

Algorithmen und Berechnungskomplexität II, SS 13
Aufgabenblatt 2
Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

- Die Lösungen können bis Mittwoch, 24.04., 12:15 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang im kleinen Raum auf der linken Seite). Gebt bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Gruppennummer (A-I) an, wie auf der Vorlesungswebseite angegeben.
- Abgabe in festen Gruppen von 2-3 Personen ist erlaubt.
- Wer noch keiner Übungsgruppe zugeordnet ist und dennoch am Übungsbetrieb teilnehmen möchte, kontaktiert bitte Rainer Penninger (penninge@cs.uni-bonn.de).

Aufgabe 3: Turingmaschinen: Multiplikation (4 Punkte)

Beschreiben Sie, wie auf einer deterministischen 4-Band-Turingmaschine mit Bandalphabet $\Sigma = \{\$, \#, 0, 1\}$ zwei binär kodierte Zahlen x und y multipliziert werden können. Am Anfang steht auf Band 1 die Eingabe $\$x\#y$, die anderen Bänder sind anfangs leer. Am Ende soll auf Band 4 das Resultat $x \cdot y$ stehen.

Sie dürfen grundlegende Operationen, welche die Turingmaschine durchführen soll umschreiben, wie zum Beispiel „Erhöhe die auf Band 2 gespeicherte Zahl um 1“.

Bitte wenden!

Aufgabe 4: Vergleich: Entscheiden und Akzeptieren(4 Punkte)

Sei L die Sprache der Wörter, die nur aus Einsen bestehen, also

$$L = \{1^j \mid j \geq 0\}.$$

Betrachten Sie die Turingmaschine $M = \{\Sigma, Q, q_0, \delta, F\}$ mit $\Sigma = \{\$, \#, 0, 1, \sqcup\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ und $F = \{q_3\}$, und Übergangsfunktion δ :

δ	0	1	\sqcup	#	\$
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_3, 1, N)$	$(q_1, \#, R)$	$(q_0, \$, R)$
q_1	$(q_1, 0, L)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_1, 1, L)$	$(q_1, \#, N)$	$(q_2, \$, R)$
q_2	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_1, 1, L)$	$(q_2, \#, L)$	$(q_1, \$, R)$
q_3	—	—	—	—	—

Gehen Sie davon aus, dass das \$-Symbol nur am Bandanfang steht, und dass die Eingabe am Anfang der Berechnung lückenlos (ohne \sqcup s) am Anfang von Band 1 steht.

1. Akzeptiert M die Sprache L ? Begründen Sie Ihre Antwort. Wenn M die Sprache L nicht akzeptiert, dann modifizieren Sie M so, dass M die Sprache L akzeptiert.
2. Entscheidet M die Sprache L ? Begründen Sie Ihre Antwort. Wenn M die Sprache L nicht entscheidet, dann modifizieren Sie M so, dass M die Sprache L akzeptiert.

Eine Modifikation von M darf nur dergestalt sein, dass maximal ein weiterer Zustand q_4 zu Q und ggf. zu F hinzugefügt wird. Die Zustandsübergänge von q_4 dürfen nach Belieben gewählt werden, bei jedem schon existierenden Eintrag in der Zustandsübergangstabelle dürfen lediglich die Folgezustände geändert werden.

Aufgabe 5: Turingmaschinen simulieren (4 Punkte)

Seien A und B Turingmaschinen. Während B der gewohnten Turingmaschinendefinition aus dem Skript entspricht, gibt es bei A eine Besonderheit: A hat ein zu beiden Seiten unbeschränktes Band, nicht nur ein zur rechten Seite

unbeschränktes. In diesem Fall markiert das $\$$ -Zeichen den Mittelpunkt des Bandes, und nicht das linke Ende.

Ihre Aufgabe ist nun, die beidseitig unbeschränkte Turingmaschine A mit Hilfe der normalen Turingmaschine B zu simulieren. Wir sagen, dass die Turingmaschine B die andere Turingmaschine A simuliert, wenn B die gleiche grundsätzliche Funktionsweise an internen Zuständen aufweist wie A (zusätzliche, aufgrund der Simulation erforderliche Zustände dürfen in B natürlich existieren) und insbesondere auch für die gleichen Dateneingaben akzeptiert bzw. nicht akzeptiert.

Geben Sie auf formal nachvollziehbare Weise an, wie B anhand A konstruiert wird und wie dafür die Eingabe auf dem Band von B deponiert wird. Eine Aufgabe, die mit A gelöst wird, soll mit B maximal doppelt soviel Zeit benötigen.