

Abgabe: optional in Übungen
Besprechung: 13.06. - 15.06.

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1: Gleichmäßiges Teilen von Polygonen (4 Punkte)

In dieser Aufgabe soll das *Polygon Cutting Theorem* bewiesen werden. Es besagt, dass in jedem einfachen Polygon mit n Kanten eine Diagonale gefunden werden kann, die das Polygon in zwei Teile zerlegt, welche beide aus höchstens $\frac{2n}{3}$ vielen Kanten bestehen. Die Diagonale wird dabei nicht als Kante der sich ergebenden Teile mitgezählt.

- a) Sei T ein Baum mit n Knoten, die alle $\text{Grad} \leq 3$ besitzen. Durch das Entfernen einer Kante zerfällt T in zwei Teilbäume. Zeigen Sie, dass es möglich ist, eine Kante aus T zu entfernen, so dass beide entstehenden Teilbäume höchstens $\frac{2n+1}{3}$ viele Knoten enthalten.
- b) Beweisen Sie das *Polygon Cutting Theorem*. Betrachten Sie dazu eine Triangulation des zu zerlegenden Polygons, den dualen Graphen dieser Triangulation und wenden Sie Aufgabenteil a) an.

Aufgabe 7.2: Jordanscher Kurvensatz für Polygone (4 Punkte)

Zeigen Sie den Jordan'schen Kurvensatz für Polygone:

Jedes einfache Polygon in der euklidischen Ebene teilt diese in genau zwei disjunkte Gebiete, deren gemeinsamer Rand das Polygon ist und die vereinigt mit dem Polygon die gesamte Ebene abdecken. Genau eines dieser Gebiete (innen") ist beschränkt.

Tip: Nutzen Sie den Zwei-Ohren-Satz.

Aufgabe 7.3: Eindeutige Triangulationen (4 Punkte)

Zeigen Sie: Zu jeder ganzen Zahl $n \geq 3$ gibt es ein einfaches Polygon in der Ebene mit *genau* n Ecken und einer *eindeutigen* Triangulierung.