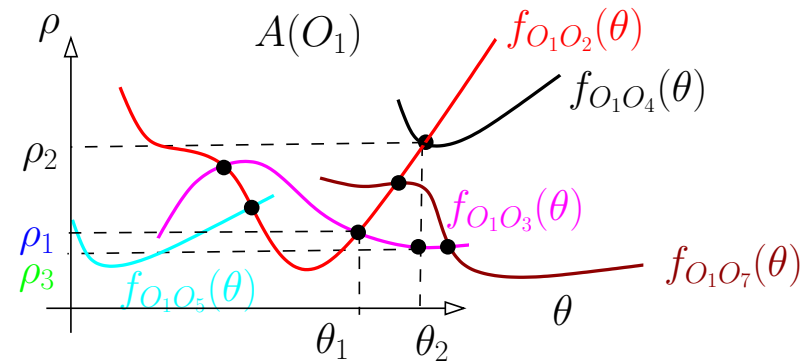


Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

- (x, y, θ) Kritische Platzierung
- Nur den Fall: Drei Kontaktpaare O_1, O_2, O_3
- **Fall 1:** O_2, O_3 beschränken O_1
- $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1 O_j}, O_j$ beschränkt O_1

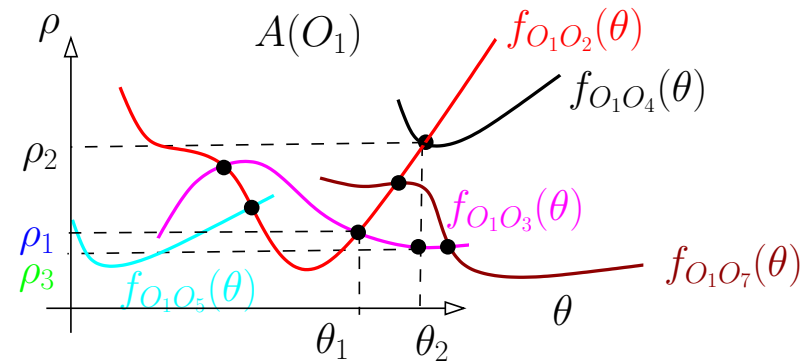
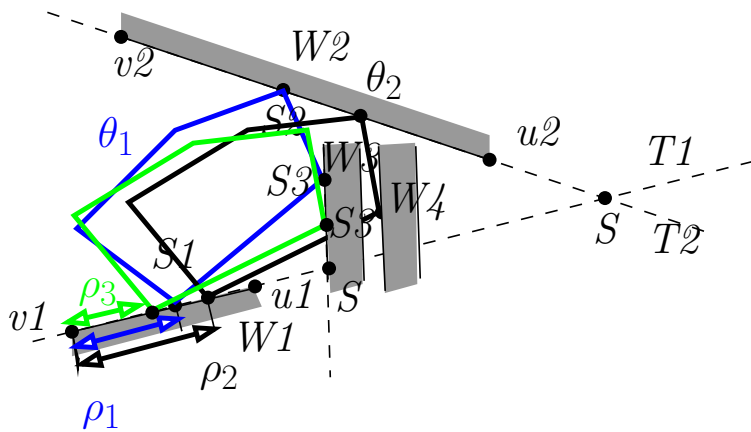


(i) Typ I/Typ I



Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

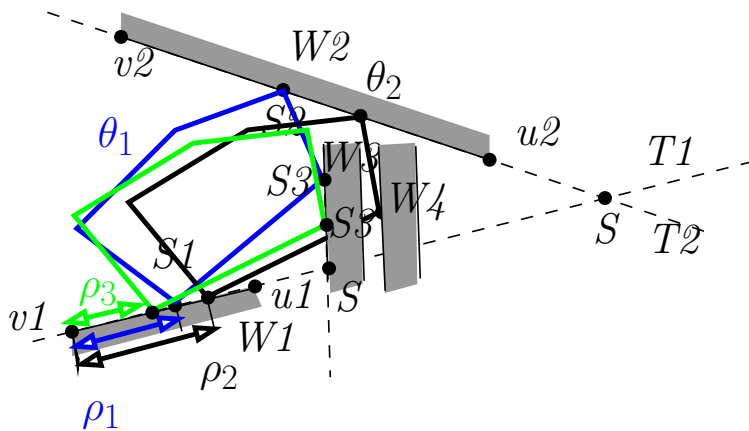
- (x, y, θ) Kritische Platzierung
- Nur den Fall: Drei Kontaktpaare O_1, O_2, O_3
- **Fall 1:** O_2, O_3 beschränken O_1
- $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1 O_j}, O_j$ beschränkt O_1
- Schnittknoten zählen!!



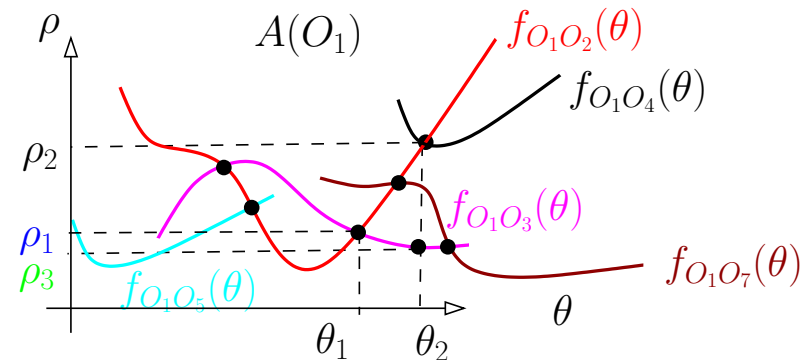
(i) Typ I/Typ I

Beweis: Krit. Platz in $O(mn \lambda_6(mn))$

- (x, y, θ) Kritische Platzierung
- Nur den Fall: Drei Kontaktpaare O_1, O_2, O_3
- **Fall 1:** O_2, O_3 beschränken O_1
- $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1 O_j}, O_j$ beschränkt O_1
- Schnittknoten zählen!! Nur die der unteren Kontur!

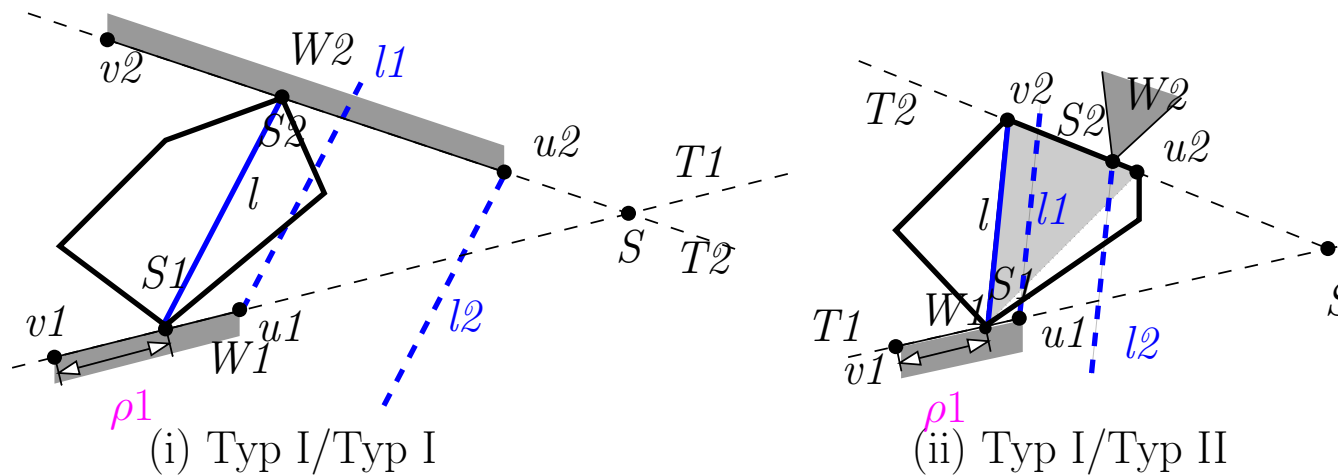


(i) Typ I/Typ I

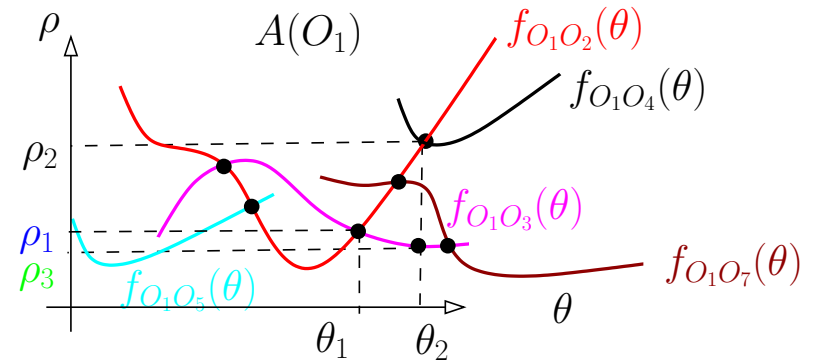
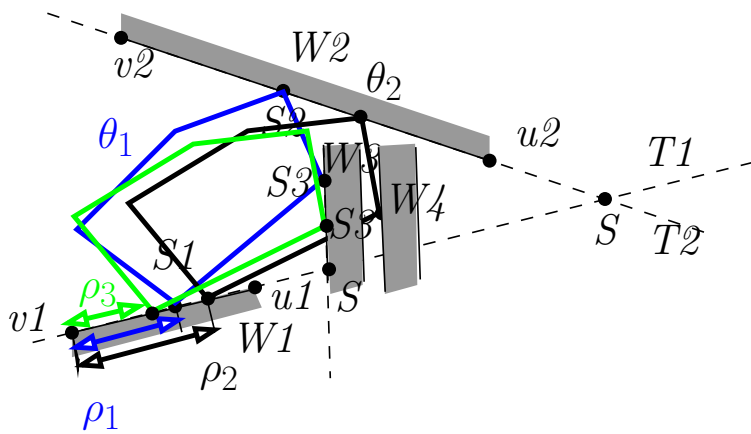


Fall 1: Argumentation gilt stets!!

- Arrangement $A(O_1)$, alle Funktionen $f_{O_1 O_j}$, O_j beschränkt O_1
- Schnittknoten zählen!! Nur die der unteren Kontur!



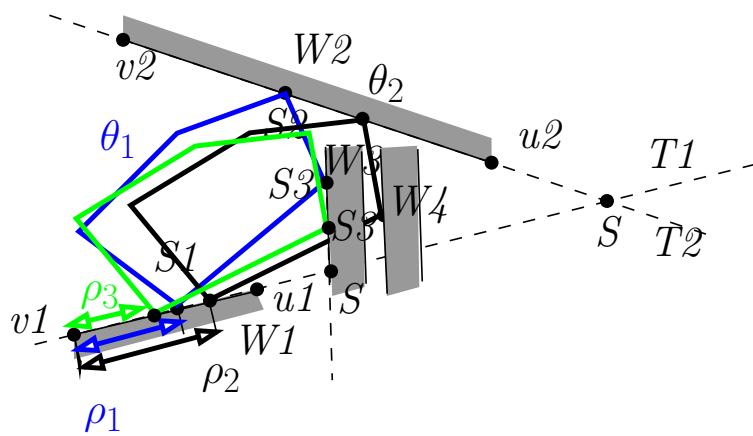
Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1



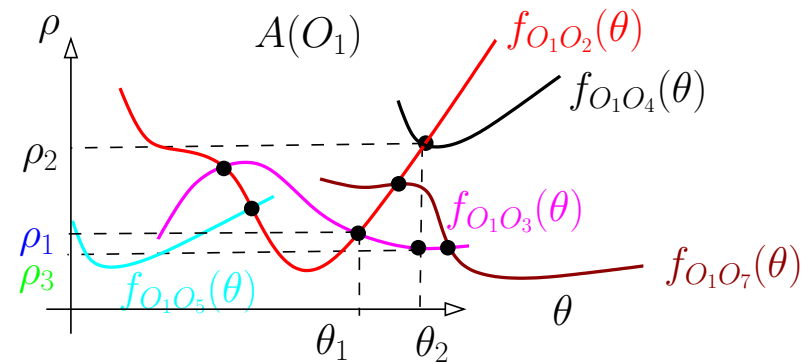
(i) Typ I/Typ I

Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!

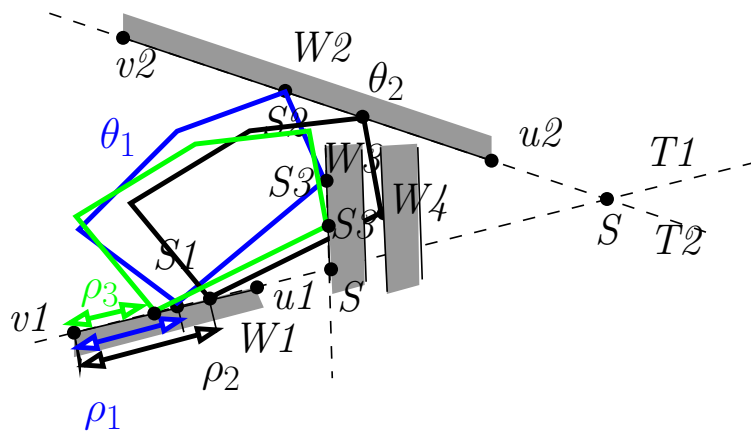


(i) Typ I/Typ I

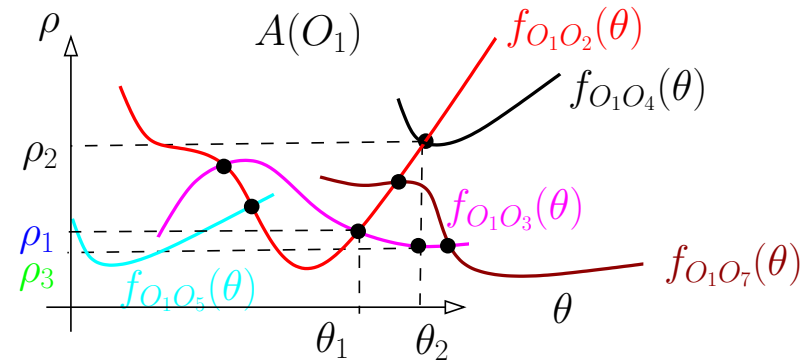


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: 2mn Funktionen

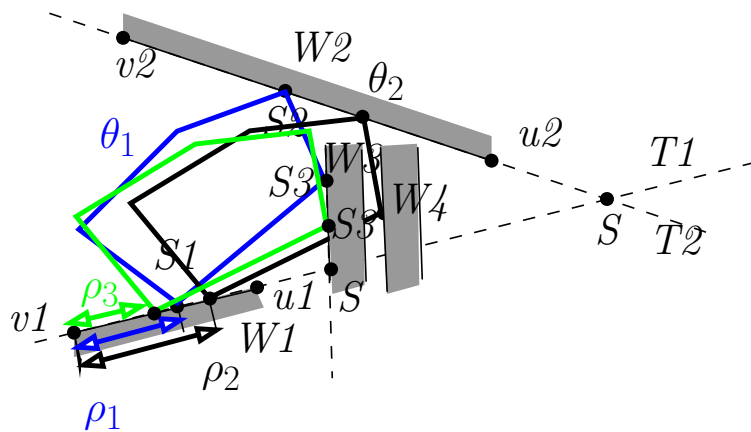


(i) Typ I/Typ I

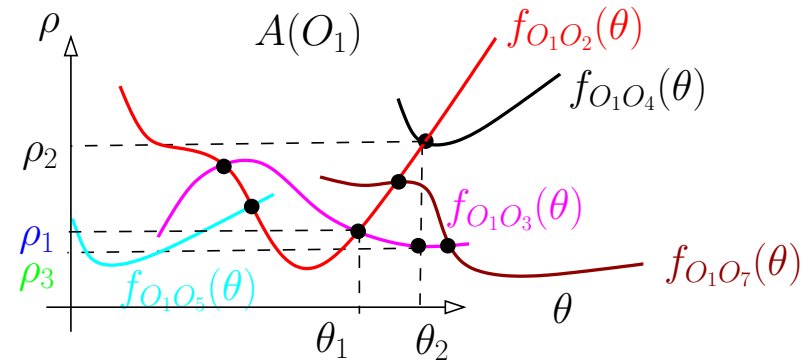


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: 2mn Funktionen
- Zwei schneiden sich maximal 4 mal:

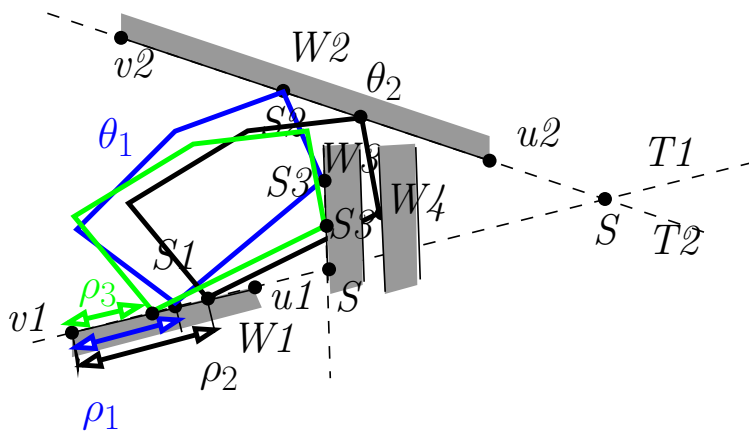


(i) Typ I/Typ I

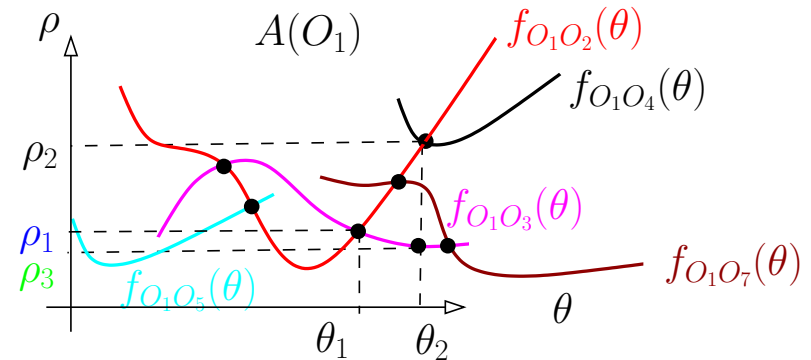


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: 2mn Funktionen
- Zwei schneiden sich maximal 4 mal: Begründung!

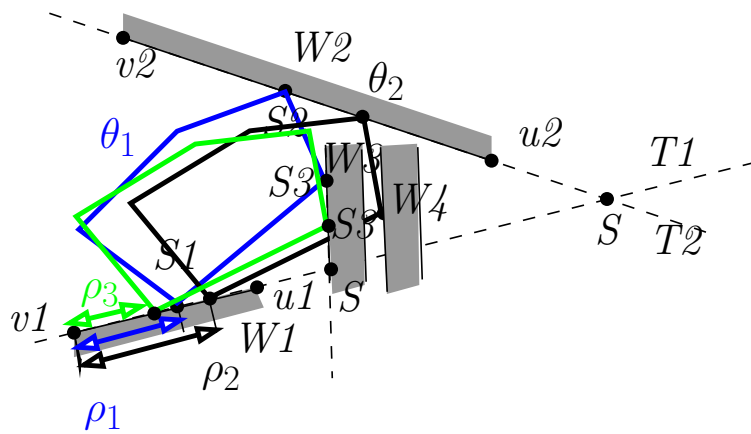


(i) Typ I/Typ I

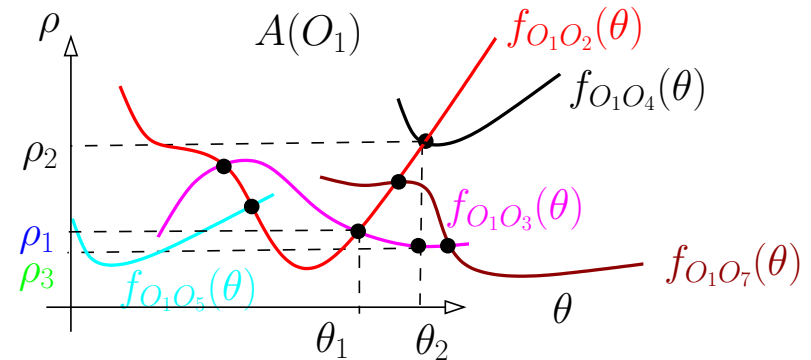


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: $2mn$ Funktionen
- Zwei schneiden sich maximal 4 mal: Begründung!
- $2nm$ Funktionen (Teilintervalle): Untere Kontur $O(\lambda_{4+2}(mn))$

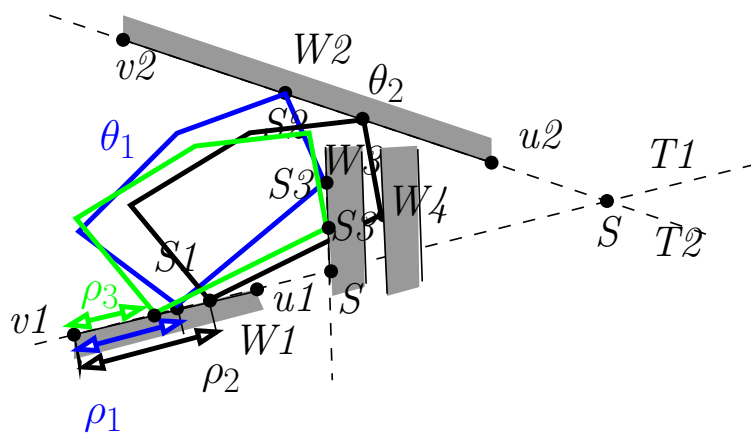


(i) Typ I/Typ I

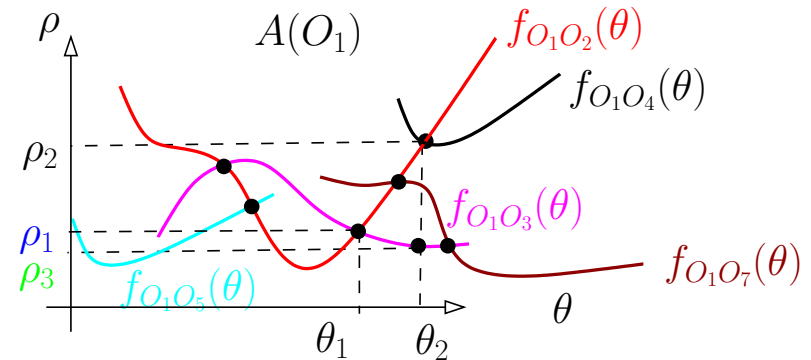


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: $2mn$ Funktionen
- Zwei schneiden sich maximal 4 mal: Begründung!
- $2nm$ Funktionen (Teilintervalle): Untere Kontur $O(\lambda_{4+2}(mn))$
- Für $O(nm)$ viele Kontaktpaare O_1 !!

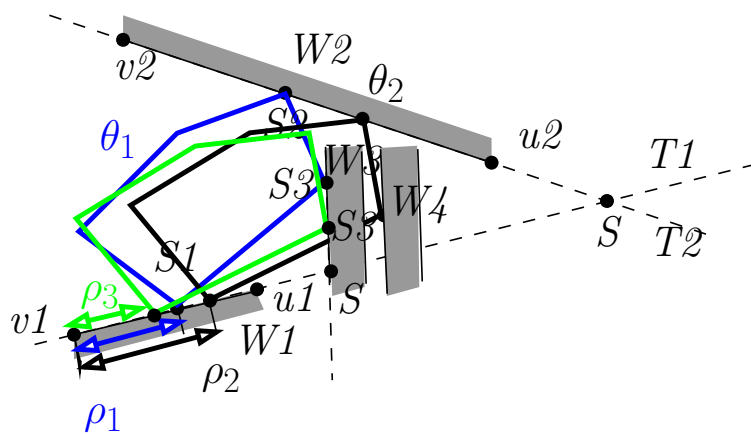


(i) Typ I/Typ I

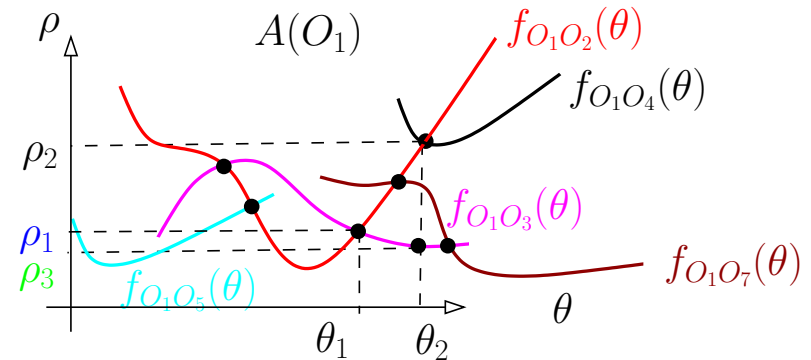


Fall 1: O_2, O_3 beschränken O_1

- Knoten der unteren Kontur zählen!! Nur da geht das!
- $A(O_1)$: $2mn$ Funktionen
- Zwei schneiden sich maximal 4 mal: Begründung!
- $2nm$ Funktionen (Teilintervalle): Untere Kontur $O(\lambda_{4+2}(mn))$
- Für $O(nm)$ viele Kontaktpaare O_1 !! $O(mn\lambda_6(mn))$



(i) Typ I/Typ I



Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ

Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benamsung:

Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1

Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benamsung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1), A(O_2), A(O_3)$!

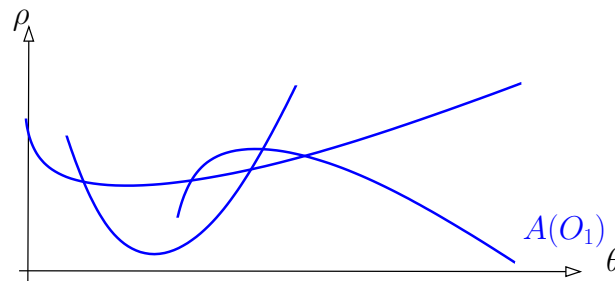
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1), A(O_2), A(O_3)$!



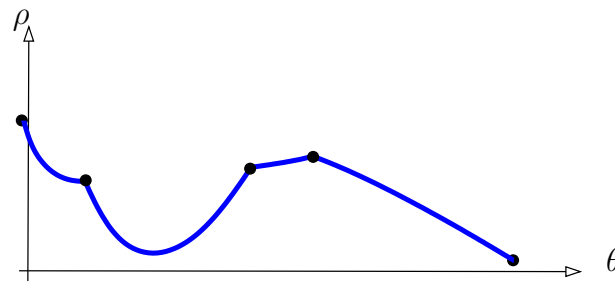
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1), A(O_2), A(O_3)$!



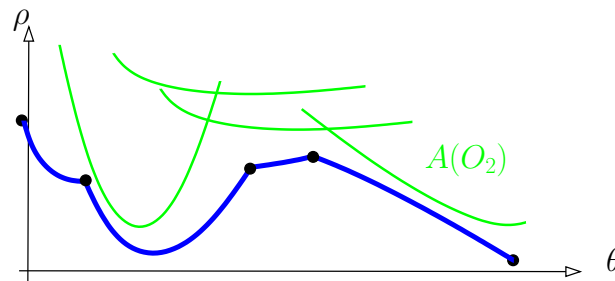
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1), A(O_2), A(O_3)$!



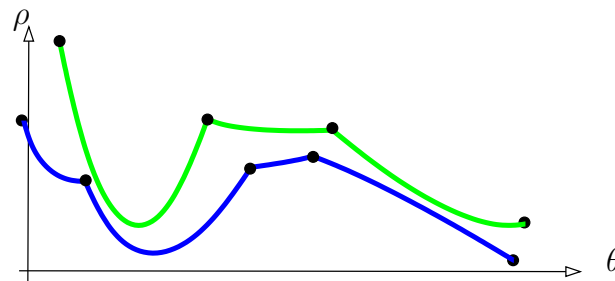
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!



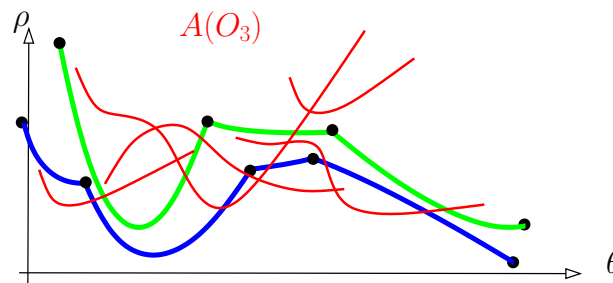
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!



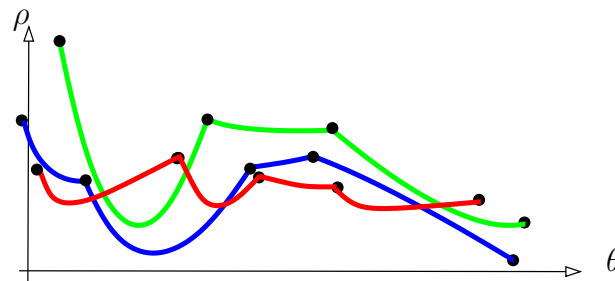
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!



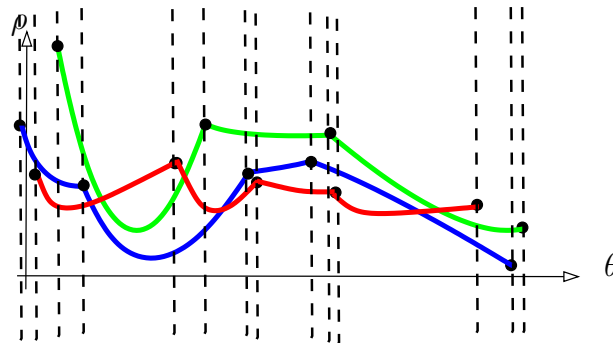
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!



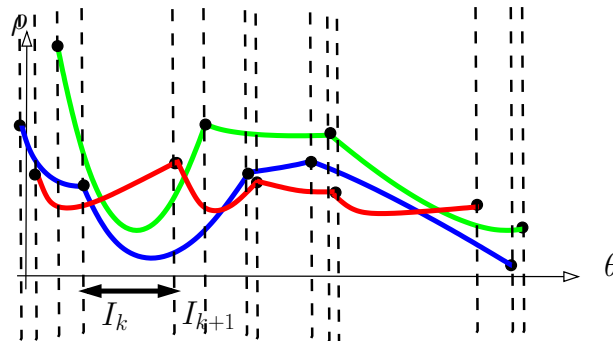
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!



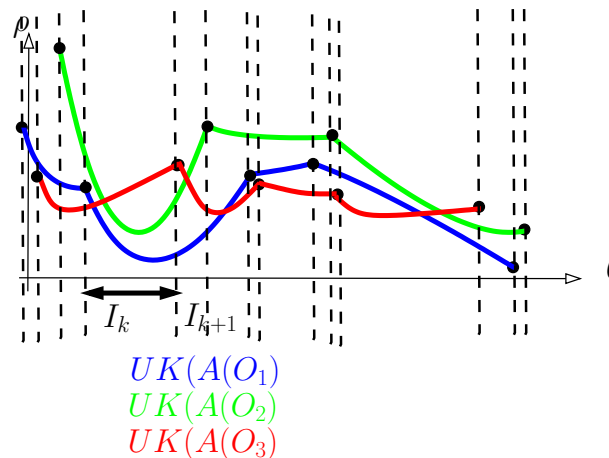
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1), A(O_2), A(O_3)$!



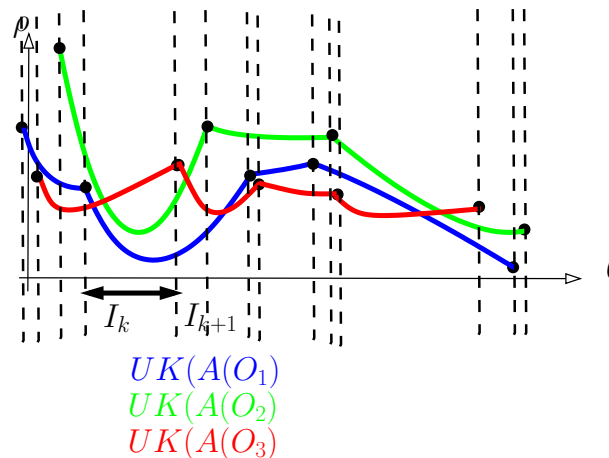
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!
- Wechsellpunkte davon ergeben Intervalle:



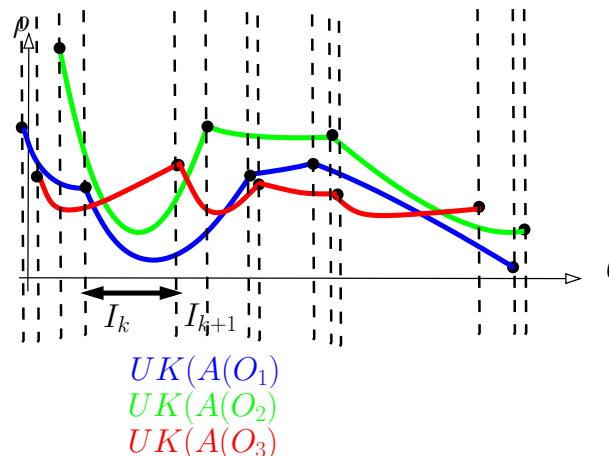
Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!
- Wechsellpunkte davon ergeben Intervalle: Einzeln prüfen!

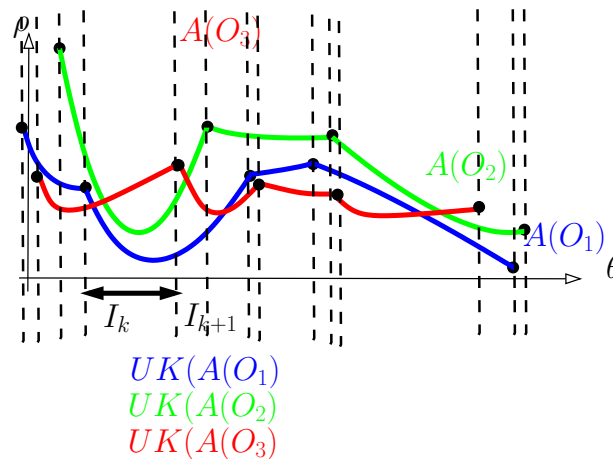


Fall 2: O_2 oder O_3 beschränkt O_1 nicht

- O_2, O_3 beschränken O_1 gibt es nicht
- Kontaktpaare O_1, O_2, O_3 bei Θ
- Für beliebige Benennung: Zyklus: O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 , O_2 beschränkt O_1
- Untere Konturen der Arrangements $A(O_1)$, $A(O_2)$, $A(O_3)$!
- Wechsellpunkte davon ergeben Intervalle: Einzeln prüfen!

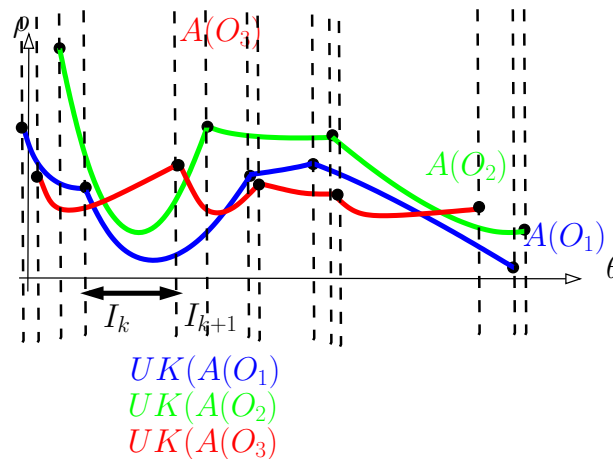


Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1



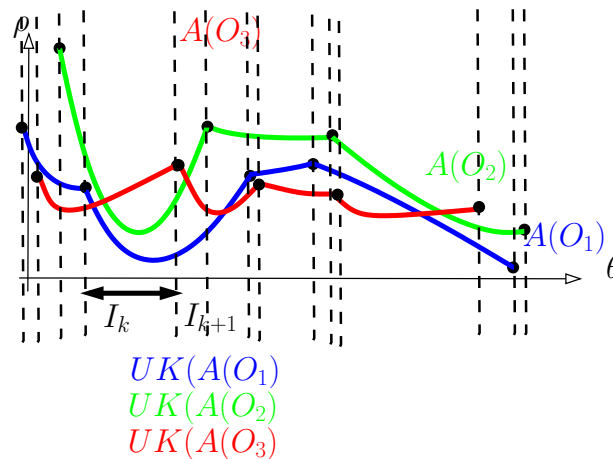
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k ,



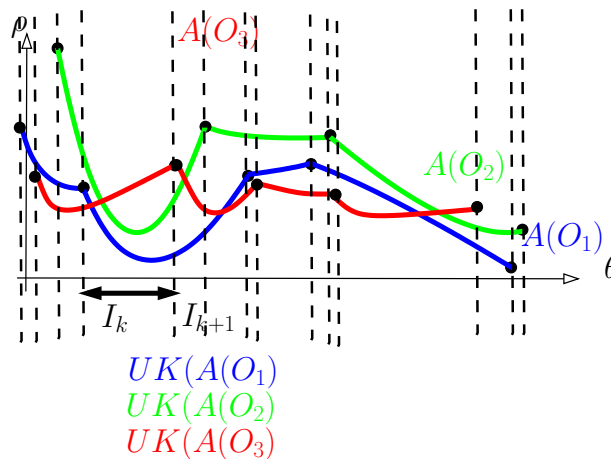
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?



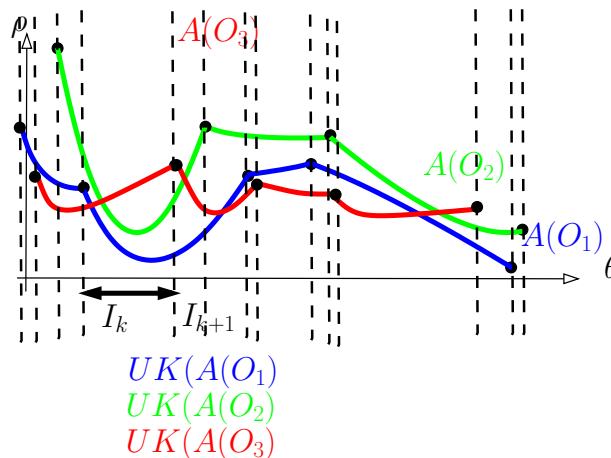
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i))$:



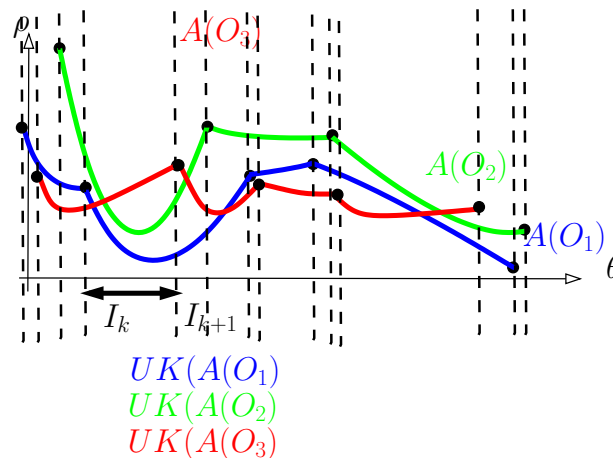
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)): O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!



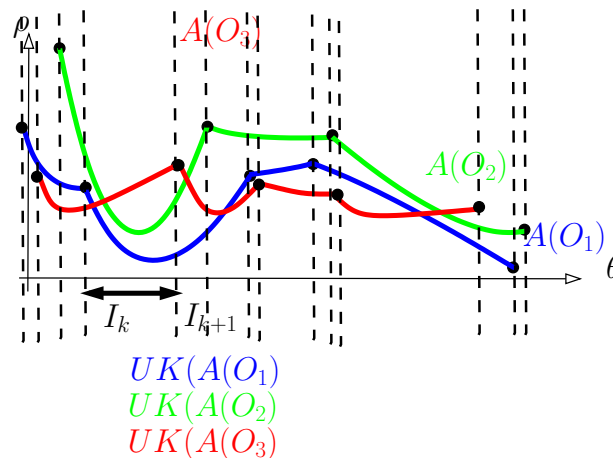
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)): O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :



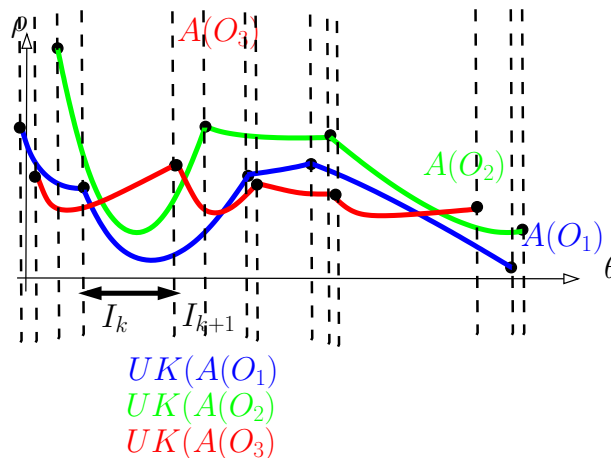
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)):O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$?



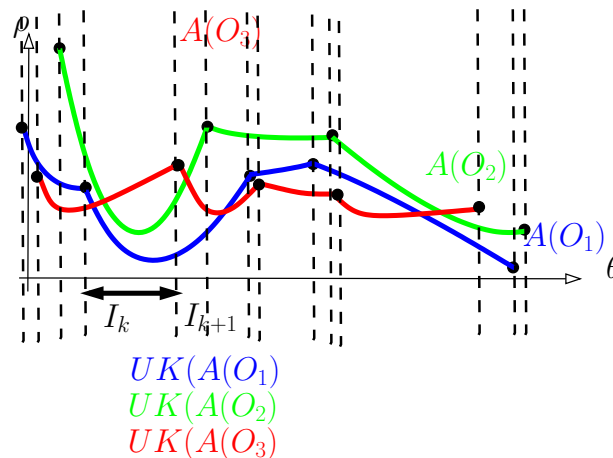
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)):O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$?



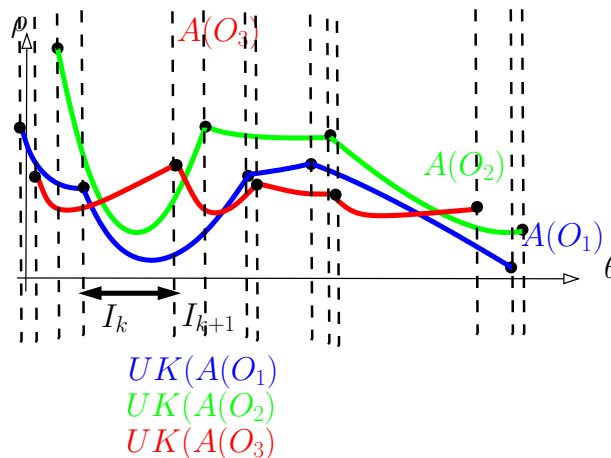
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)): O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$? Welche Funktion $f_{O_k O_j}$?



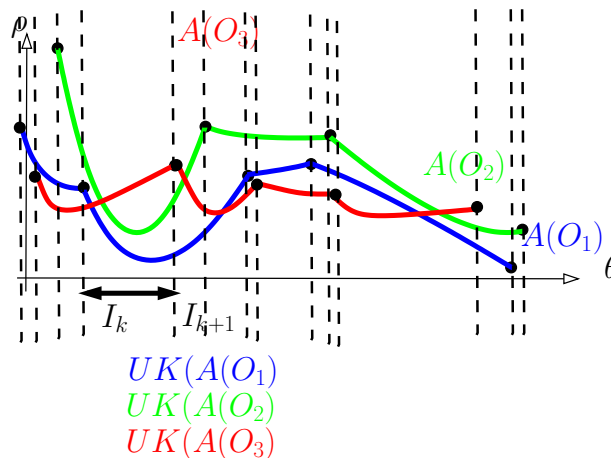
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)):O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$? Welche Funktion $f_{O_k O_j}$? Krit. Platz.?



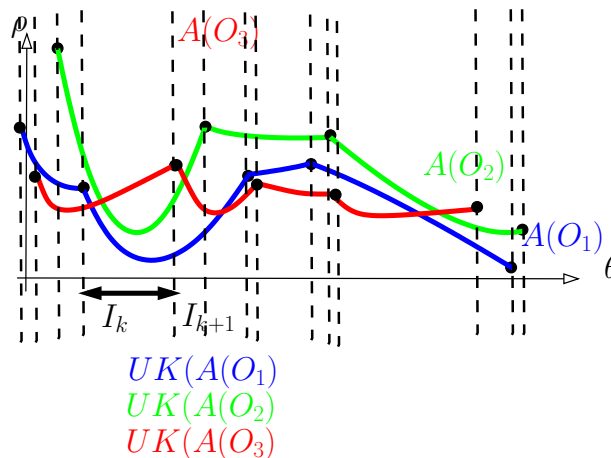
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)):O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$? Welche Funktion $f_{O_k O_j}$? Krit. Platz.? $O(1)$



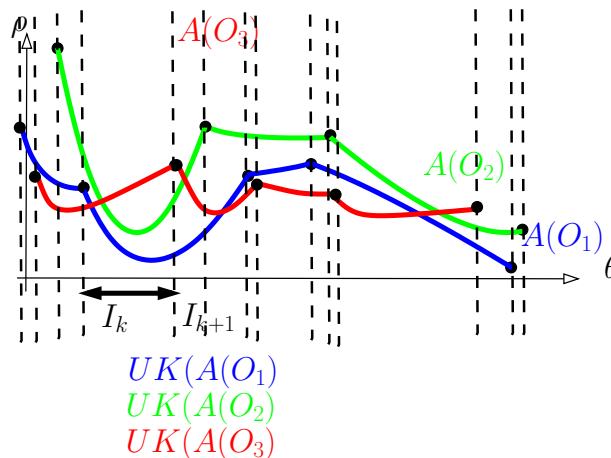
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i)):O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$? Welche Funktion $f_{O_k O_j}$? Krit. Platz.? $O(1)$
- Pro Intervall: Max mn Tripel!

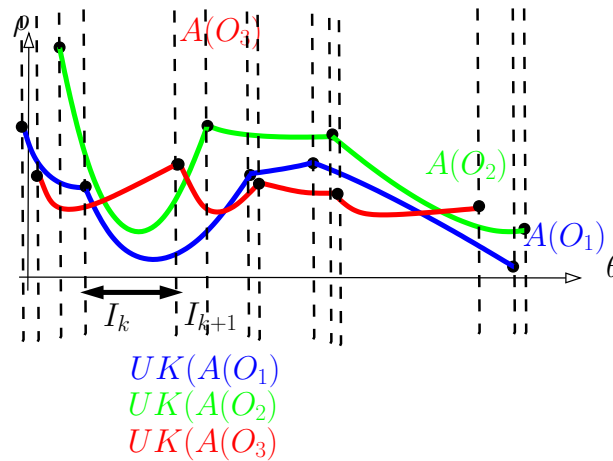


Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Wer beschränkt wen in I_k , Zyklus!?
- Alle $O(mn)$ Arrangements $UK(A(O_i))$: $O(mn\lambda_6(mn))$ Intervalle!!
- In I_k für jedes O_j :
 - Welche Funktion $f_{O_j O_l}$? Welche Funktion $f_{O_l O_k}$? Welche Funktion $f_{O_k O_j}$? Krit. Platz.? $O(1)$
- Pro Intervall: Max mn Tripel! Trotzdem zuviel!

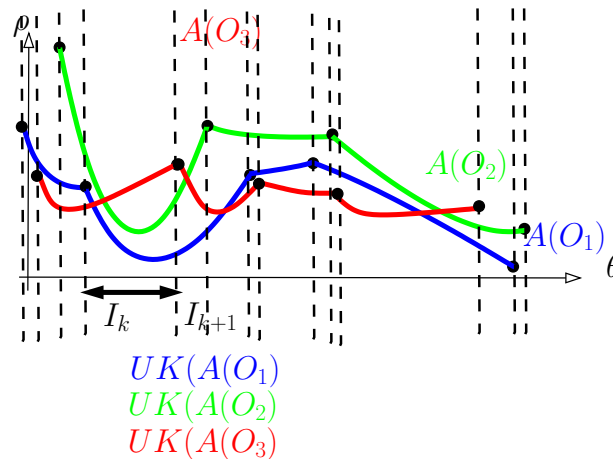


Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1



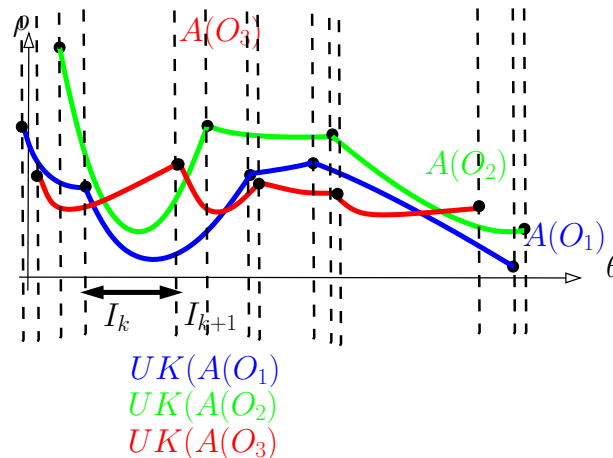
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall!



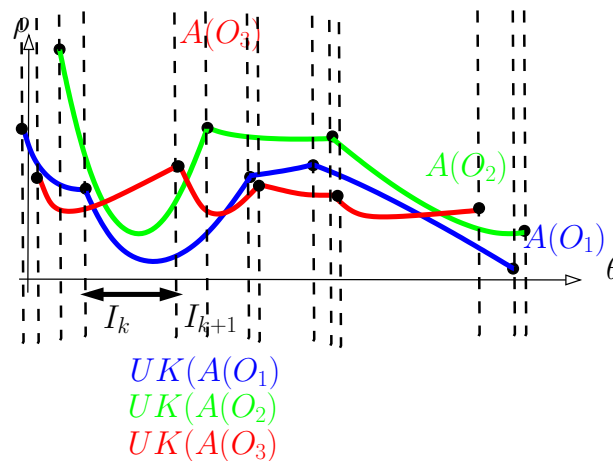
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall! Nur konstant viele neue!!(Begründung)!



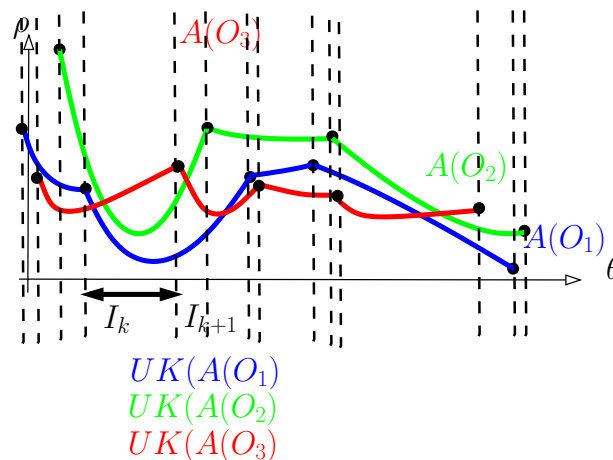
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall! Nur konstant viele neue!!(Begründung)! Test: Krit. Platz.?



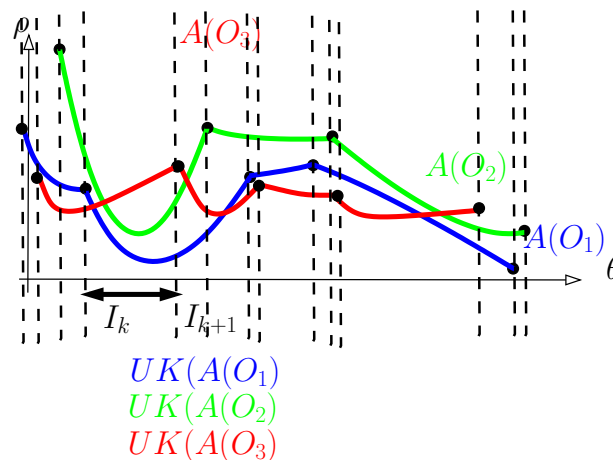
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall! Nur konstant viele neue!!(Begründung)! Test: Krit. Platz.?
- Beim Schnitt sind drei Kontaktpaare betroffen!
- Nur mit diesen den Zykel-Test durchführen!!



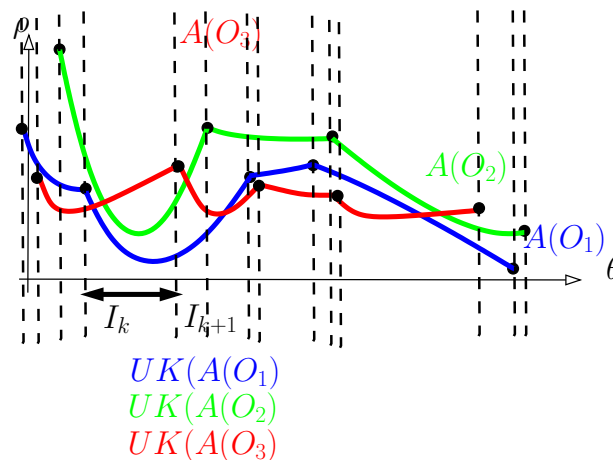
Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall! Nur konstant viele neue!!(Begründung)! Test: Krit. Platz.?
- Beim Schnitt sind drei Kontaktpaare betroffen!
- Nur mit diesen den Zykel-Test durchführen!!
- Insgesamt: Anfangs $O(mn)$, dann noch $O(mn\lambda_6(mn))$ dazu!



Fall 2: O_1 beschr. O_3 beschr. O_2 beschr. O_1

- Übergang zum nächsten Intervall! Nur konstant viele neue!!(Begründung)! Test: Krit. Platz.?
- Beim Schnitt sind drei Kontaktpaare betroffen!
- Nur mit diesen den Zykel-Test durchführen!!
- Insgesamt: Anfangs $O(mn)$, dann noch $O(mn\lambda_6(mn))$ dazu!
- Jeder Zykel kann 4 Kritische Platzierungen bedeuten!!



Theorem 2.32

Theorem 2.32

$O(mn\lambda_6(mn))$ Kritische Platzierungen vom Typ mit drei Kontaktpaaren!!

Theorem 2.32

$O(mn\lambda_6(mn))$ Kritische Platzierungen vom Typ mit drei Kontaktpaaren!!

Bemerkung 2.36

- Leiter-Problem $\Theta(n^2)$ Kritische Platzierungen

Theorem 2.32

$O(mn\lambda_6(mn))$ Kritische Platzierungen vom Typ mit drei Kontaktpaaren!!

Bemerkung 2.36

- Leiter-Problem $\Theta(n^2)$ Kritische Platzierungen
- Geht auch für konvexen Roboter $\Omega((nm)^2)$

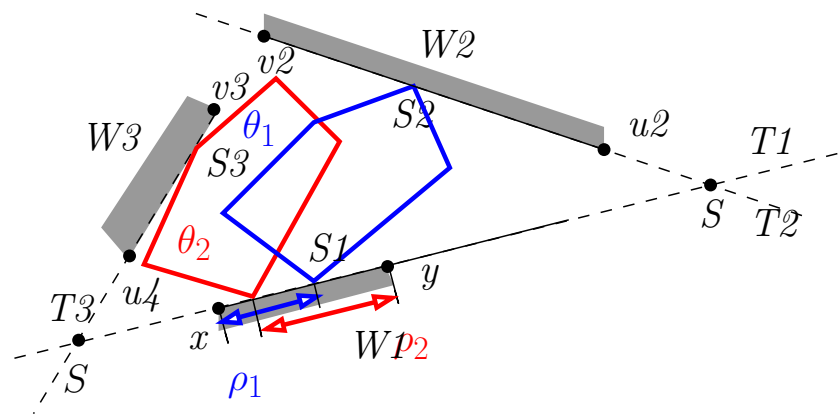
Theorem 2.32

$O(mn\lambda_6(mn))$ Kritische Platzierungen vom Typ mit drei Kontaktpaaren!!

Bemerkung 2.36

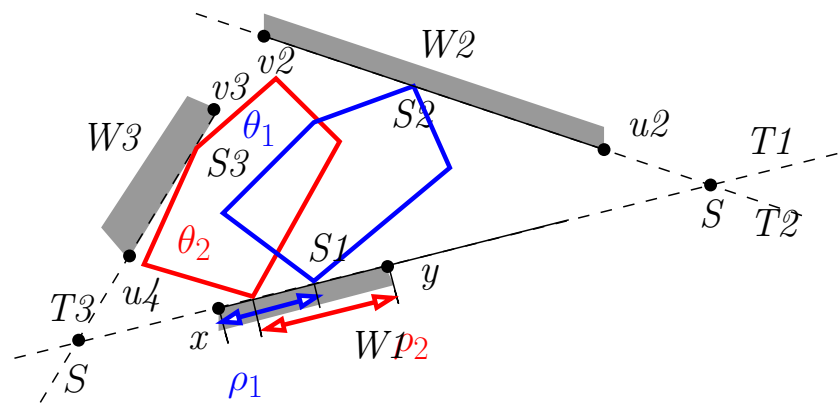
- Leiter-Problem $\Theta(n^2)$ Kritische Platzierungen
- Geht auch für konvexen Roboter $\Omega((nm)^2)$
- $\Omega(mn\lambda_6(mn))$ ist offen!!

Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!



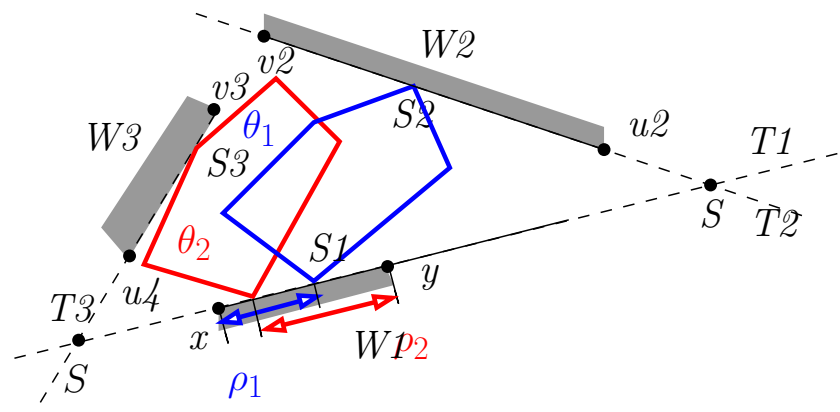
Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!

- Ein O_i kann zwei verschiedene Arrangements besitzen



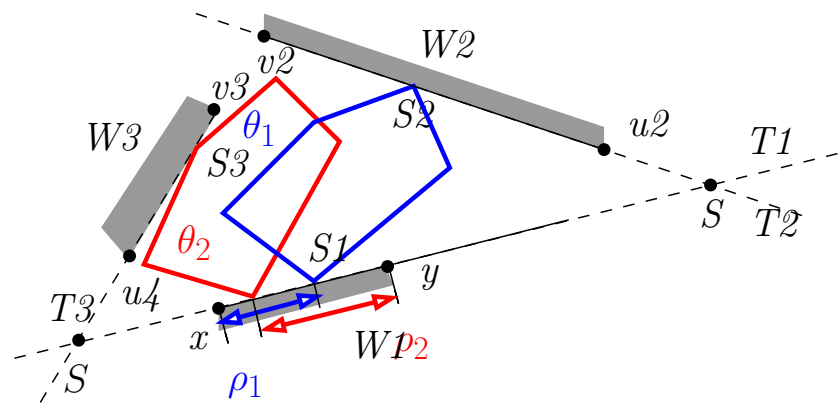
Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!

- Ein O_i kann zwei verschiedene Arrangements besitzen
- Je nachdem in welche Richtung wir schieben müssen



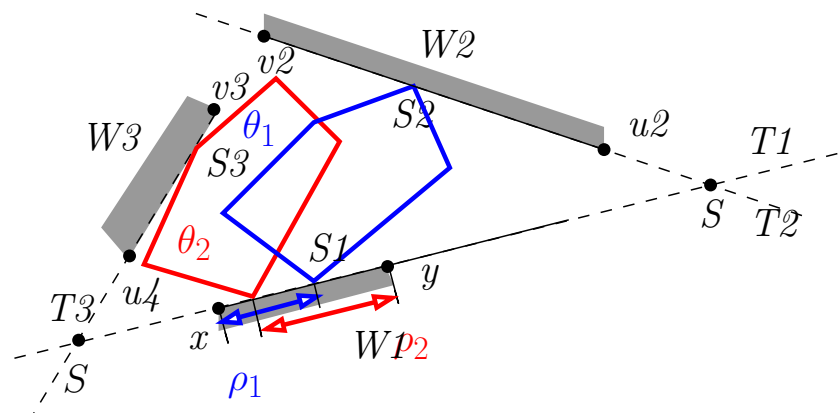
Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!

- Ein O_i kann zwei verschiedene Arrangements besitzen
- Je nachdem in welche Richtung wir schieben müssen
- Arrangements $A_L(O_i)$ und $A_R(O_i)$



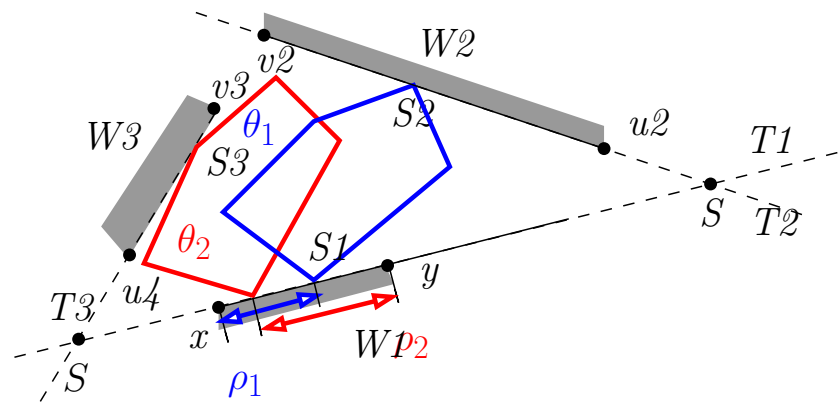
Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!

- Ein O_i kann zwei verschiedene Arrangements besitzen
- Je nachdem in welche Richtung wir schieben müssen
- Arrangements $A_L(O_i)$ und $A_R(O_i)$
- Aufwand verdoppelt



Besonderheiten der Arrangements $A(O_i)$!

- Ein O_i kann zwei verschiedene Arrangements besitzen
- Je nachdem in welche Richtung wir schieben müssen
- Arrangements $A_L(O_i)$ und $A_R(O_i)$
- Aufwand verdoppelt
- Definitionsbereich kann zerfallen!



Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

- a Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

- a** Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$
- b** Zyklische Tripel von Kontaktpaaren (O_1, O_2, O_3) :

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

- a** Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$
- b** Zyklische Tripel von Kontaktpaaren (O_1, O_2, O_3) :
 - O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 .

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

- a** Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$
- b** Zyklische Tripel von Kontaktpaaren (O_1, O_2, O_3) :
 - O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 .
 - Tripel liefert ≤ 4 Platzierungen

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

a Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$

b Zyklische Tripel von Kontaktpaaren (O_1, O_2, O_3) :

- O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 .
- Tripel liefert ≤ 4 Platzierungen
Platzierungen durch (ρ_1, θ) (oder $(\rho_2, \theta), (\rho_3, \theta)$) festgelegt.

Kandidaten Krit. Platz. Def. 2.37

T^+ Platzierungen (x, y, θ) :

- a Ecken untere Konturen der $O(mn)$ Arrangements $A(O_i)$
- b Zyklische Tripel von Kontaktpaaren (O_1, O_2, O_3) :
 - O_1 beschränkt O_3 , O_3 beschränkt O_2 und O_2 beschränkt O_1 .
 - Tripel liefert ≤ 4 Platzierungen
Platzierungen durch (ρ_1, θ) (oder $(\rho_2, \theta), (\rho_3, \theta)$) festgelegt.
 - Nullstellen einer Kurve 4. Grades.

