

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 3.1

8 Punkte

Der Beweis von Theorem 2.12 verwendet eine Sequenz  $\sigma$ , die auf  $k + m$  paarweise verschiedene Seiten zugreift. Um zu zeigen, dass RANDOM für kein  $r < k$  einen kompetitiven Faktor von  $r$  erreicht, muss dafür  $m$  beliebig groß gewählt werden dürfen. Damit bleibt offen, welchen kompetitiven Faktor RANDOM auf Sequenzen besitzt, die nur auf eine beschränkte Anzahl an verschiedenen Seiten zugreifen.

Modifizieren Sie den Beweis von Theorem 2.12 so, dass die verwendete Sequenz  $\sigma$  nur auf  $k + 1$  paarweise verschiedene Seiten zugreift.

### Aufgabe 3.2

8 Punkte

Im Beweis von Theorem 2.14 wird gezeigt, dass kein randomisierter Online-Algorithmus einen besseren kompetitiven Faktor als  $H_k$  erreicht, nicht einmal auf Sequenzen, die nur auf  $k + 1$  verschiedene Seiten zugreifen.

Zeigen Sie, dass MARK auf solchen Sequenzen  $H_k$ -kompetitiv (und damit ein optimaler randomisierter Online-Algorithmus auf solchen Sequenzen) ist.

### Aufgabe 3.3

Präsenzaufgabe

Die Schranken aus Theorem 2.13 und Theorem 2.14 lassen offen, ob MARK einen besseren kompetitiven Faktor als  $2H_k$ , wie zum Beispiel  $H_k$ , erreicht.

Zeigen Sie, dass MARK nicht  $H_k$ -kompetitiv ist.

*Hinweis:* Es genügt, einen Cache der Größe  $k = 2$  und Sequenzen, die nur auf 4 verschiedene Seiten zugreifen, zu betrachten.