

Offline Bewegungsplanung: Zellenberechnungen

Elmar Langetepe
University of Bonn

Zellenberechnung: **Th. 2.23**

Zellenberechnung: **Th. 2.23**

n X -monotone Kurvenstücke von denen sich zwei nur s mal schneiden, x gegeben. Die Zelle Z_x kann in Zeit $O(\lambda_{s+2}(n)) \log^2 n$ berechnet werden.

Anwendungen: **Kap. 2.2.3**

Anwendungen: **Kap. 2.2.3**

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen

Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum

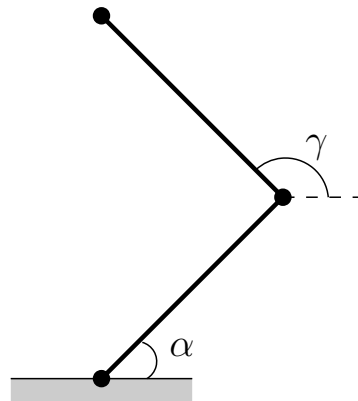
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest,



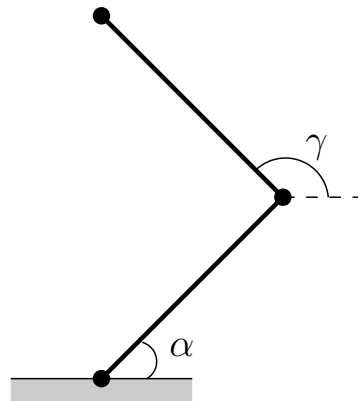
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken



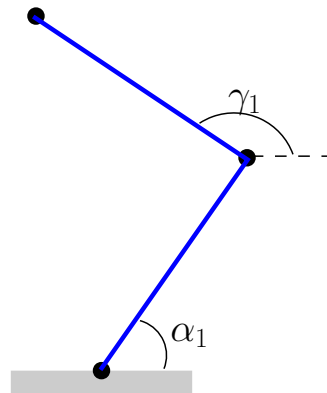
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgrad: Tupel des Konfigurationsraumes!!



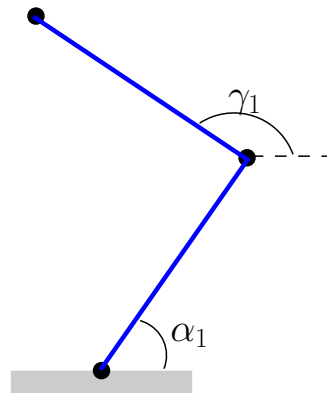
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgrad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse,



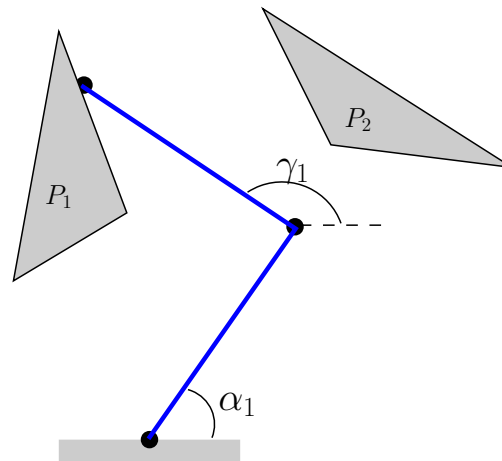
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgrad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



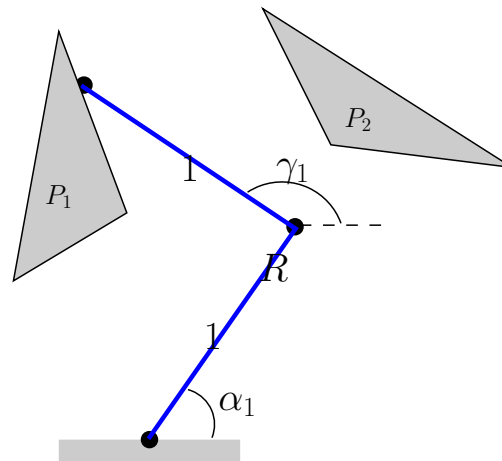
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgrad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



Anwendungen: Kap. 2.2.3

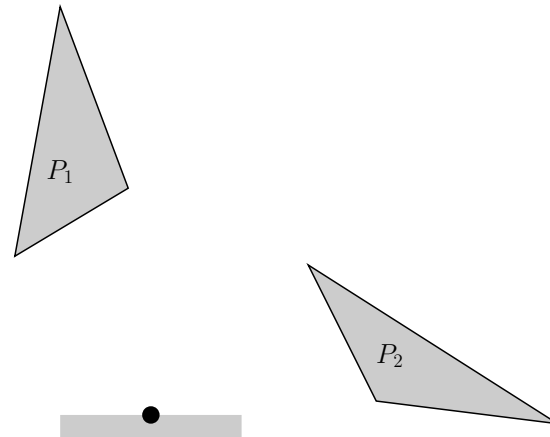
- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgrad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

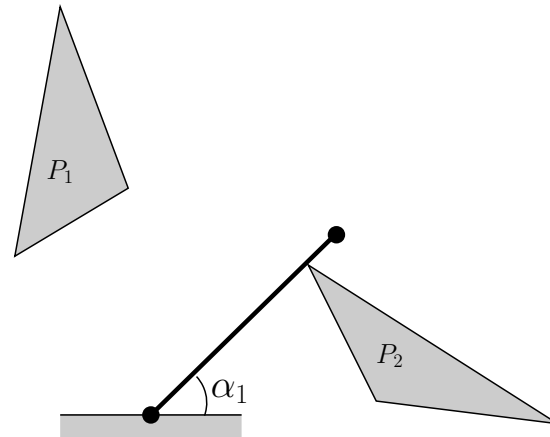
Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

Einschränkung unterer Bogen:



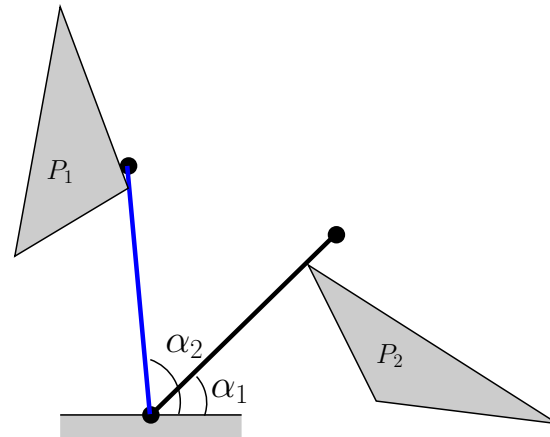
Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

Einschränkung unterer Bogen: α_1 ,



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

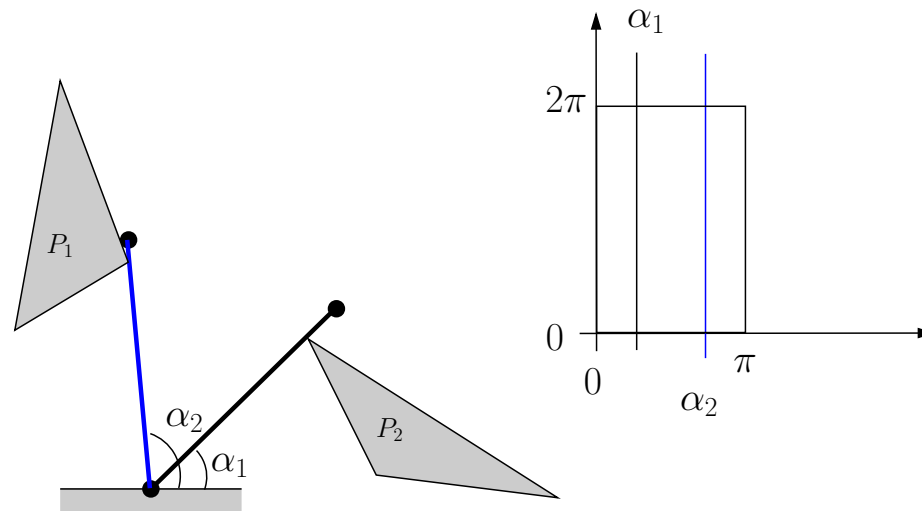
Einschränkung unterer Bogen: α_1, α_2



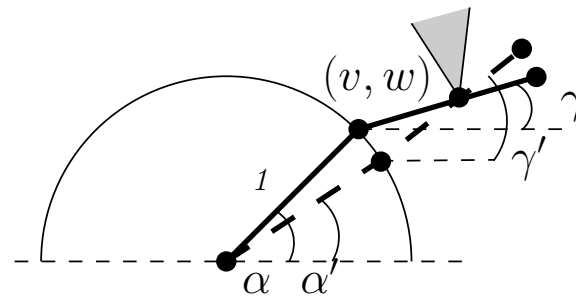
Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

Einschränkung unterer Bogen: α_1, α_2

Zwei Kanten im Konfigurationsraum!!

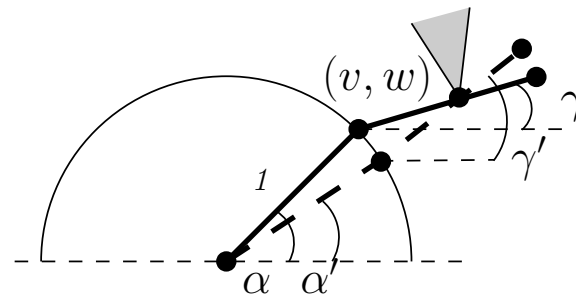


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

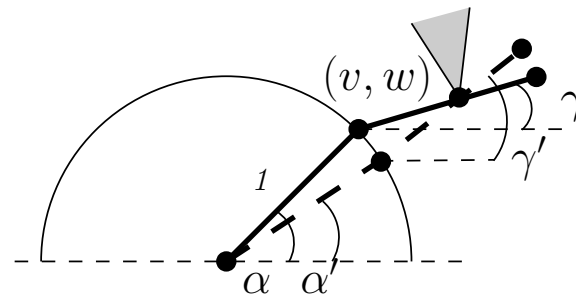
Kontakt: Hindernisecke mit oberem Arm! Entlangsschieben!



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

Kontakt: Hindernisecke mit oberem Arm! Entlangsschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

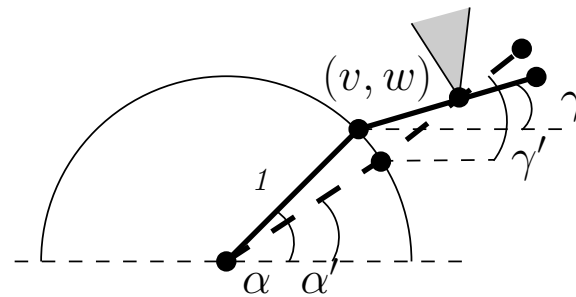


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

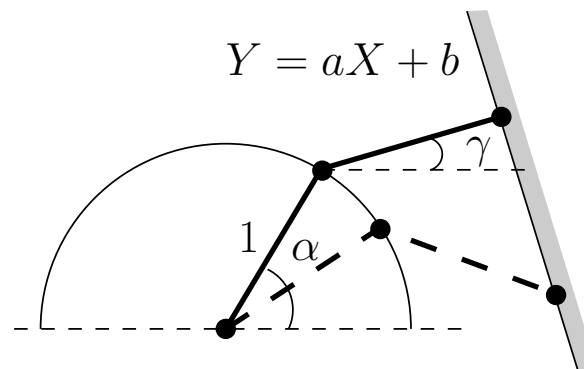
Kontakt: Hindernisecke mit oberem Arm! Entlangsschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

Geschickte Parametrisierung wählen! (Tafel)

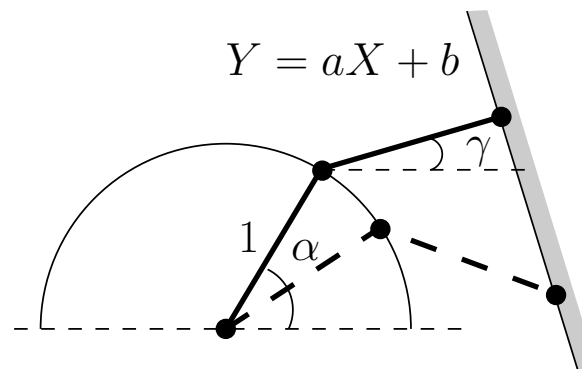


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

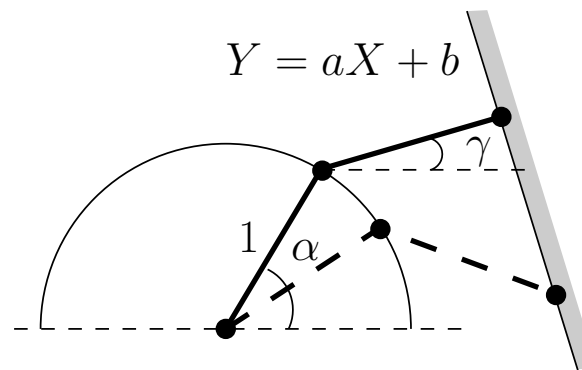
Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangsschieben!



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangsschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

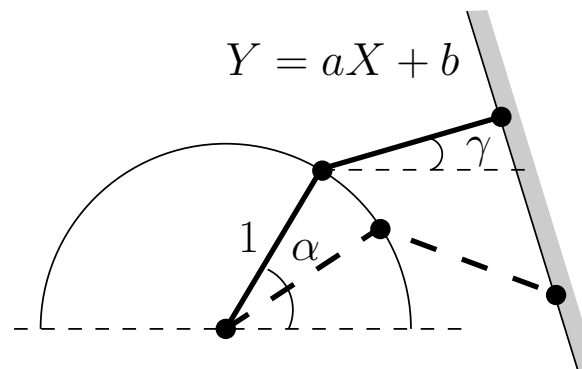


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangsschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

Geschickte Parametrisierung wählen! (Tafel)



Algebraische Kurven!

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i) \quad i = 1, 2$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i) \quad i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i) \quad i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i) \quad i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariate Polynome vom Grad ≤ 6 !

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariate Polynome vom Grad ≤ 6 !

Theorie:

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariate Polynome vom Grad ≤ 6 !

Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte!

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariate Polynome vom Grad ≤ 6 !

Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte! Numerisch berechnen!

Algebraische Kurven!

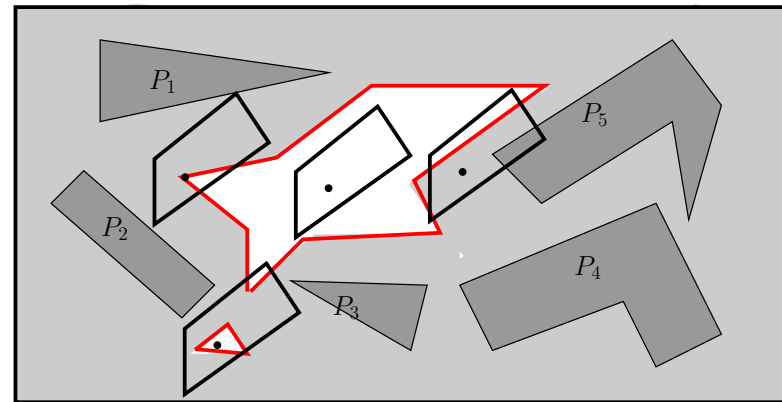
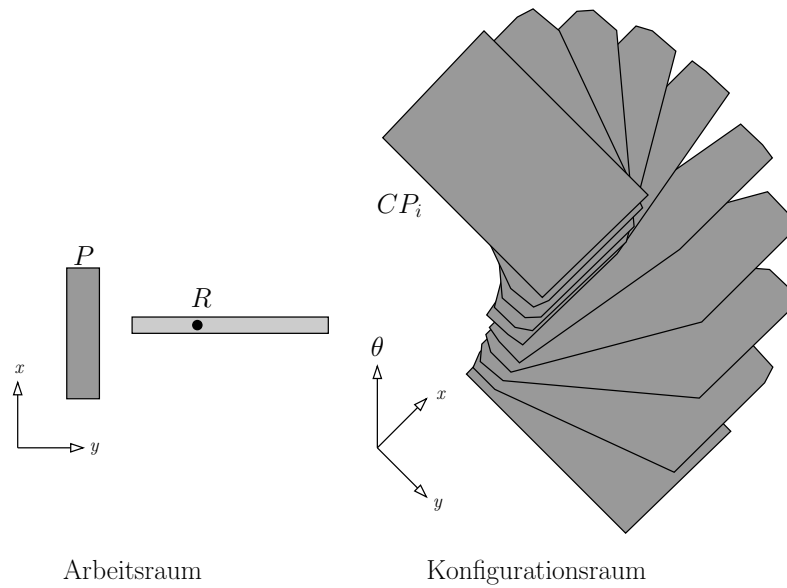
1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest!
 $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariate Polynome vom Grad ≤ 6 !

Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte! Numerisch berechnen!

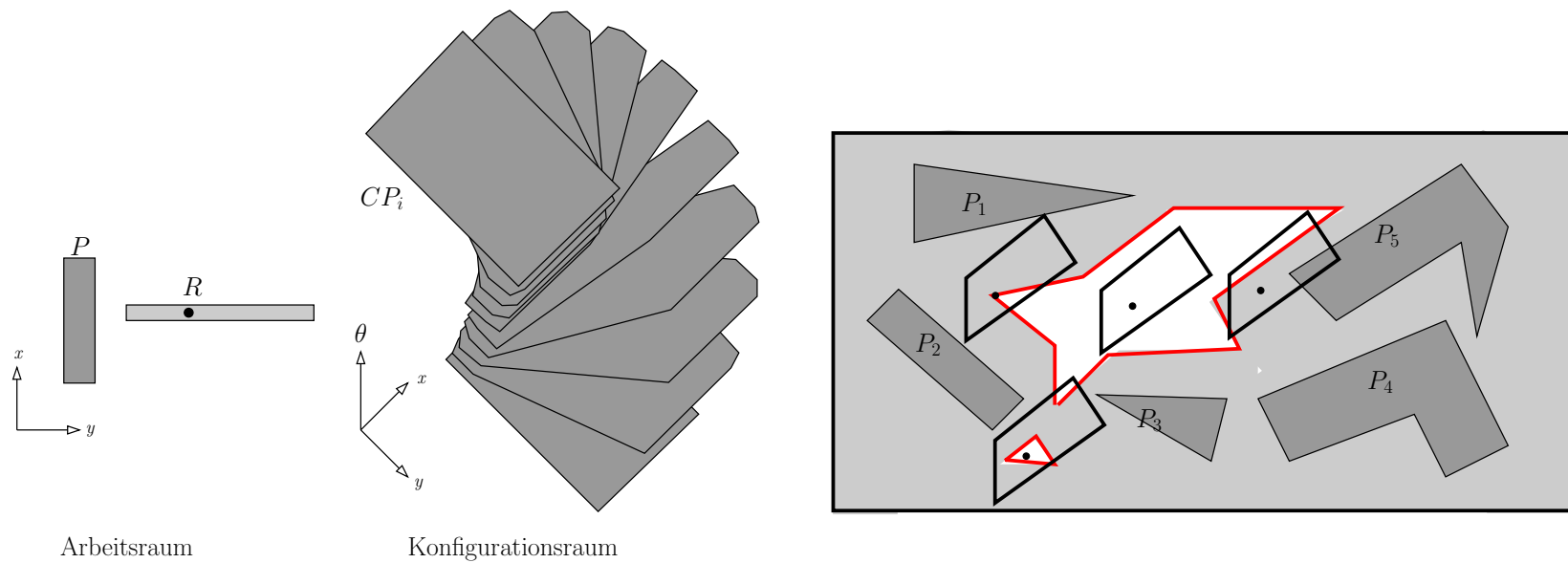
Th. 2.22 anwenden: Bahnplanung in $O(\lambda_{(36+2)}(n) \log^2 n)$!!

Bahnplanungsprobleme



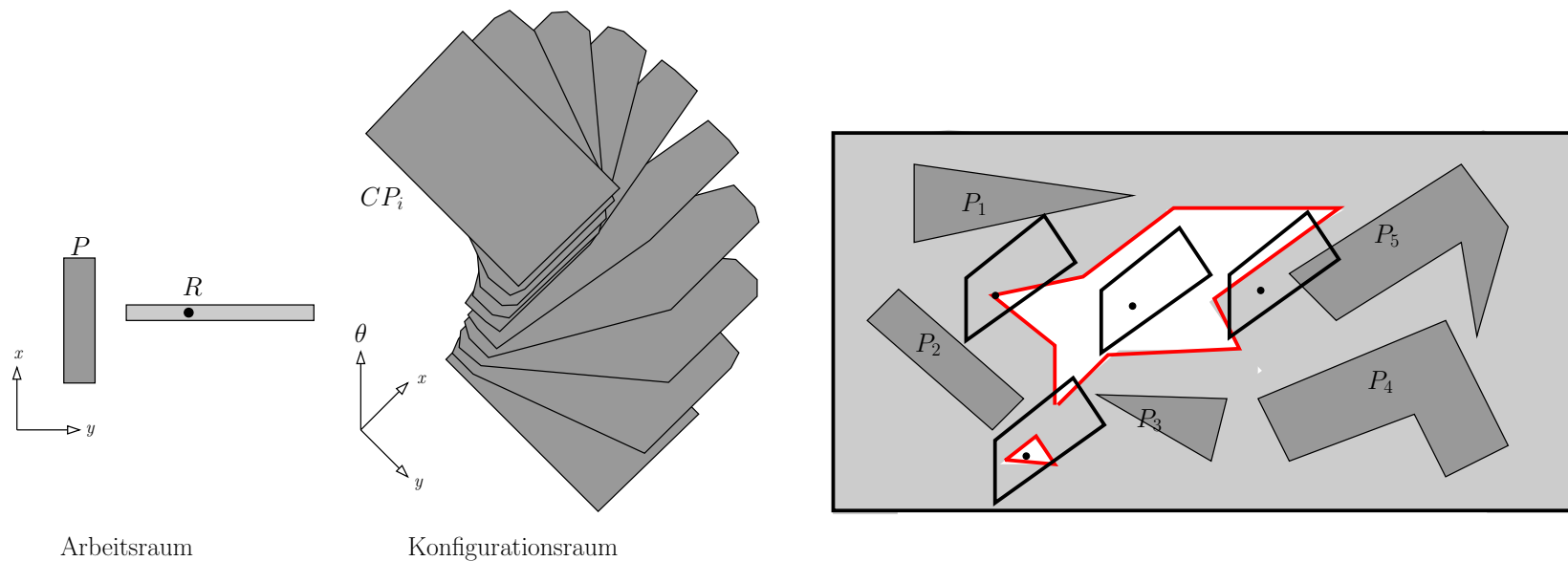
Bahnplanungsprobleme

- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}



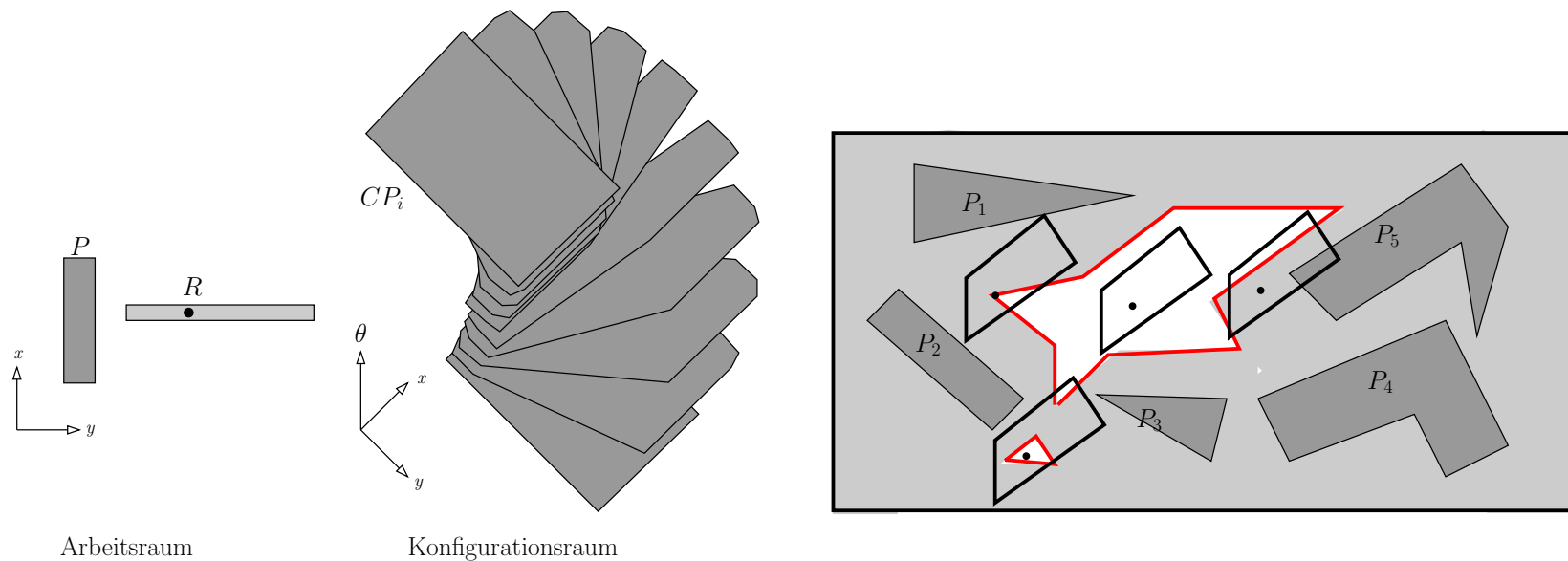
Bahnplanungsprobleme

- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter

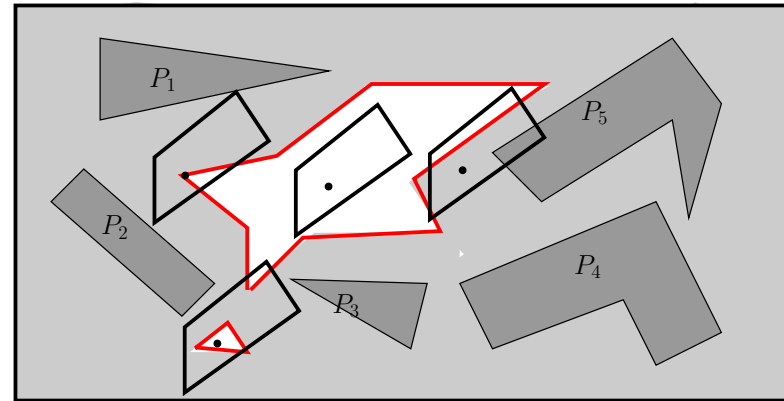
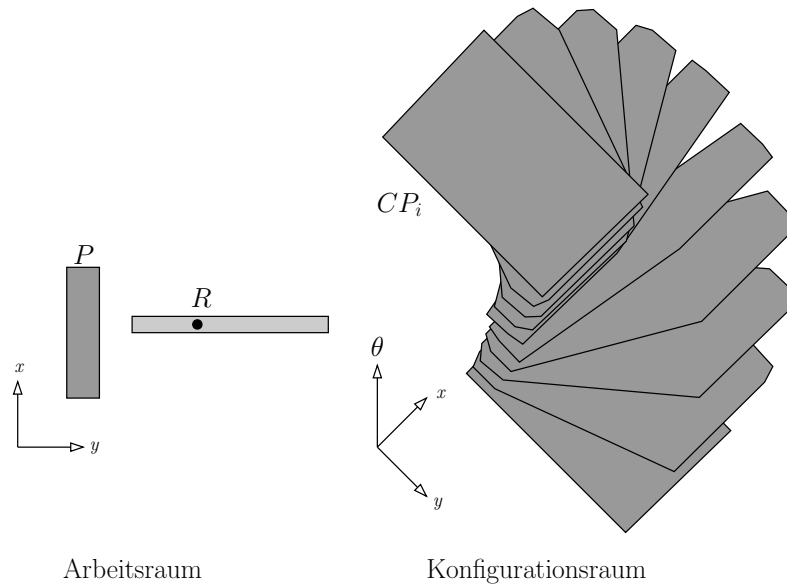


Bahnplanungsprobleme

- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter
- Beispiel: Rotation/Translation konvexer Roboter

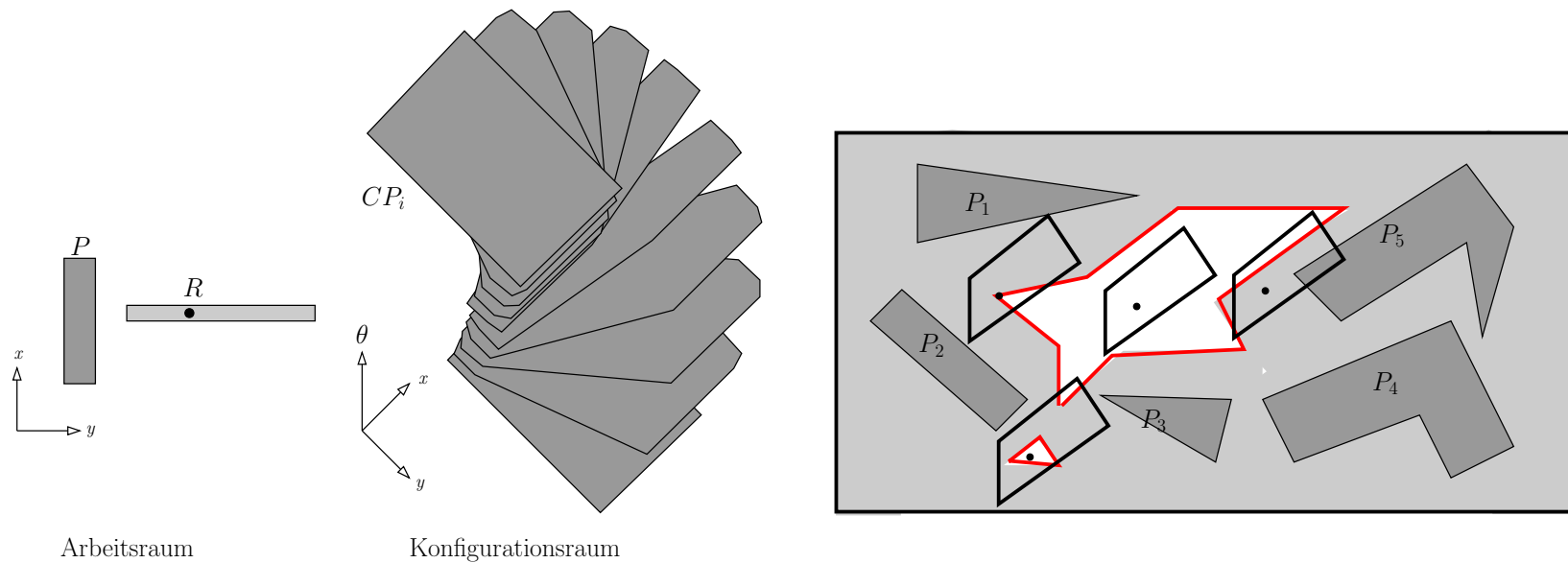


Bahnplanungsprobleme



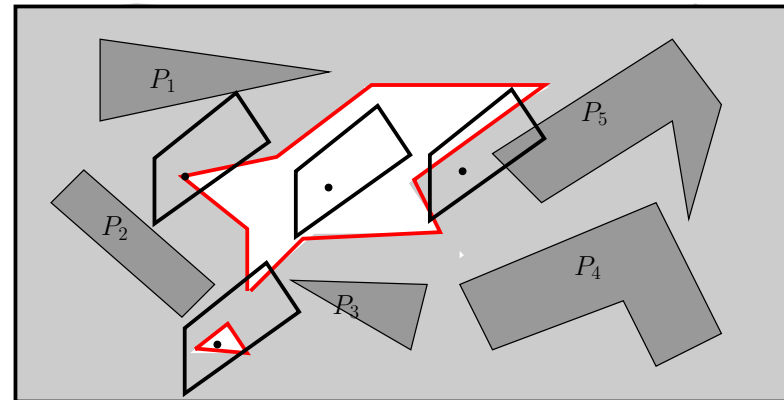
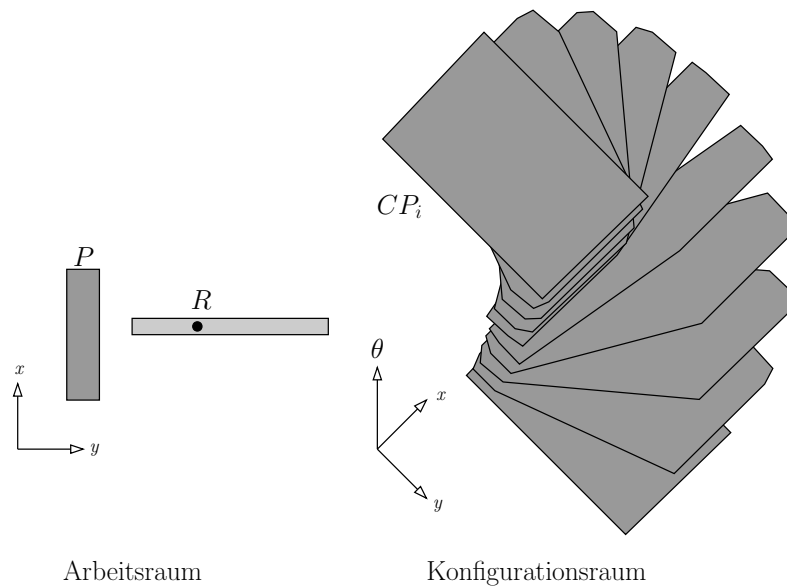
Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung



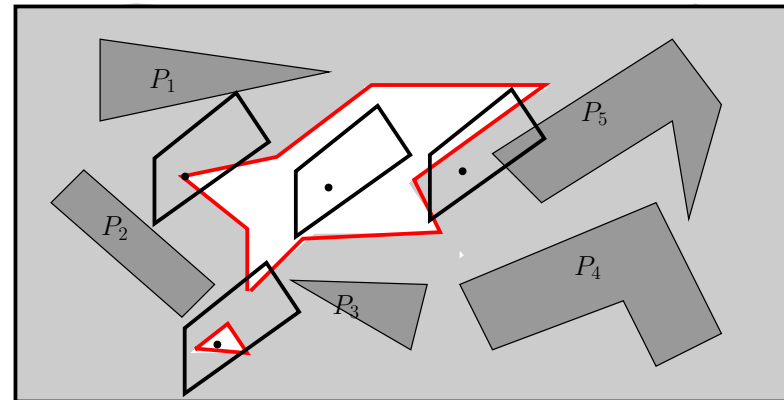
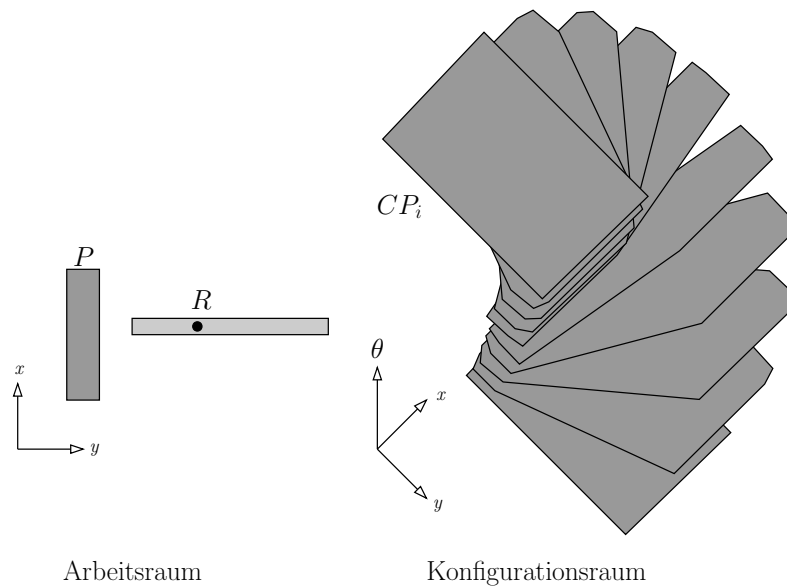
Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer

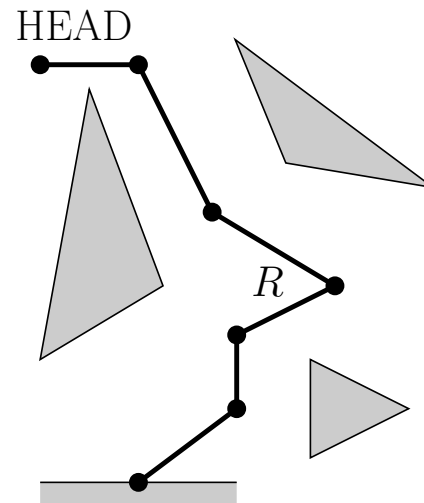


Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer
- Entscheidbarkeit? Lösung berechenbar?

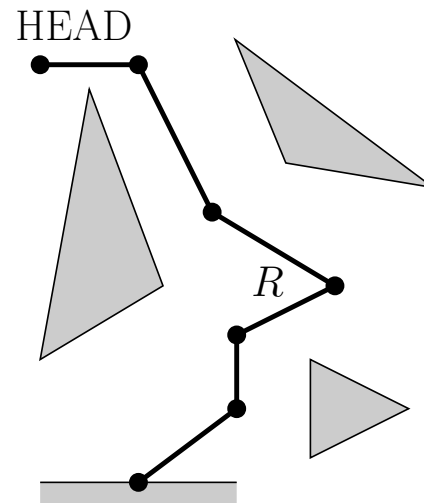


Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!



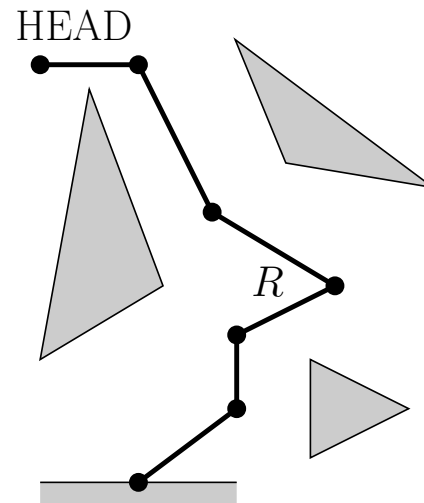
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene



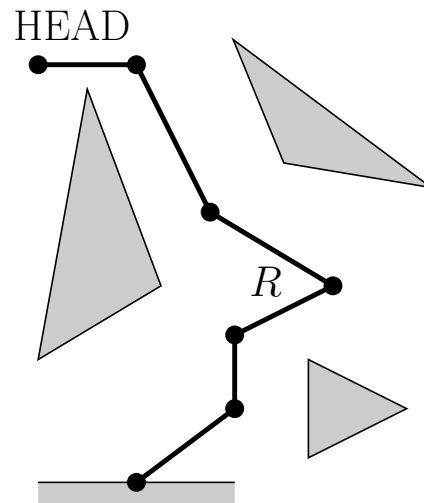
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten



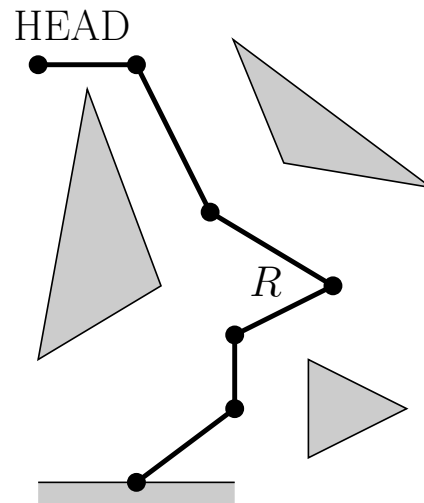
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?



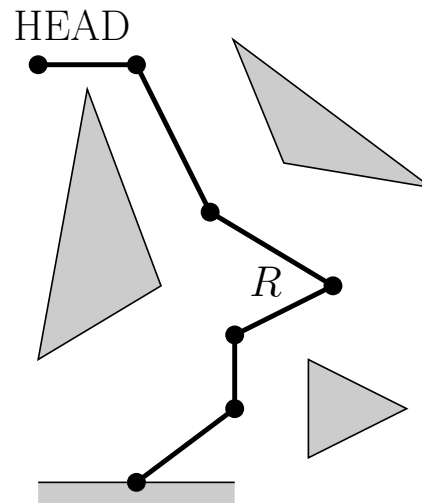
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration



Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration
- Entscheidungsproblem lösen!



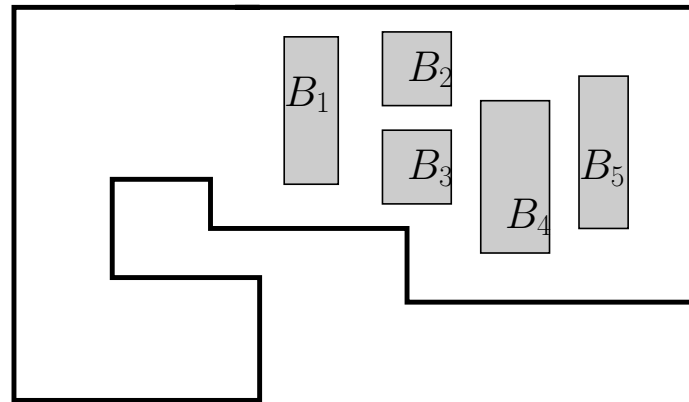
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen

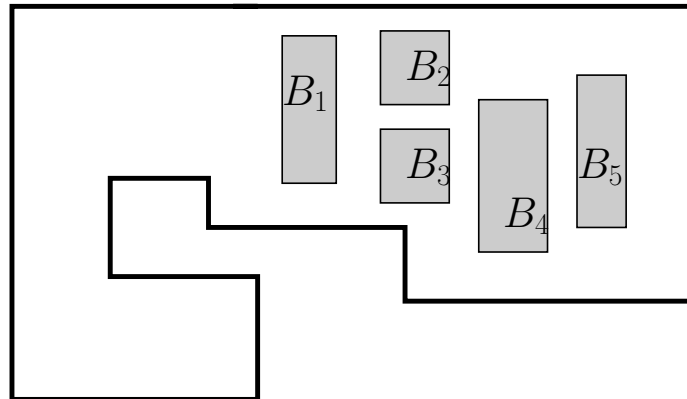
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition



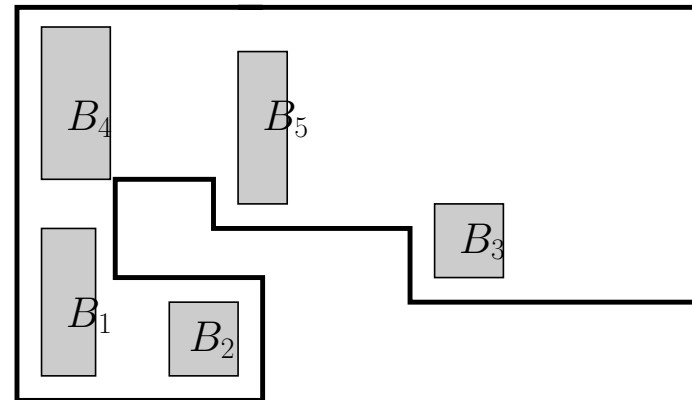
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



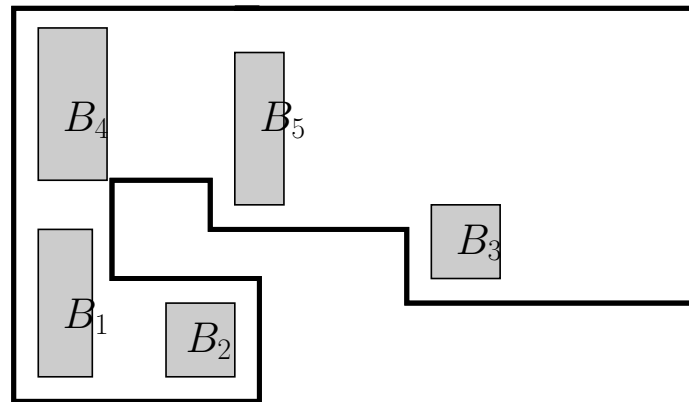
Allgemeine Bahnplanungsprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



Verschieben von Boxen ist NP-hard

Theorem 3.1: Roboter R sei gegeben durch eine Menge von m unterschiedlich großen, achsenparallelen Rechtecken R_i , die nicht miteinander verbunden sind. Die Umgebung sei ein einfaches Polygon P mit achsenparallelen Kanten. Start- und Zielposition s und t seien halbfreie Positionen der R_i in P . Zu entscheiden, ob es in diesem Modell eine kollisionsfreie Bewegung von s nach t gibt, ist NP-schwer.



Reduktion von Partition!

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79

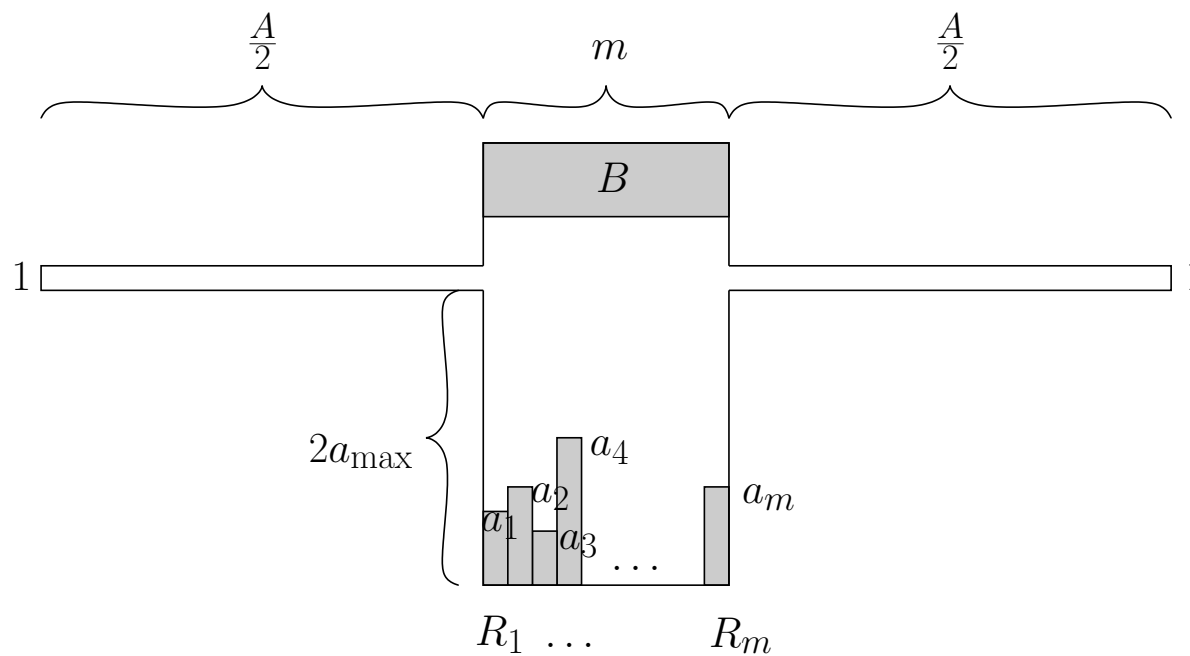
Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer

Reduktion von Partition!

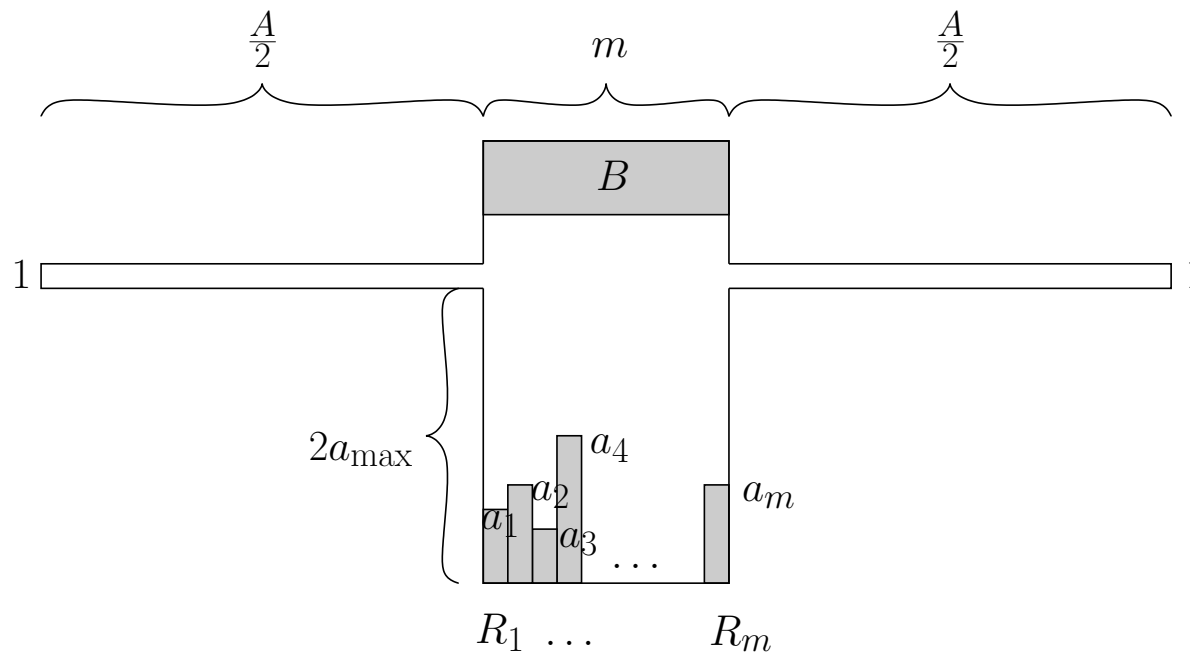
- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum_{a_i \in Y} a_i = \sum_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer
- Übersetze Partition in Box-Planungsproblem

Konstruktion einer Szene



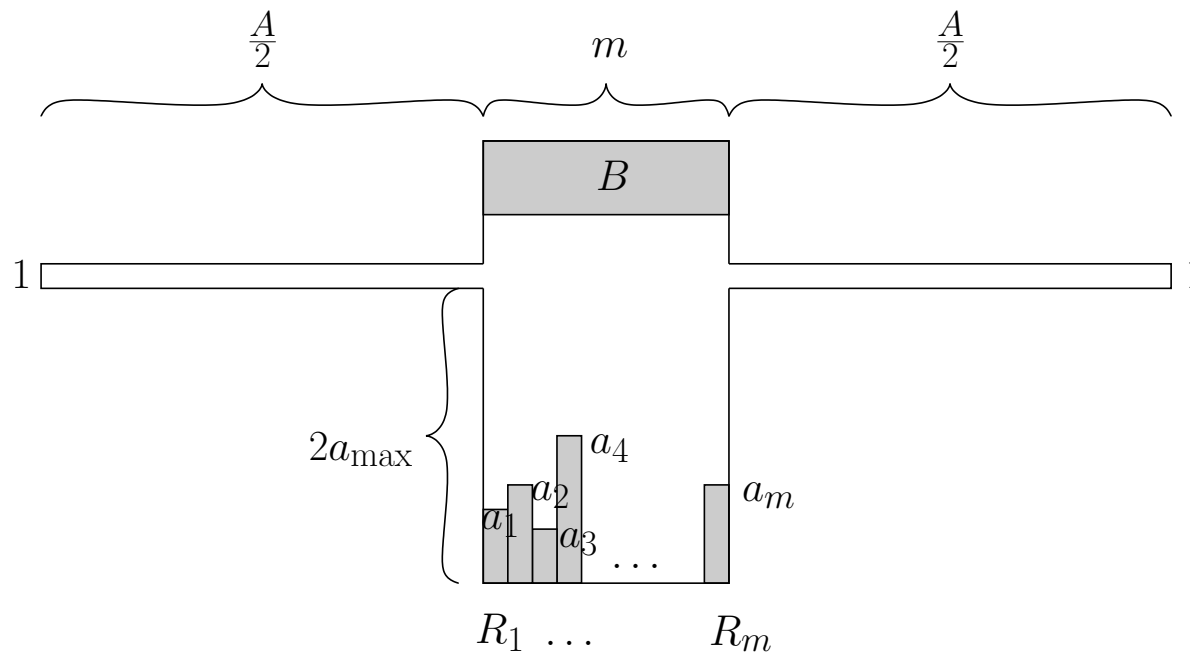
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$,



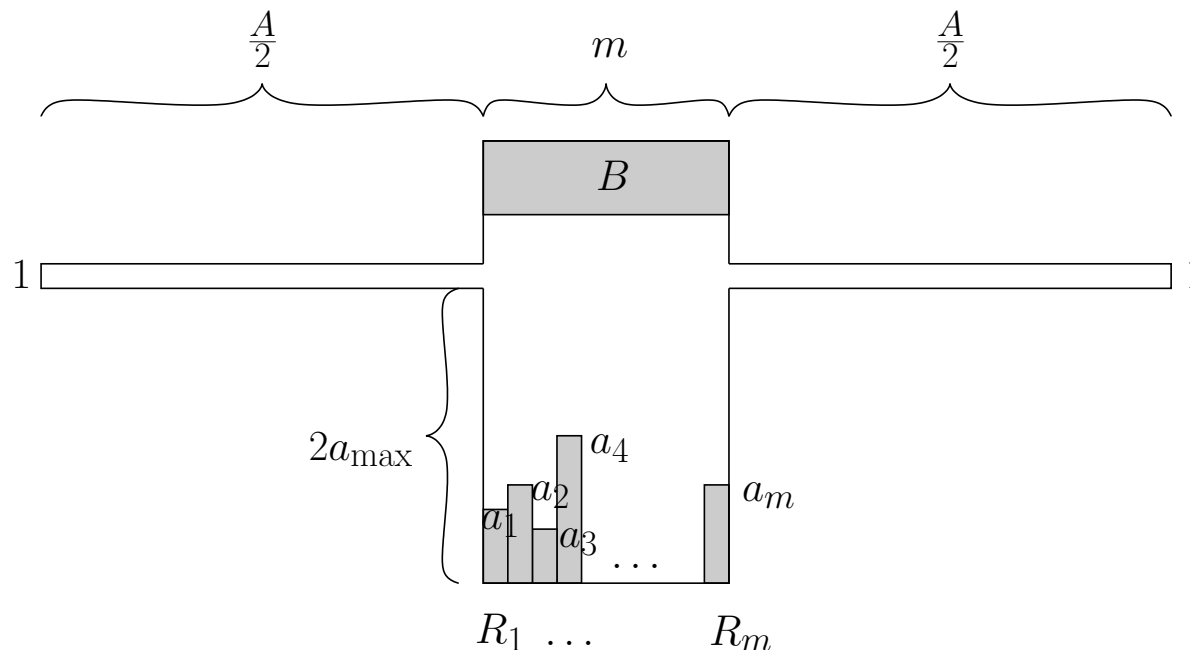
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.



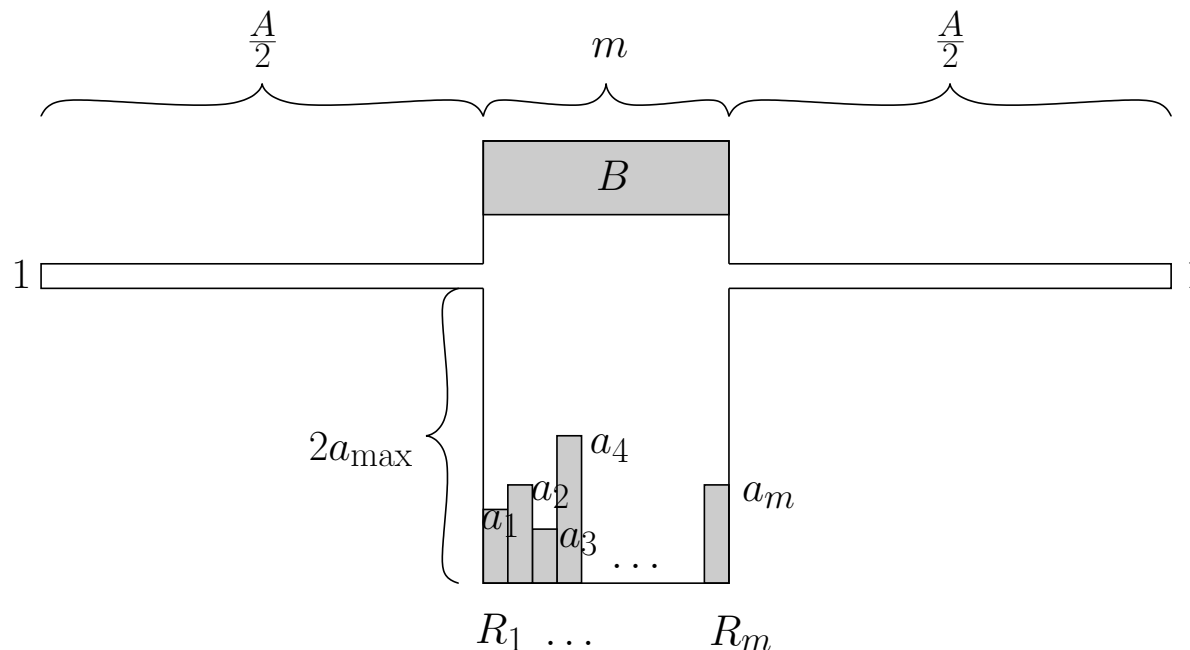
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m ,



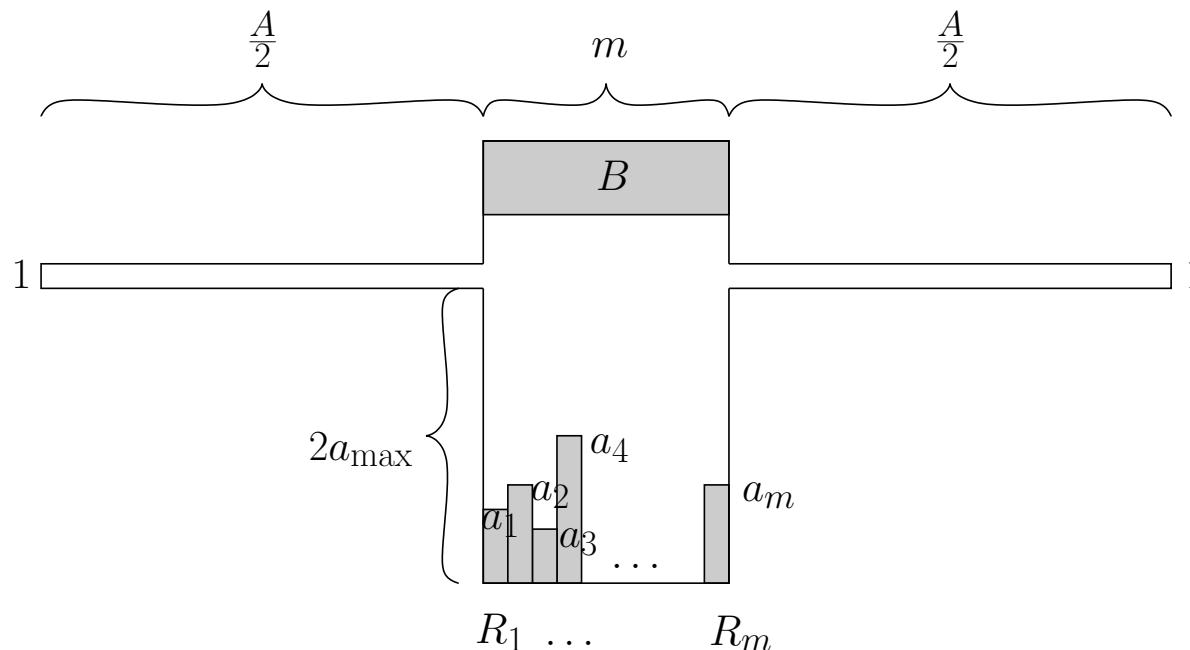
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m , *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$



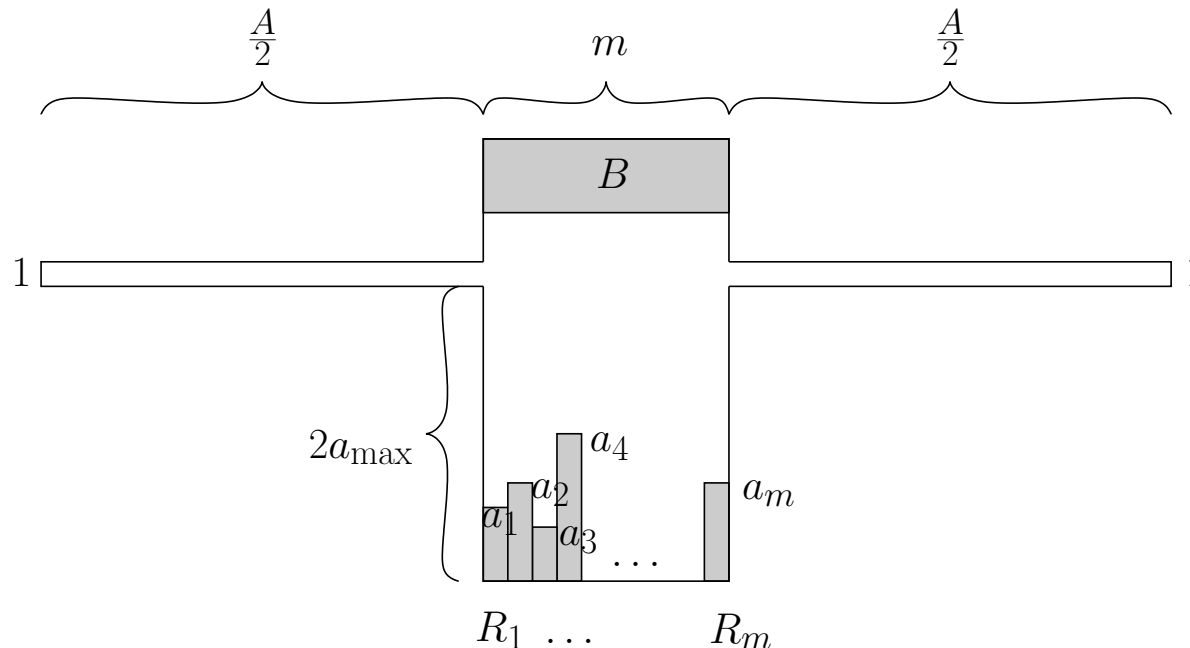
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m , *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i : Höhe a_i , Breite 1, Hallenboden



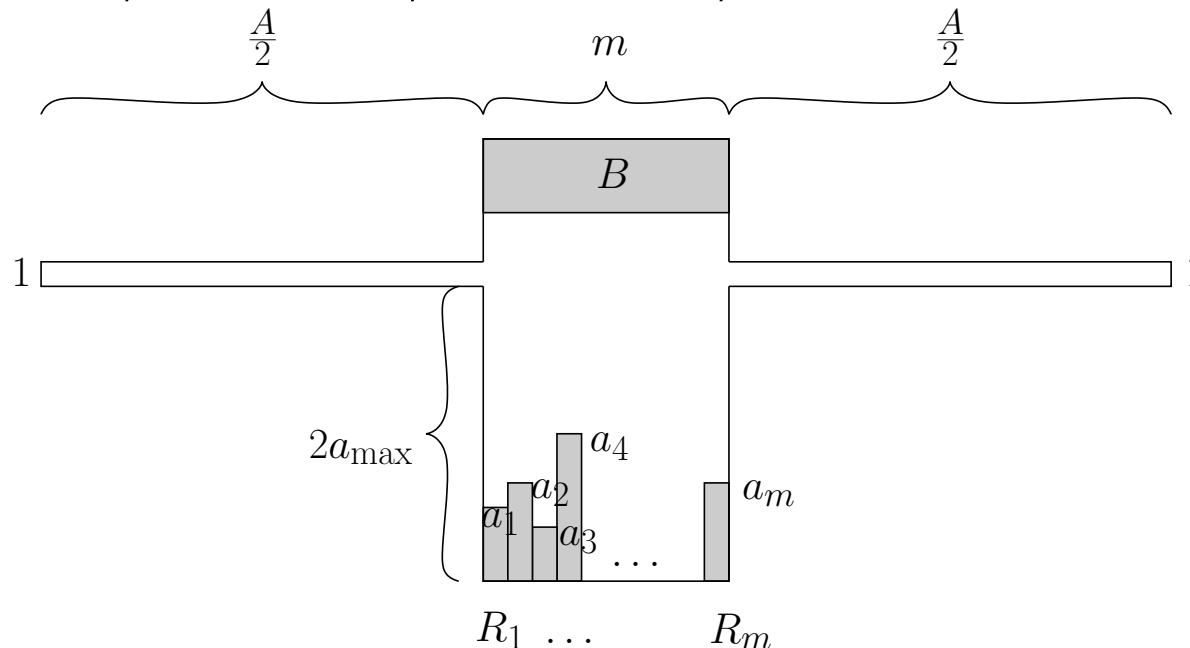
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m , *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i : Höhe a_i , Breite 1, Hallenboden
- R : R_i ,

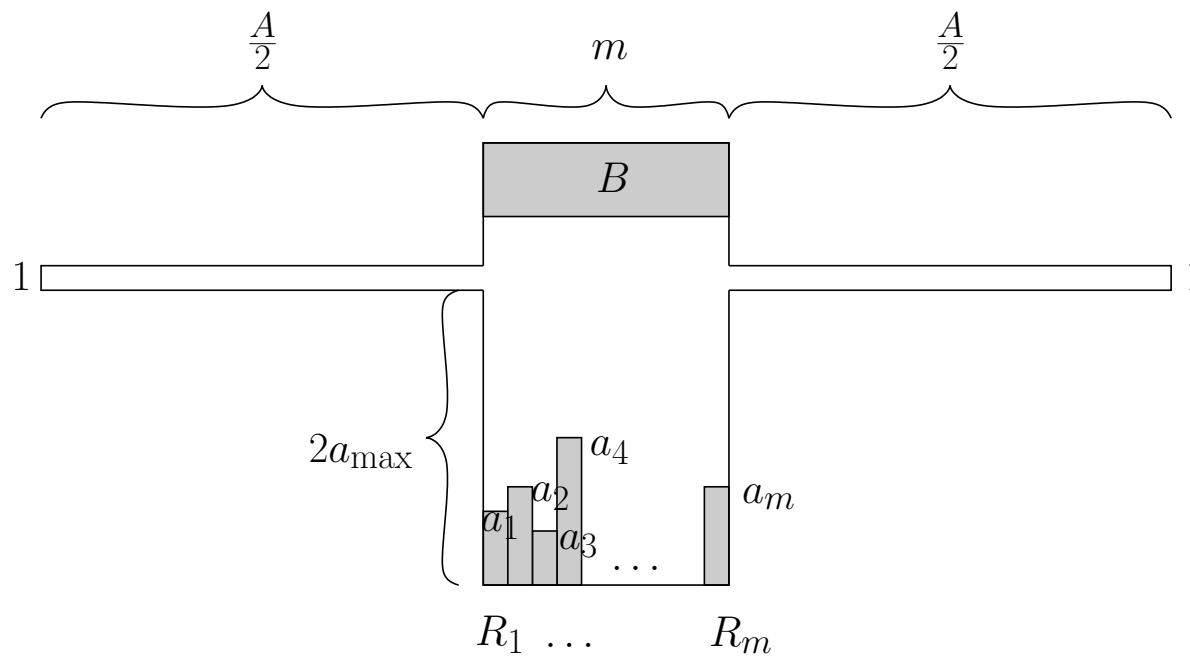


Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^m a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m , *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i : Höhe a_i , Breite 1, Hallenboden
- R : R_i , plus B , Breite m , Höhe > 1 , oben

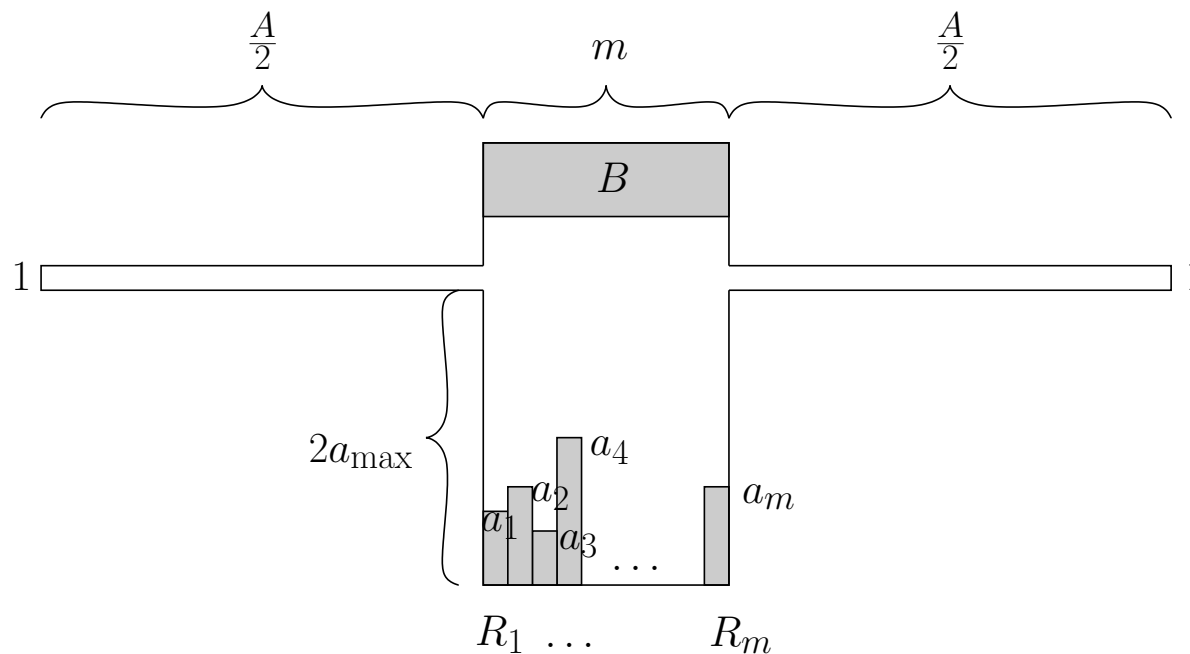


Konstruktion einer Szene



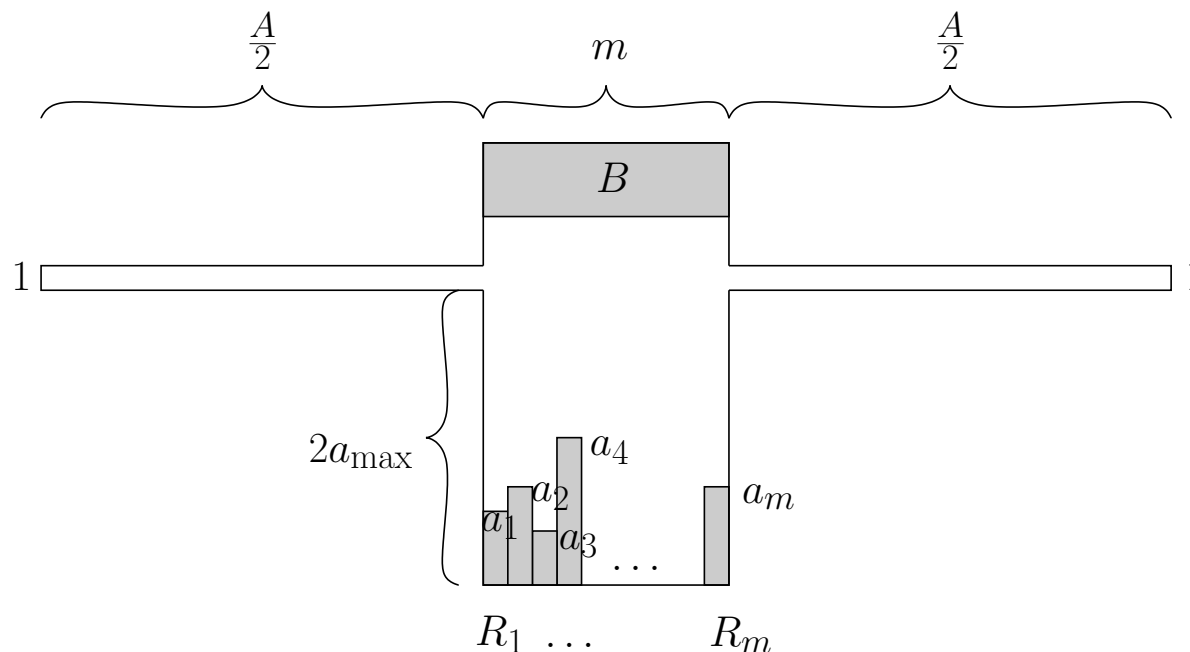
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_i s oben



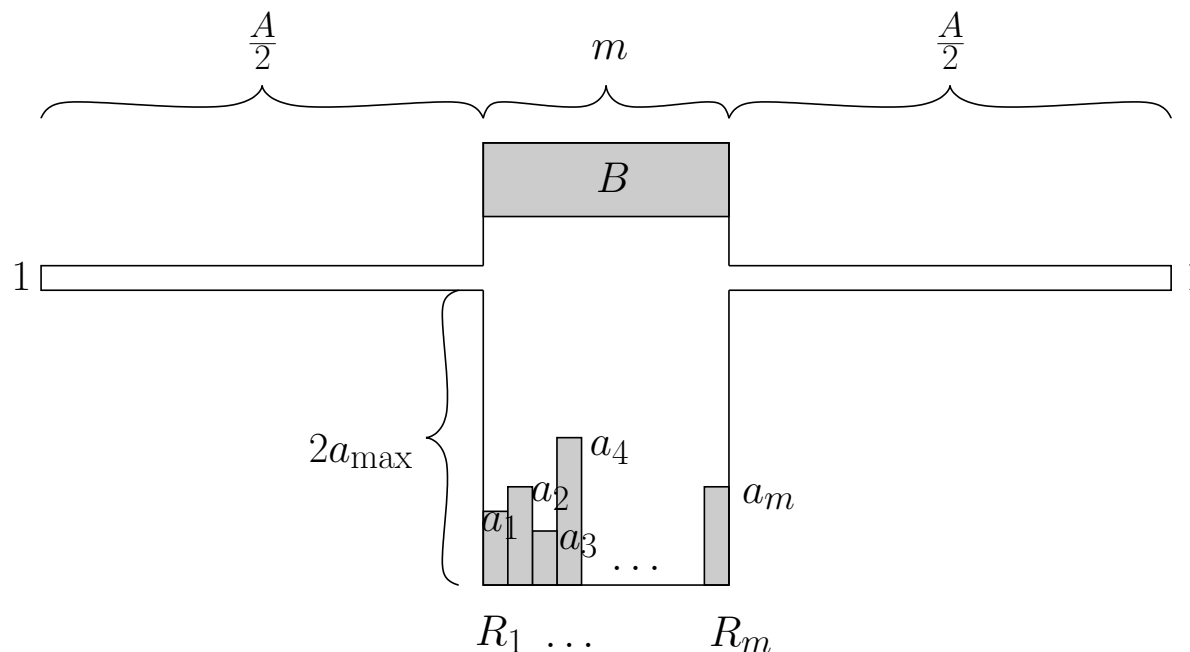
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_i s oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme



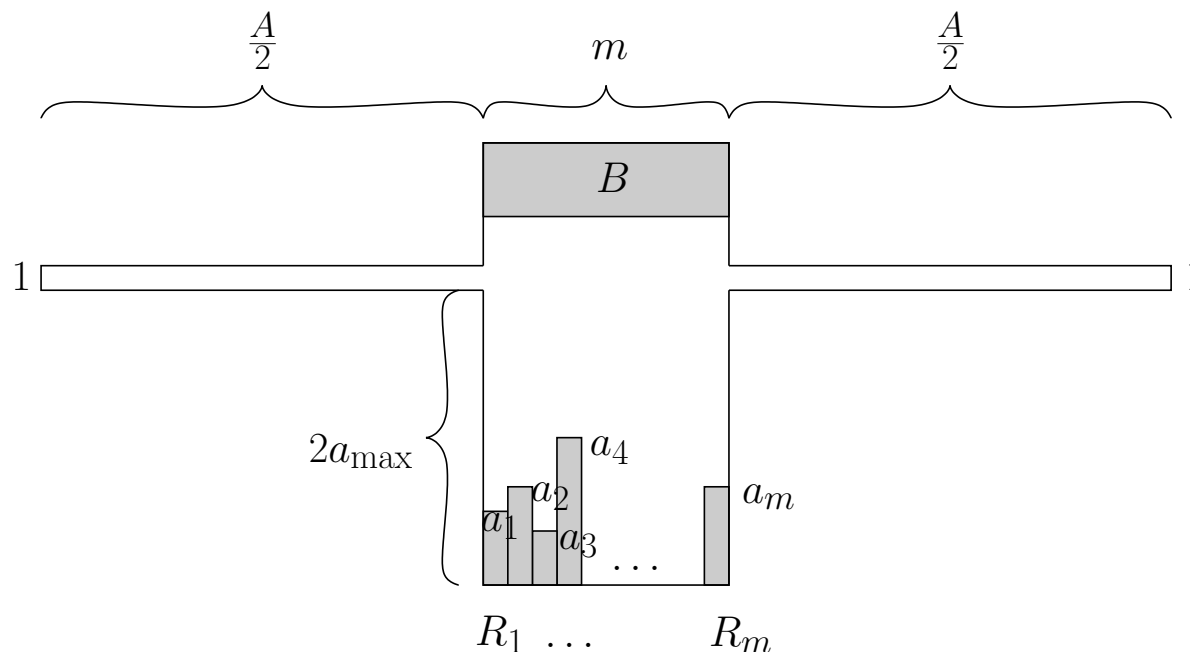
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_i s oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten $A/2$

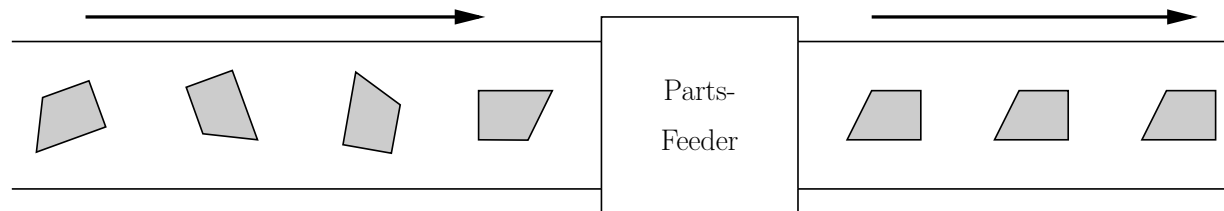


Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_i s oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten $A/2$
- Partition von $X = \{a_1, \dots, a_m\} \subset N$

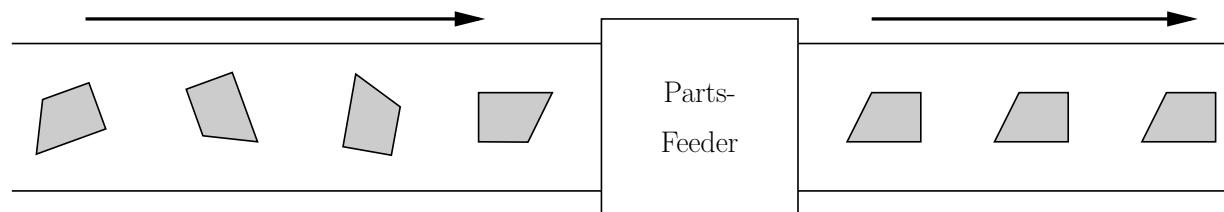


Orientierung polygonaler Werkstücke



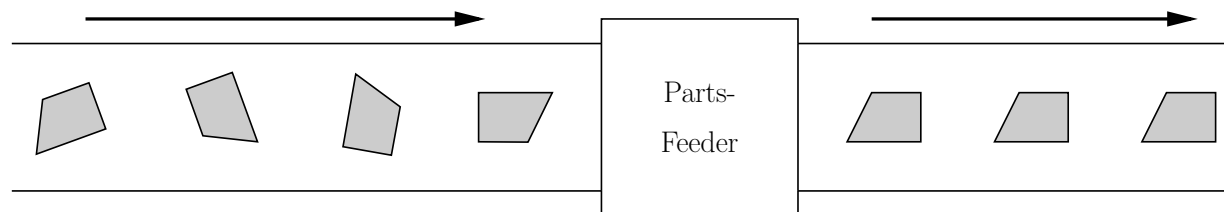
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen



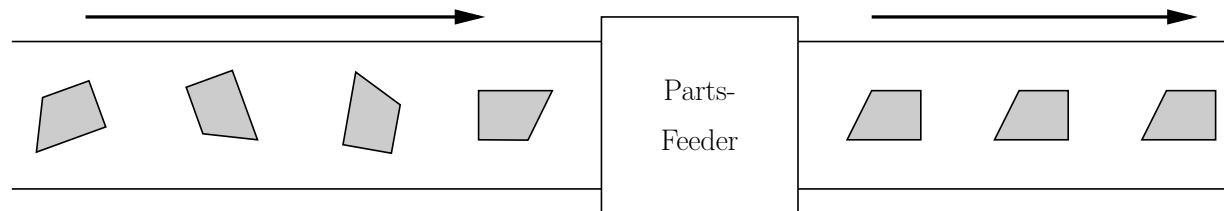
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke



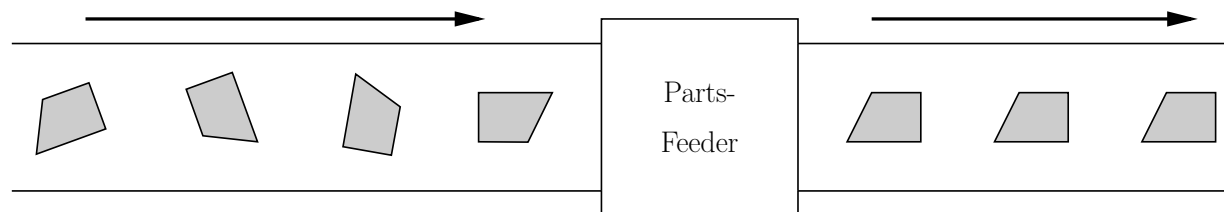
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box



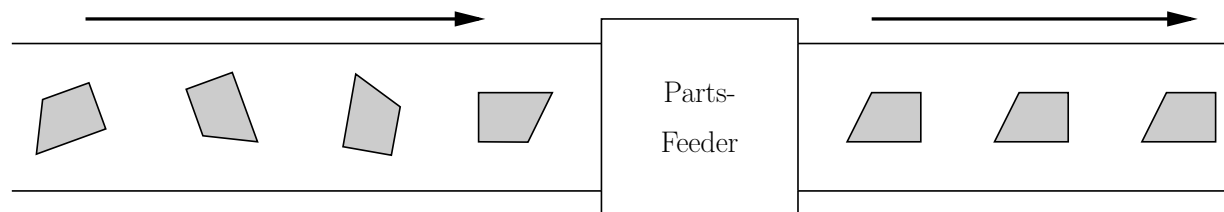
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel



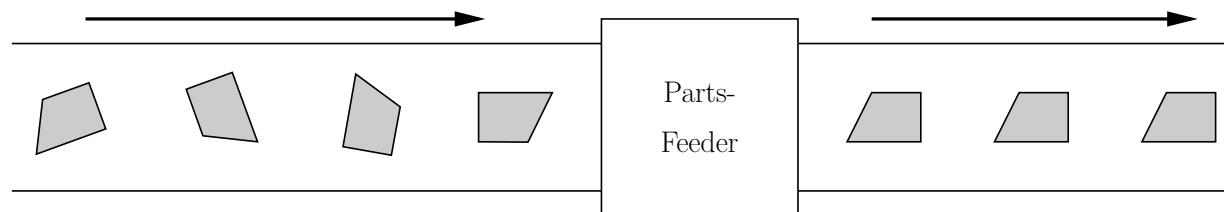
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik

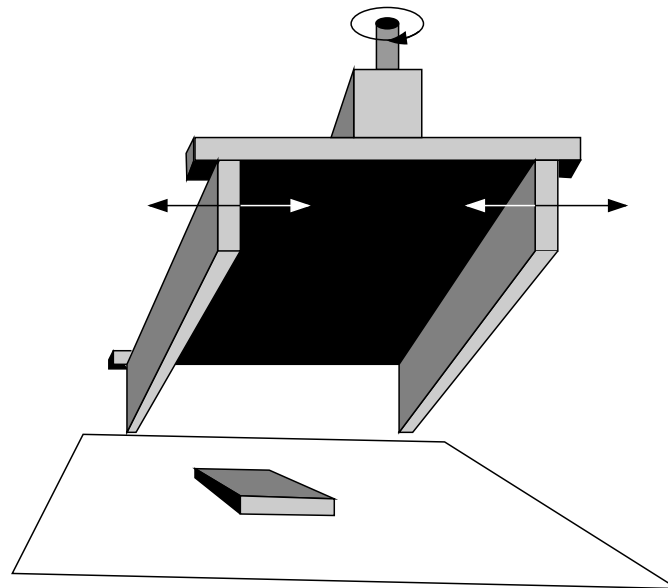


Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik
- Software

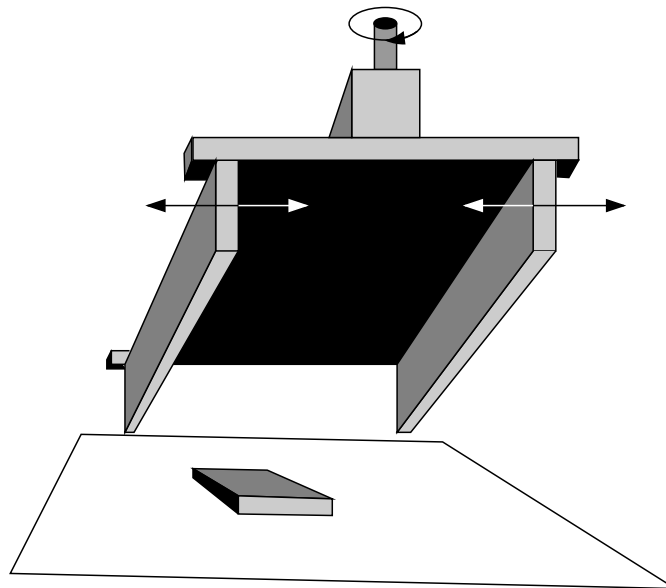


Hardware: Parallel Jaw-Gripper



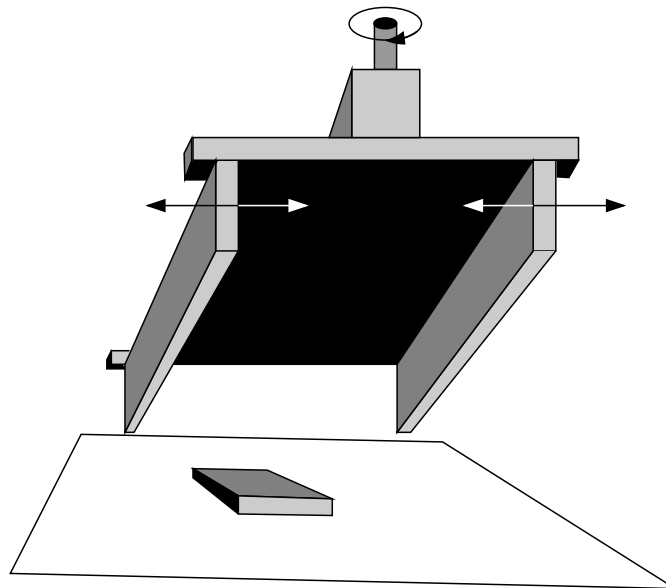
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers



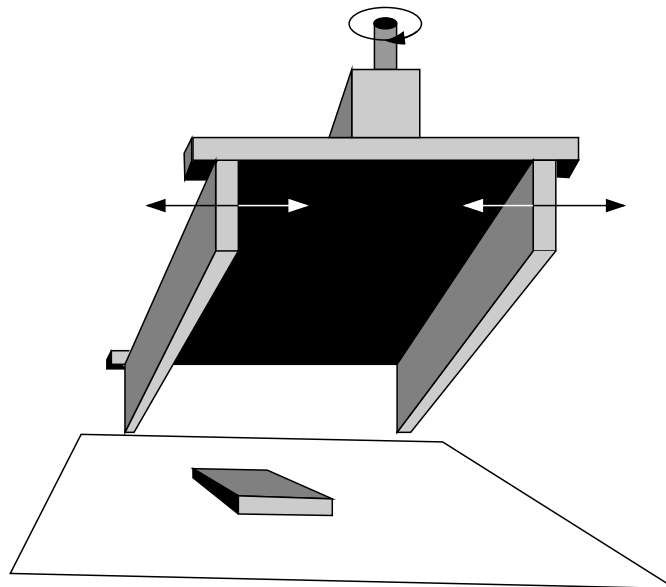
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen



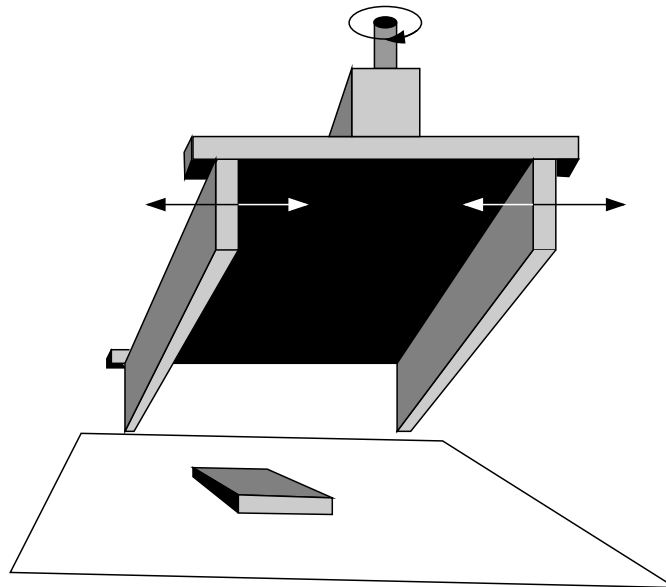
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen



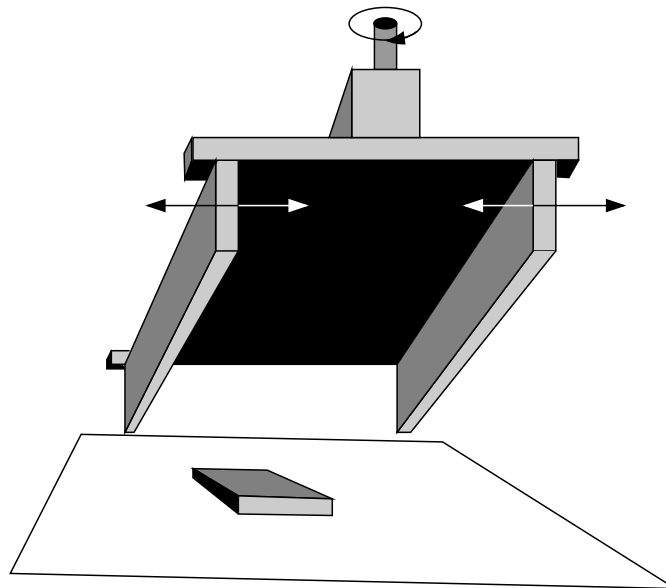
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes



Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes
- Plan von Aktionen berechnen



Geometrisches Modell

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze-Plan*: Folge von Drehen-Greifen

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze-Plan*: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze-Plan*: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen

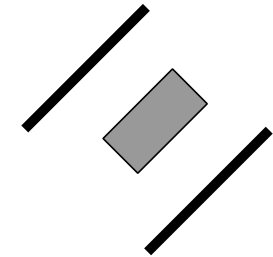
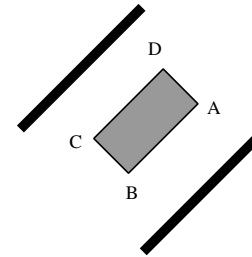
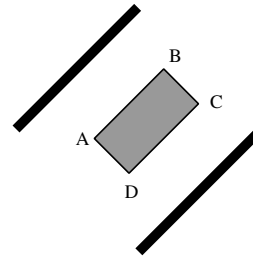
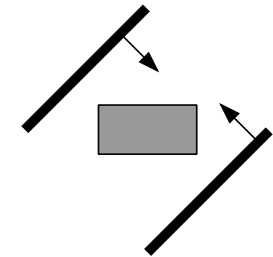
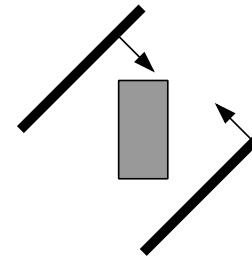
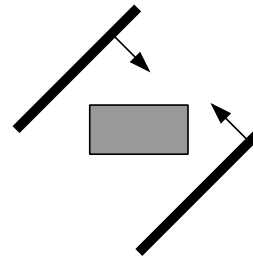
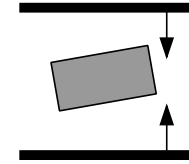
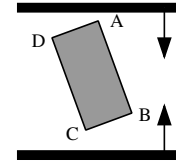
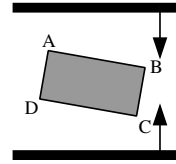
Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze-Plan*: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie

Geometrisches Modell

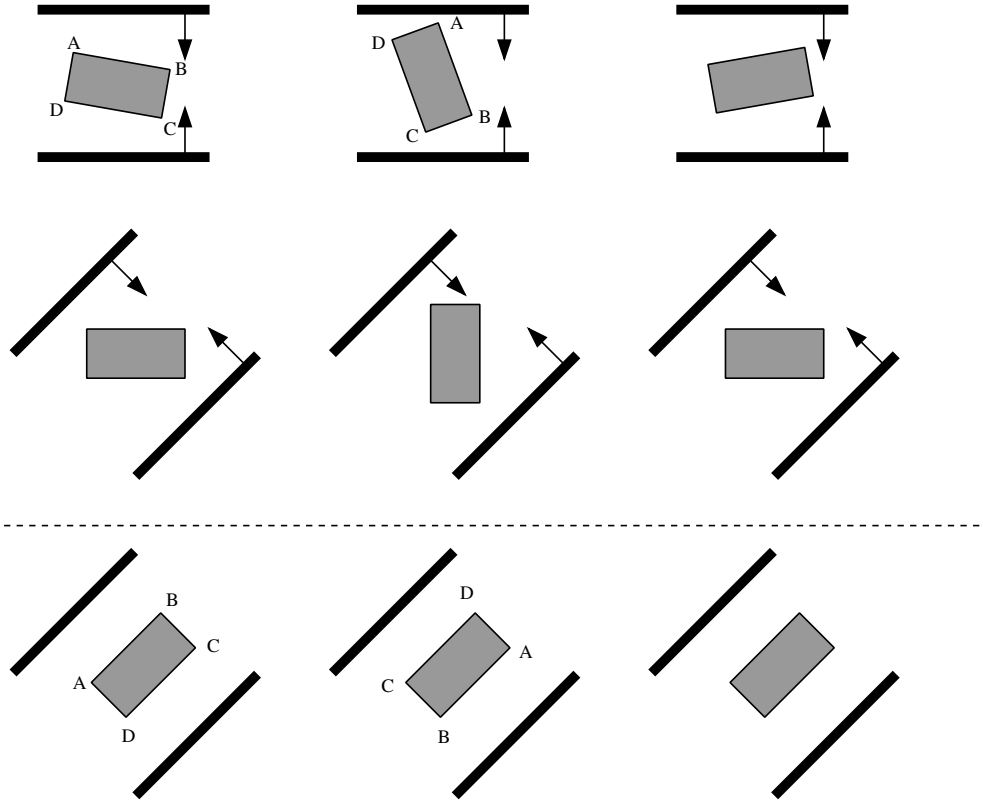
- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze-Plan*: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie
- Andere Ansätze: Simulation, Heuristiken, Genetische Alg.

Beispiel!



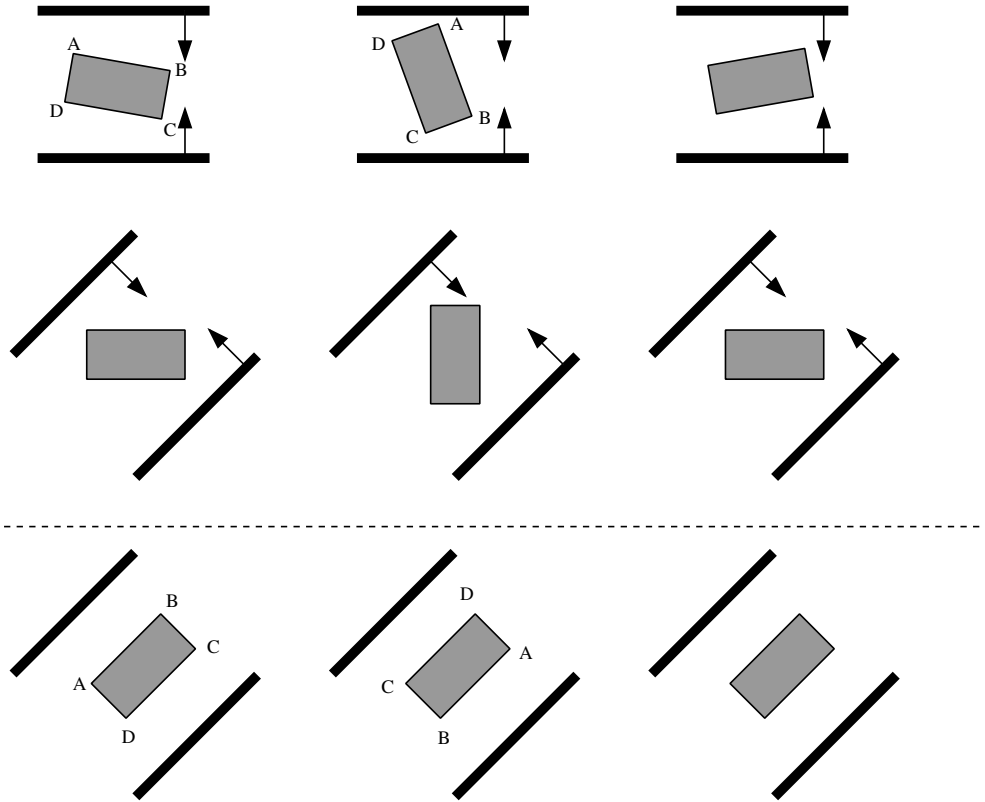
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$



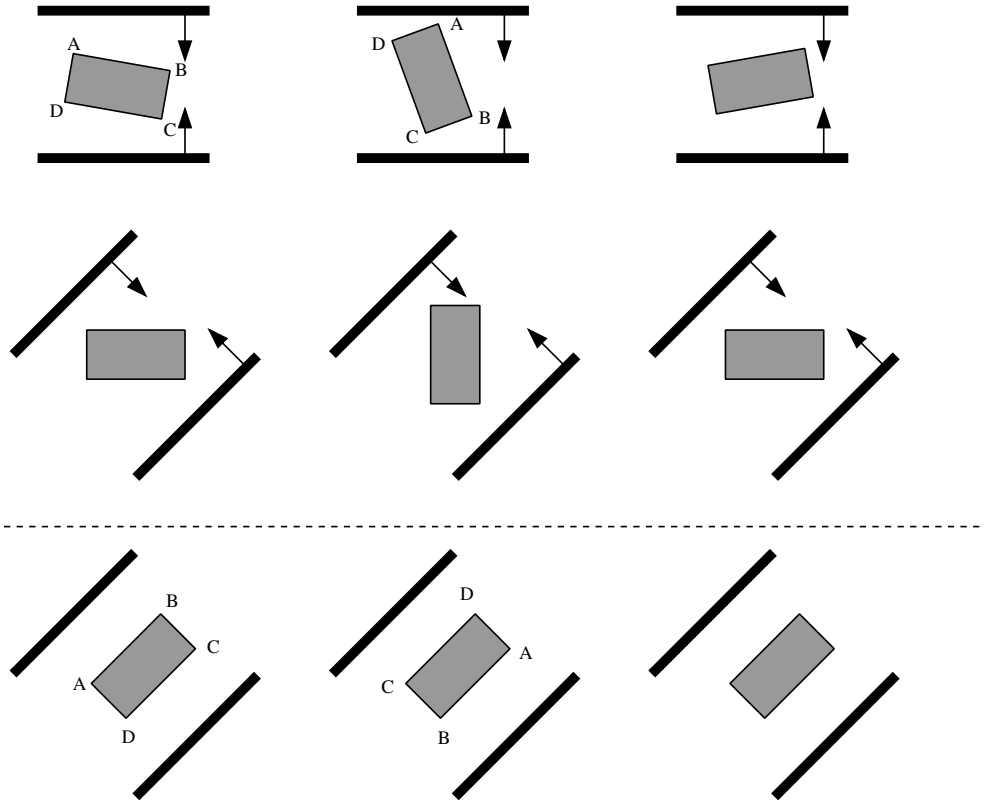
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage



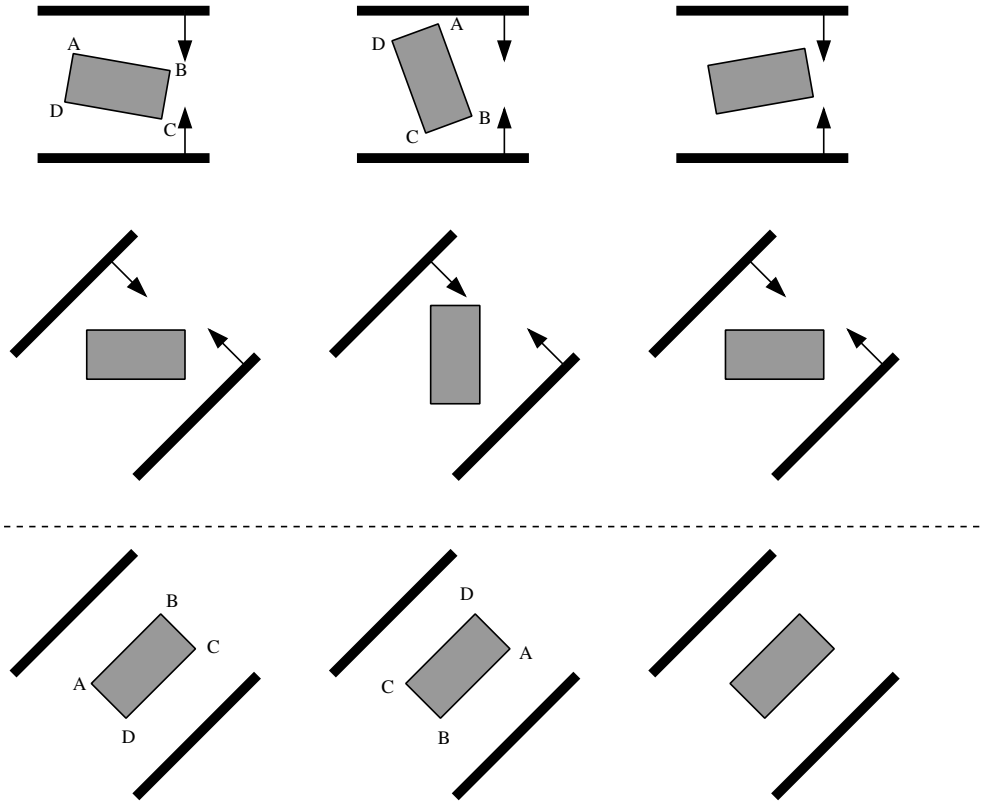
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage



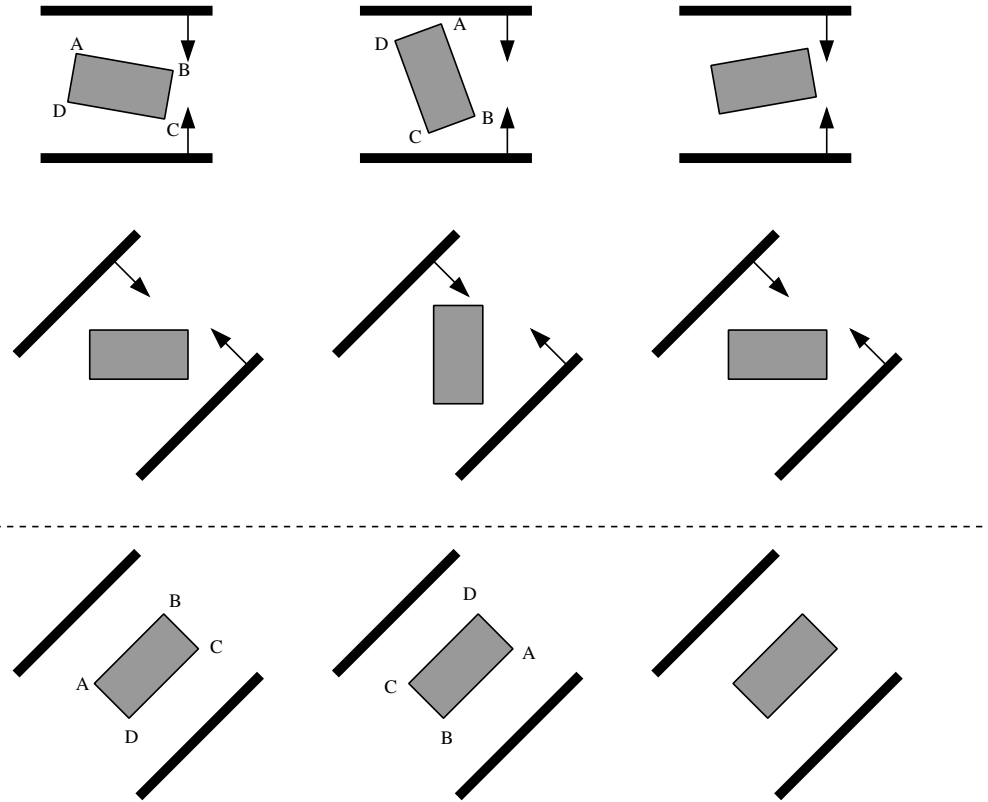
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!

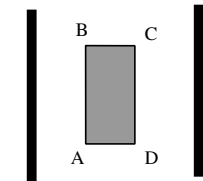
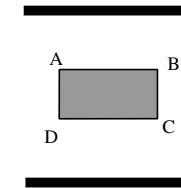
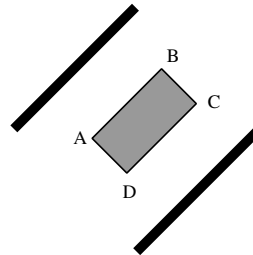
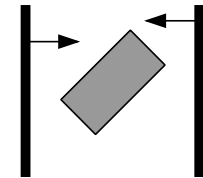
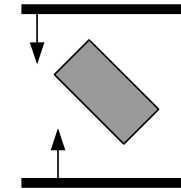
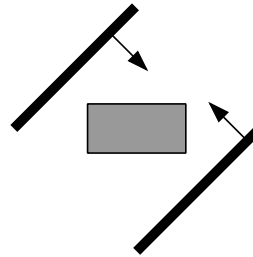
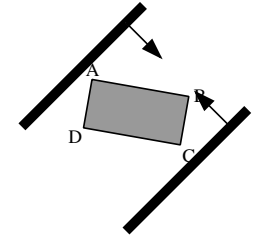
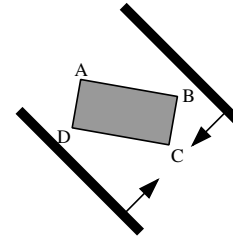
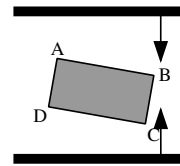


Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!
- Jede Endlage möglich

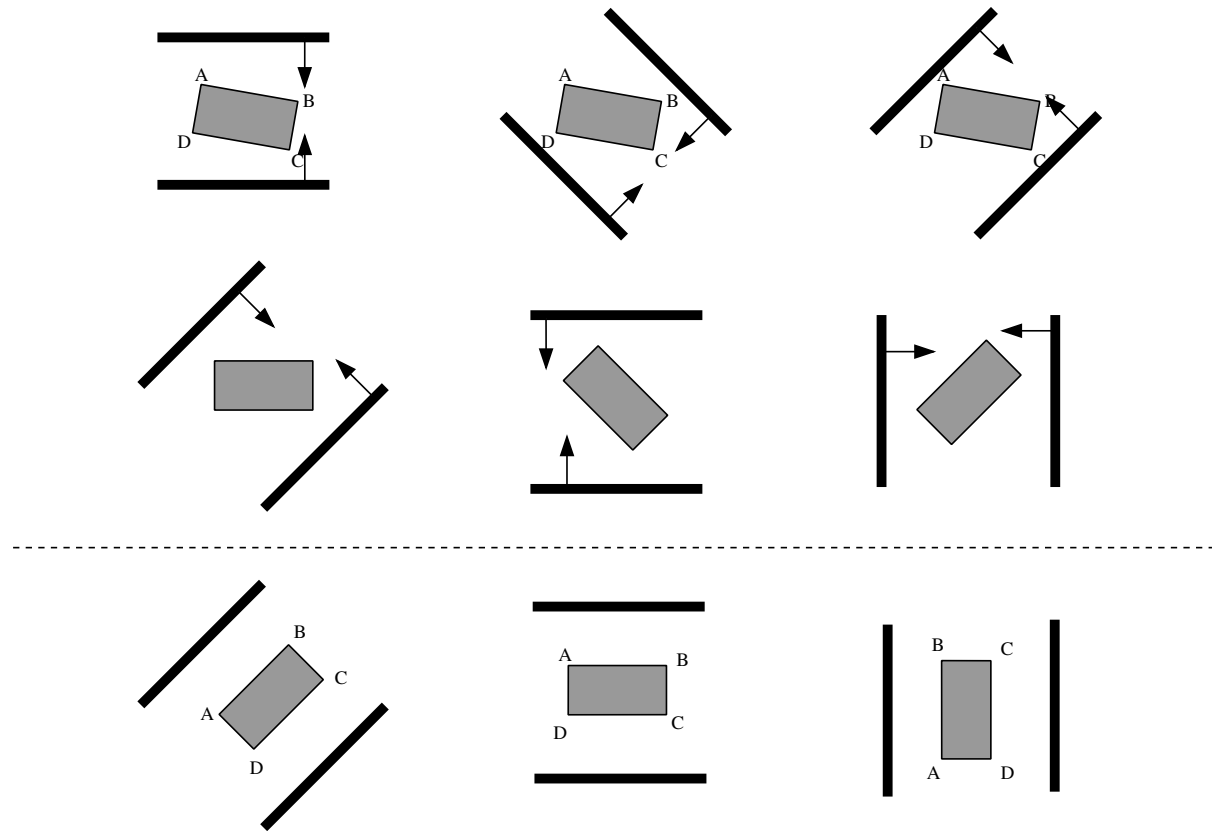


Verschiedenen Endlagen!



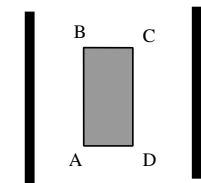
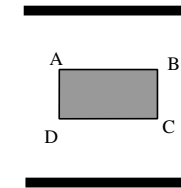
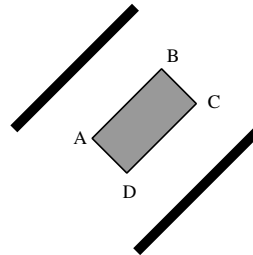
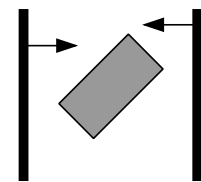
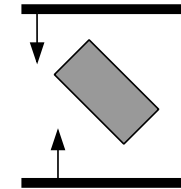
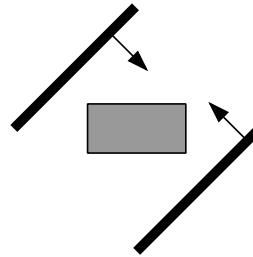
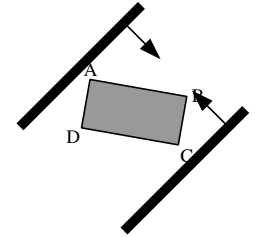
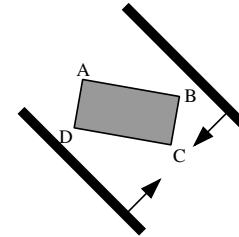
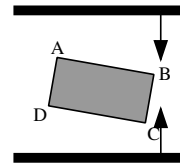
Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$



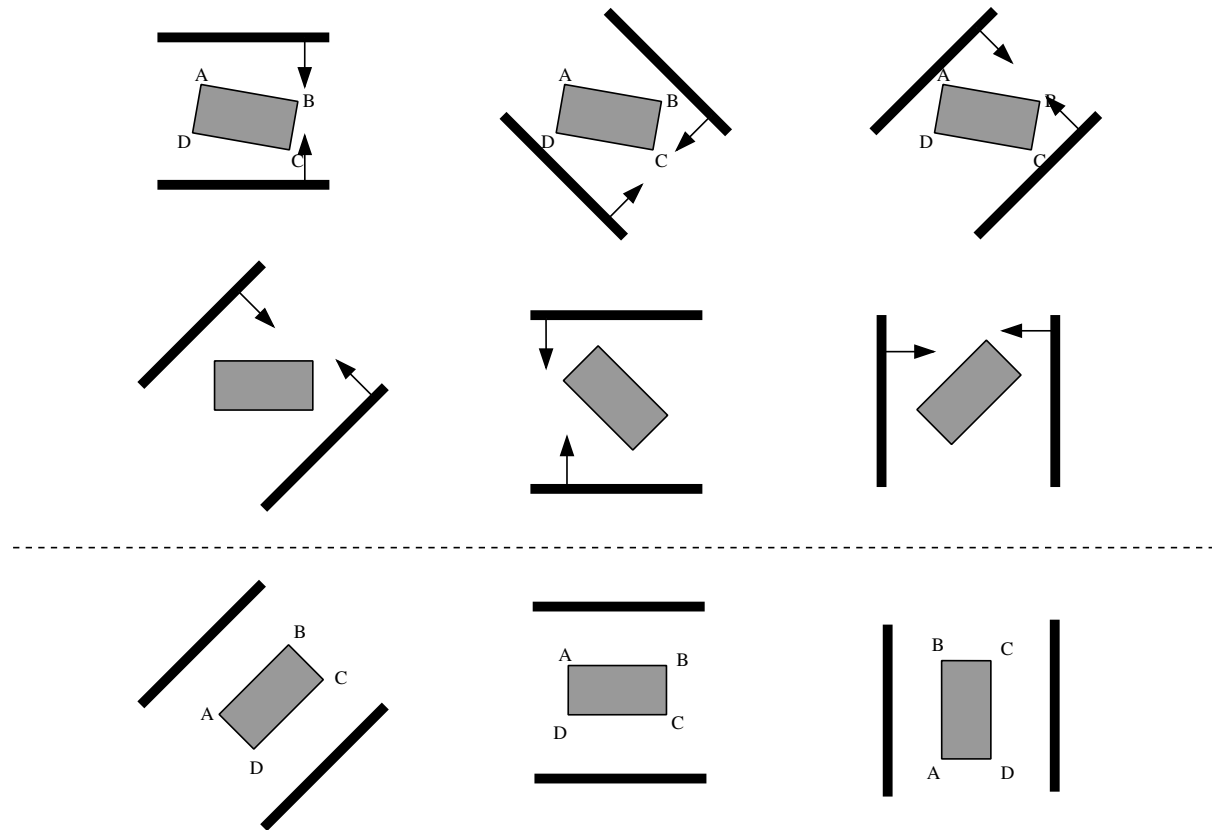
Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$



Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$
- Plan $(+\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$



Nützliche Annahmen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen

Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)

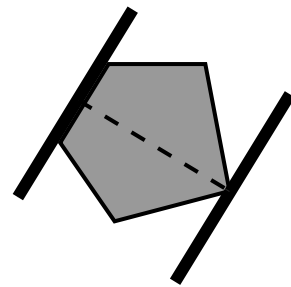
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!

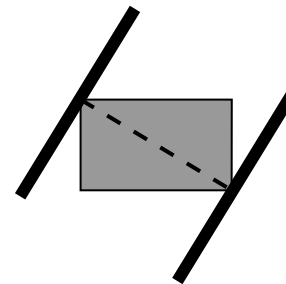
Nützliche Annahmen

1. Greifer: Parallele Backen
2. Drehrichtung: Orthogonal zu Backen
3. Werkstück: Festes planares konvexes Polygon
4. Isoliert zwischen den Backen
5. Zunächst: Backen treffen gleichzeitig auf!(Später aufheben!)
6. Kontakt bleibt erhalten, kein Wegrutschen!
7. Keine Reibung! Kein Einklemmen!(Später aufheben!)

Einklemmen!



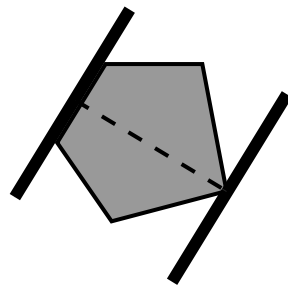
Stabil!



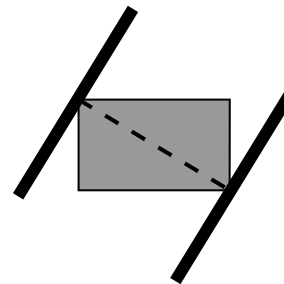
Instabil!

Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**



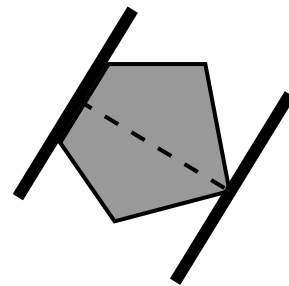
Stabil!



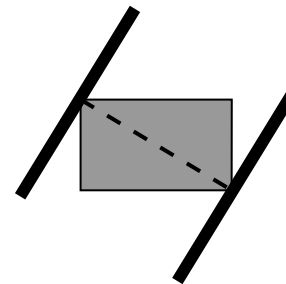
Instabil!

Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**



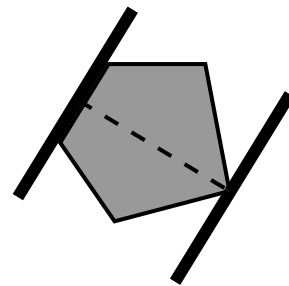
Stabil!



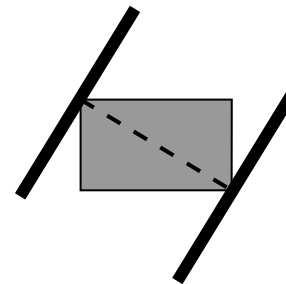
Instabil!

Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor



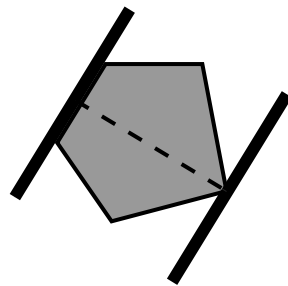
Stabil!



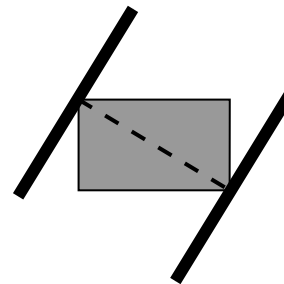
Instabil!

Einklemmen!

- Stabile Lage: **Stabiles Gleichgewicht**
- **Instabiles Gleichgewicht**
- Kommt praktisch nicht vor
- Abhilfe: Fehlertoleranz bei der Bewegung!



Stabil!



Instabil!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

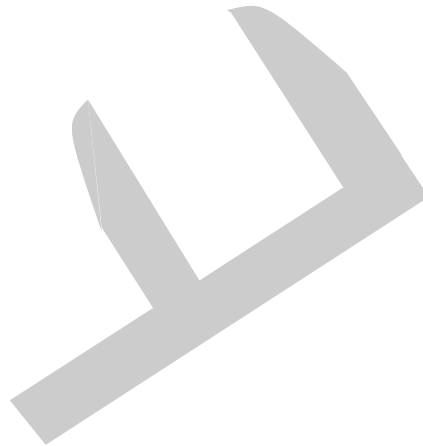
- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

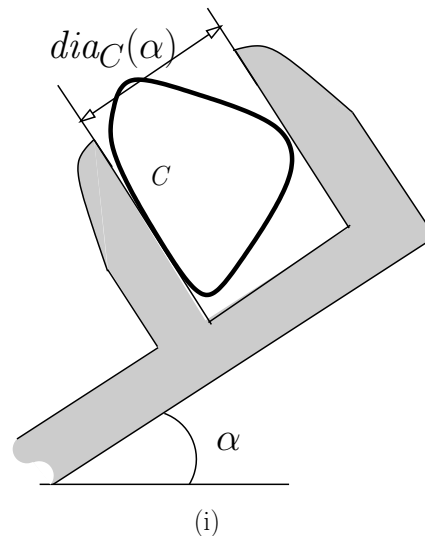
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



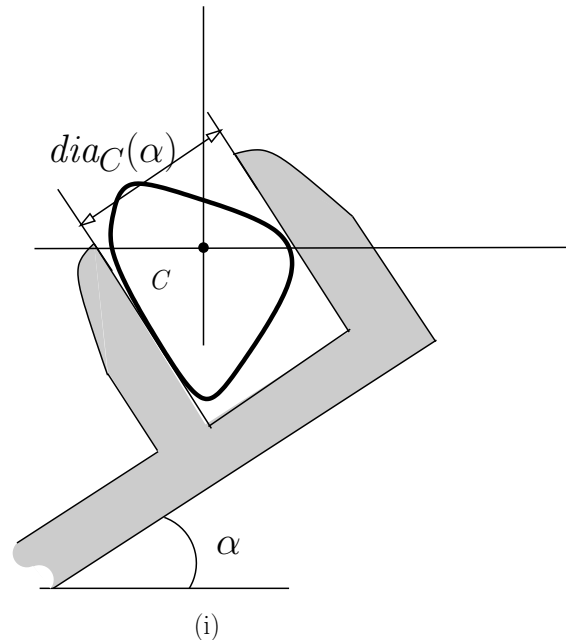
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



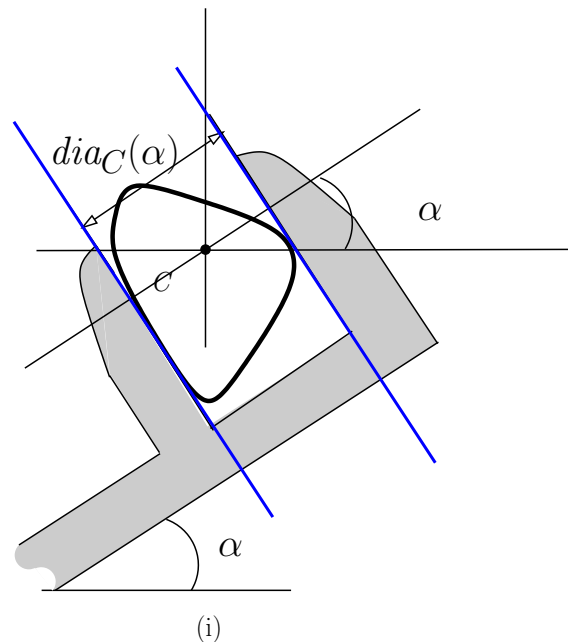
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



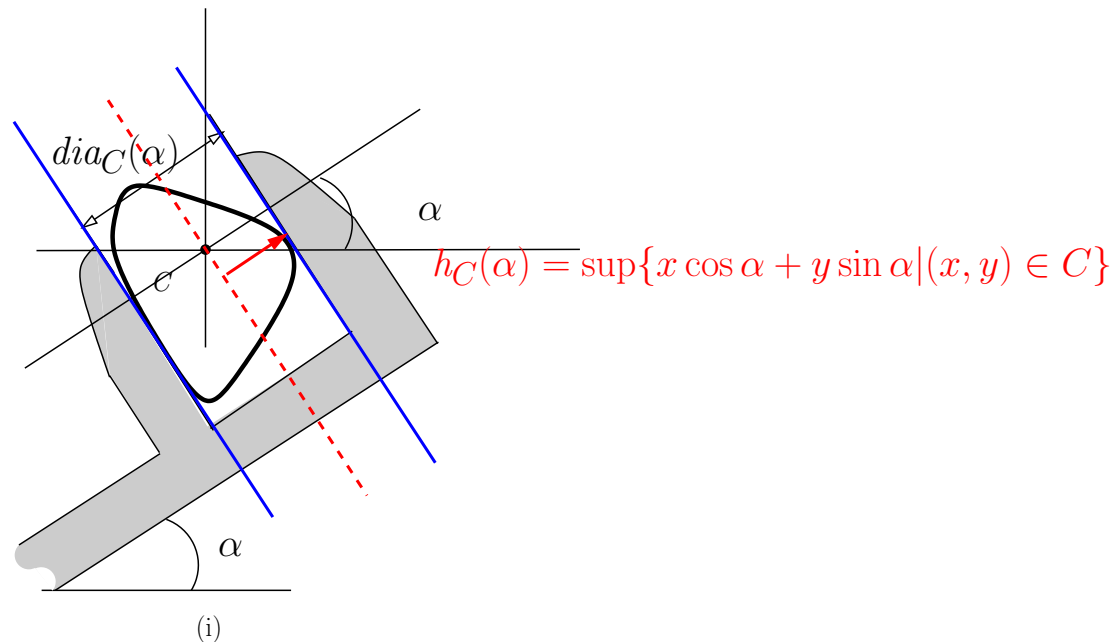
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



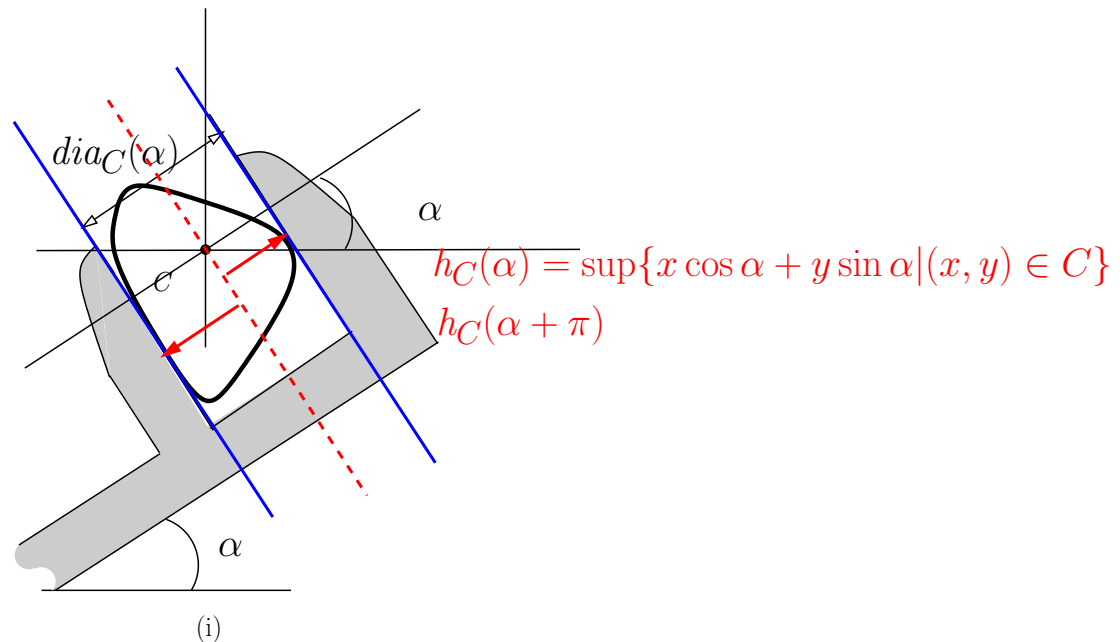
Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π

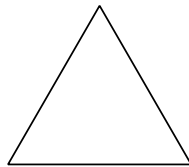


Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Werkstück liegt fest
- Diameter: $\text{dia} : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Rotation der Backen um Winkel
- Schließen und Abstand
- Symmetrisch ab π



Funktionen: Definition 4.1 (i)!



dreifache

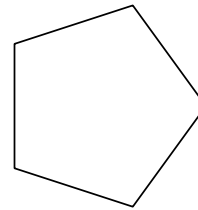
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

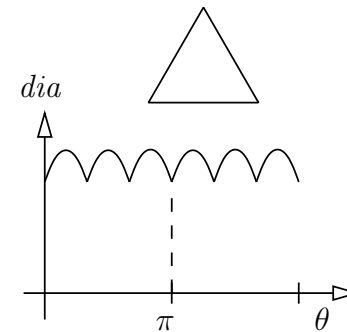
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



fünffache

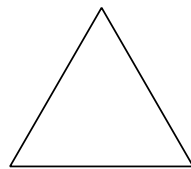
$$T = \frac{\pi}{5}$$



$$r = 3$$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima



dreifache

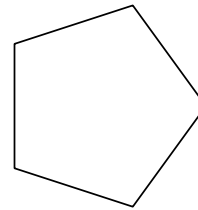
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

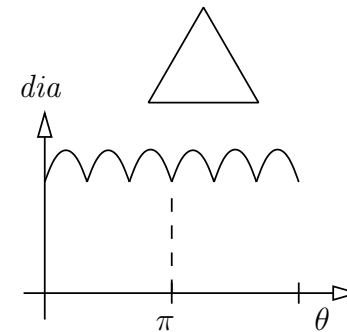
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



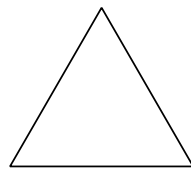
fünffache

$$T = \frac{\pi}{5}$$



Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele



dreifache

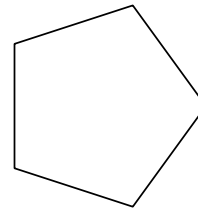
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

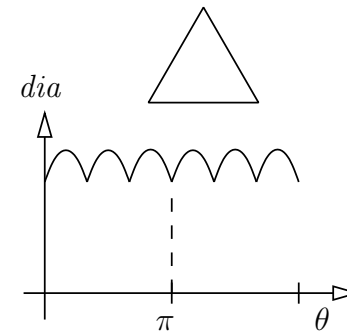
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



fünffache

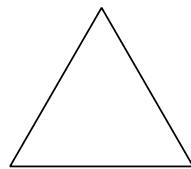
$$T = \frac{\pi}{5}$$



$$r = 3$$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r -fache Rotationssymmetrie



dreifache

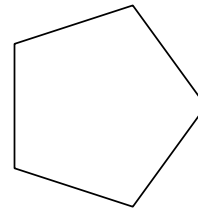
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

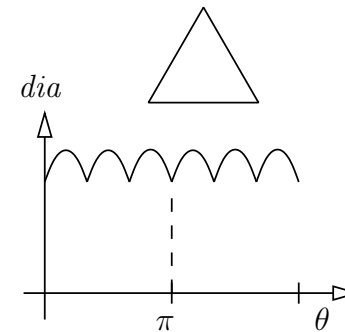
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



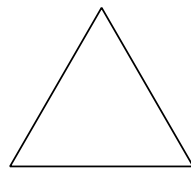
fünffache

$$T = \frac{\pi}{5}$$



Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r -fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion



dreifache

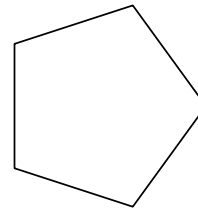
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

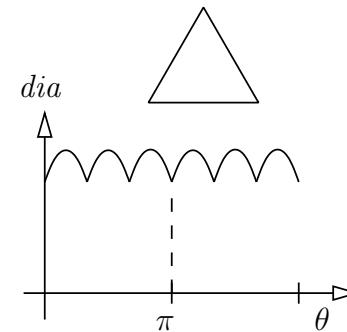
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



fünffache

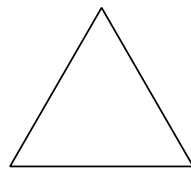
$$T = \frac{\pi}{5}$$



$$r = 3$$

Funktionen: Definition 4.1 (i)!

- Stabiles Gleichgewicht in lokalen Minima
- Rotationssymmetrie der konvexen Hülle: Beispiele
- r -fache Rotationssymmetrie
- Weitere Symmetrie in der Diameter Funktion
- Periode T



dreifache

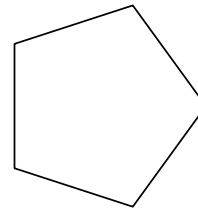
$$T = \frac{\pi}{3}$$



vierfache

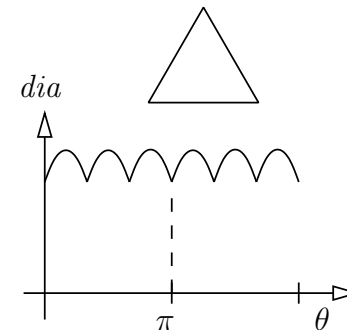
Rotationssymmetrie

$$T = \frac{\pi}{2}$$



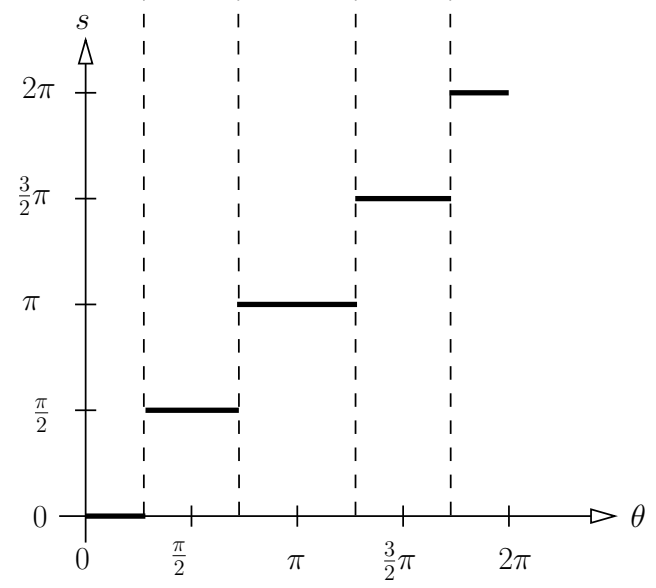
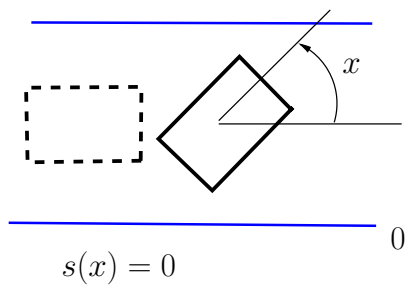
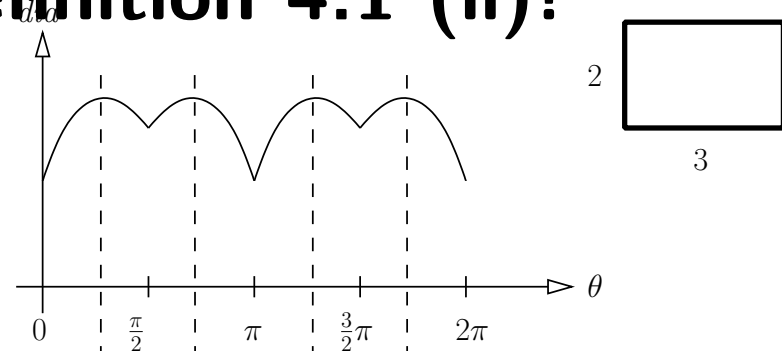
fünffache

$$T = \frac{\pi}{5}$$



$$r = 3$$

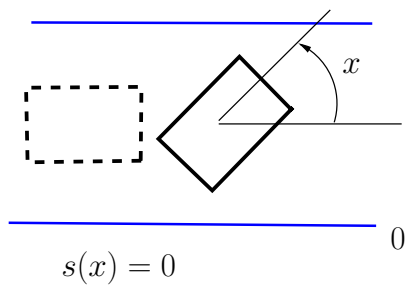
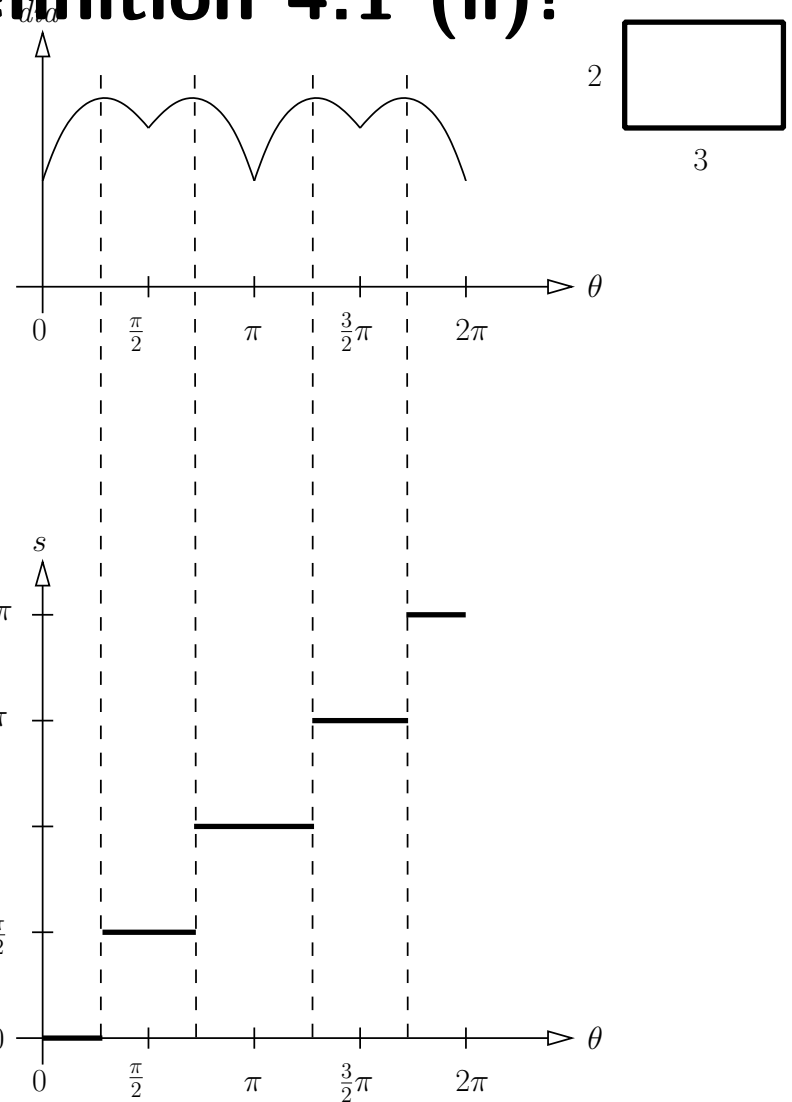
Funktionen: Definition 4.1 (ii)!



Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

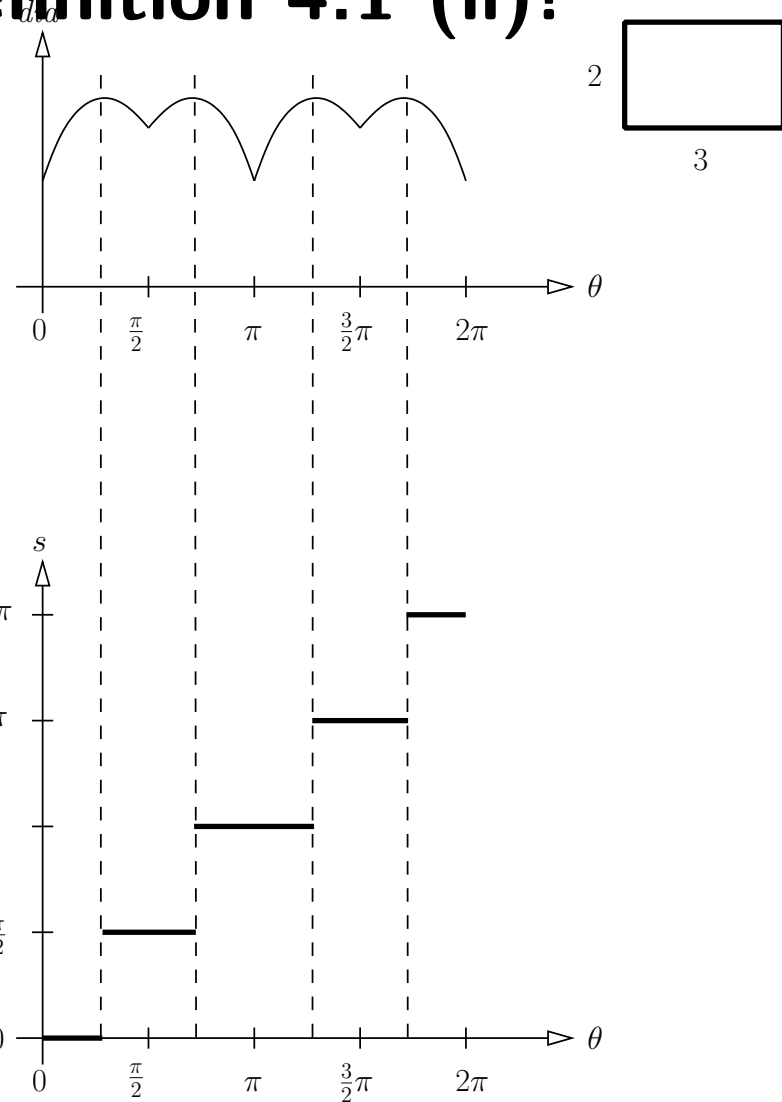
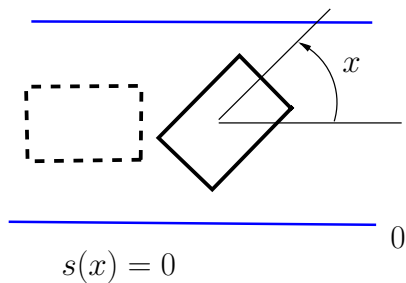
- Greiffunktion:

$$s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$$



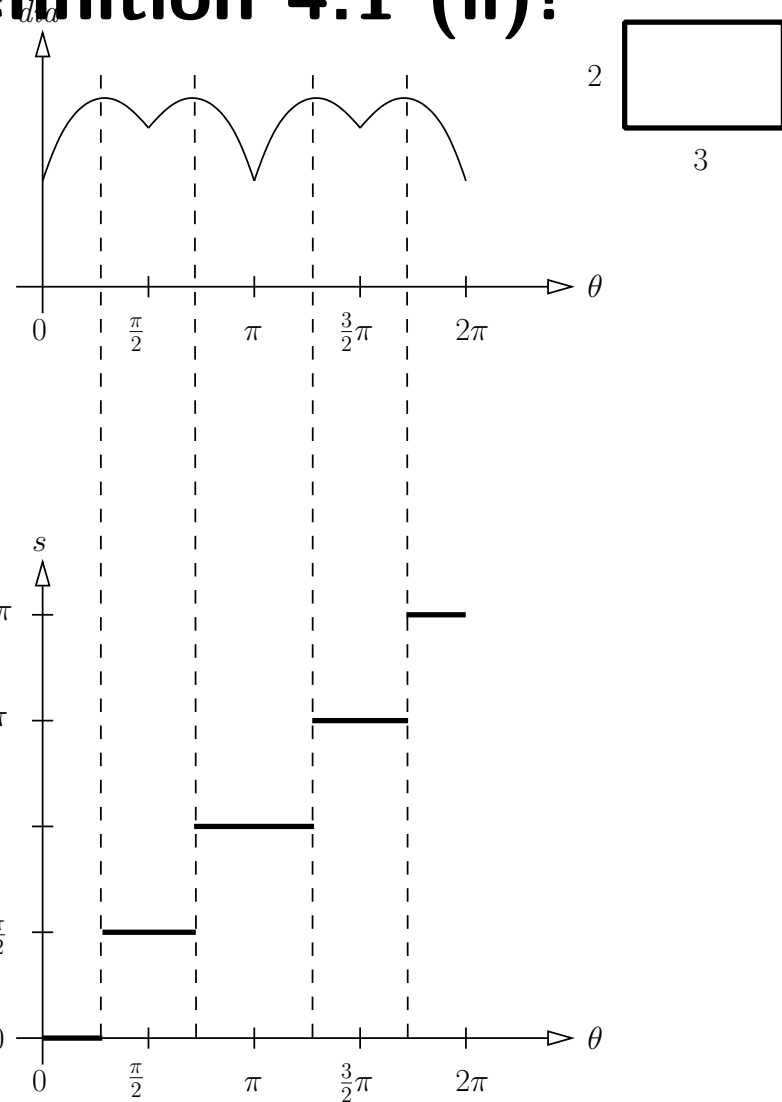
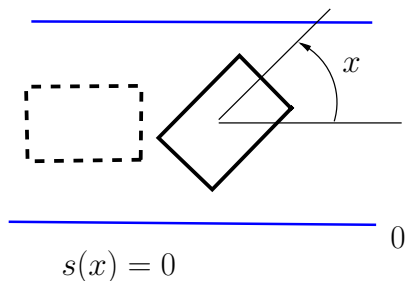
Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:
 $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer



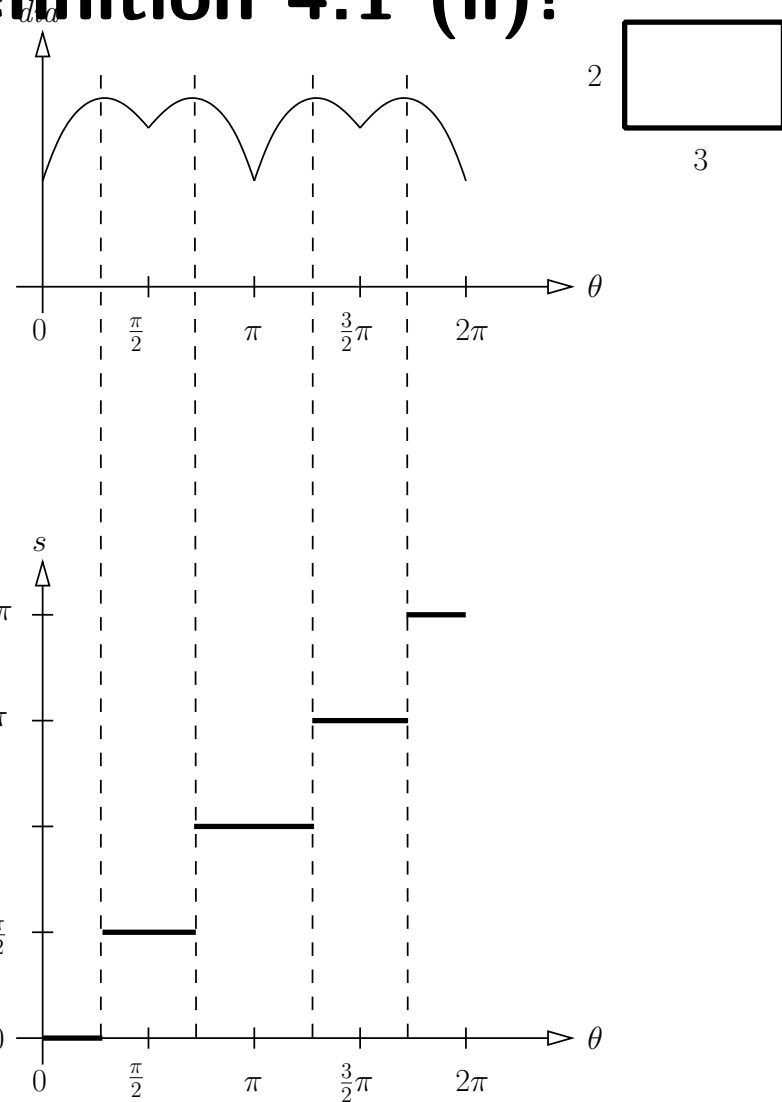
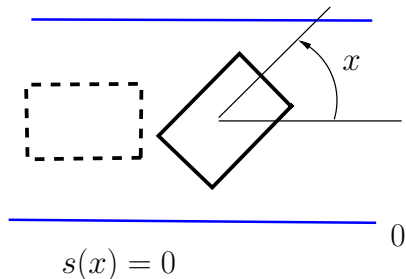
Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:
 $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen



Funktionen: Definition 4.1 (ii)!

- Greiffunktion:
 $s : [0, 2\pi) \longrightarrow [0, 2\pi)$
- x Orient. bezüglich Greifer
- $s(x)$ Orient. nach dem Greifen
- Treppenfunktion:
 Zwischen Maxima auf Minima



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

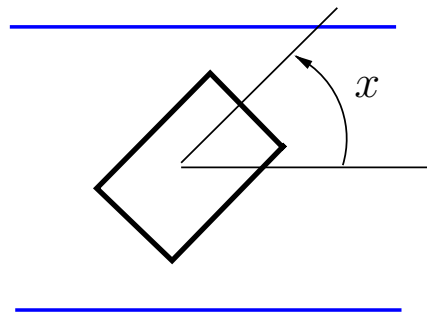
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$

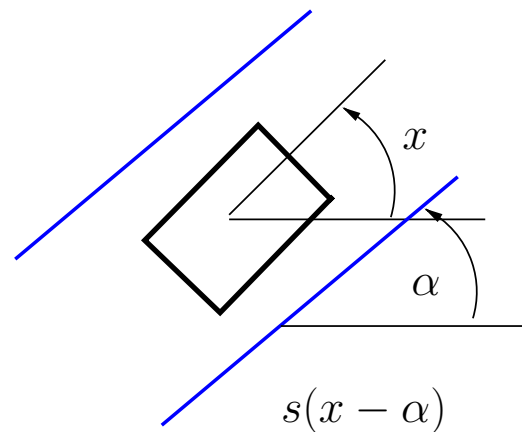
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



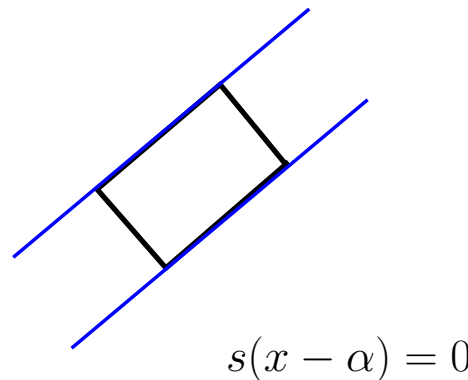
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



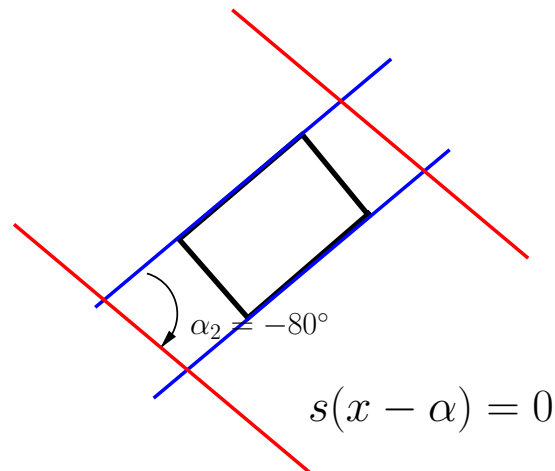
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



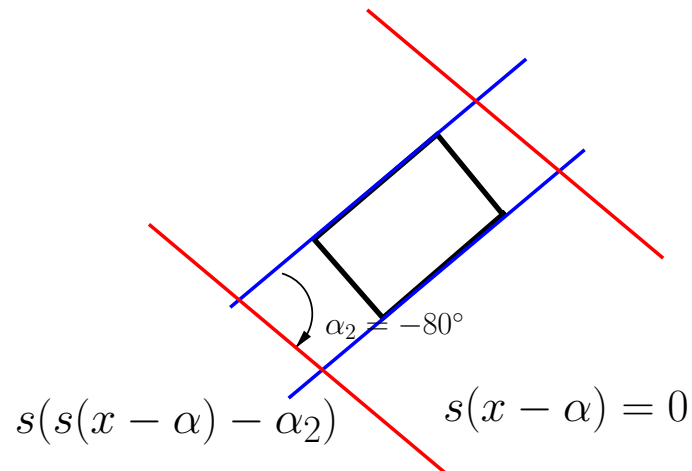
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



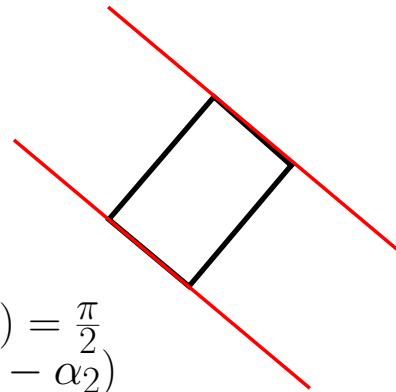
Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

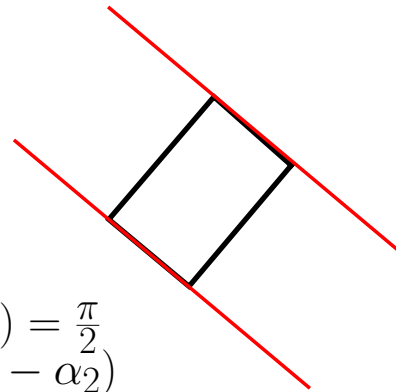
- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



$$\frac{s(s(x - \alpha) - \alpha_2)}{s(s(x - \alpha) - \alpha_2)} = \frac{\pi}{2}$$

Funktionen: Definition 4.1 (iii)!

- Sequenz von Greifoperationen
- $\mathcal{A} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k)$
- $S(\mathcal{A}, \theta) := s(s(\dots s(s(s(\theta - \alpha_1) - \alpha_2) \dots) - \alpha_{k-1}) - \alpha_k)$
- Beispiel: $y := s(x - \alpha), s(y - \alpha_2)$ bezüglich Greifer!!



$$\frac{s(s(x - \alpha) - \alpha_2)}{s(s(x - \alpha) - \alpha_2)} = \frac{\pi}{2}$$

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

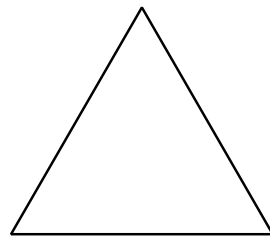
Die Greiffunktion s ist T -periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Die Greiffunktion s ist T -periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

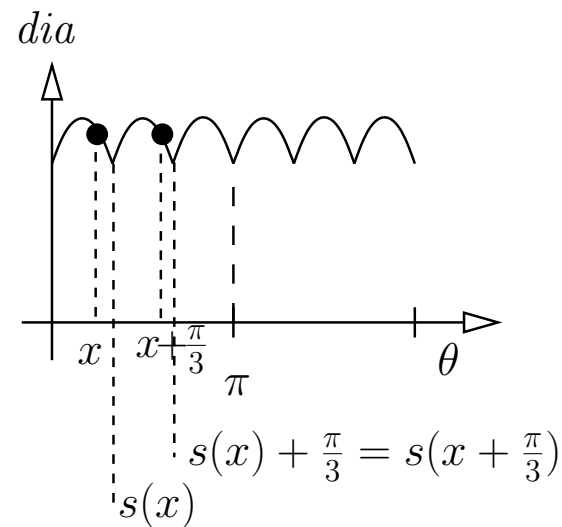
$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$



dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$

$$r = 3$$



Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

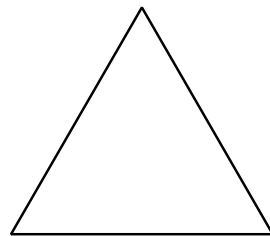
Die Greiffunktion s ist T -periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$

Periodizität Greiffunktion: Definition 4.2!

Die Greiffunktion s ist T -periodisch, falls für alle $\theta \in [0, 2\pi)$ gilt:

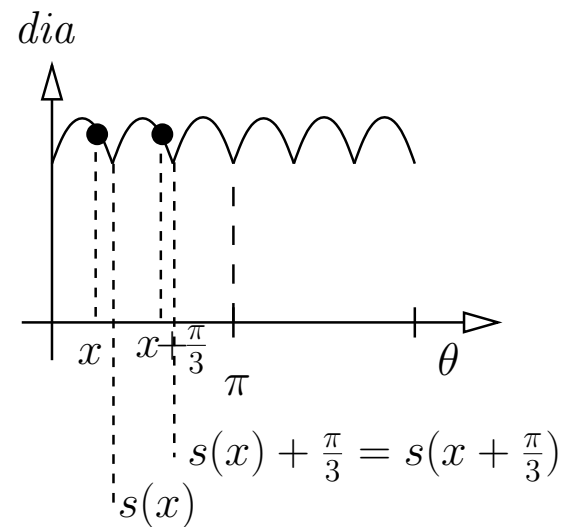
$$s(\theta + T) = s(\theta) + T.$$



dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$

$$r = 3$$

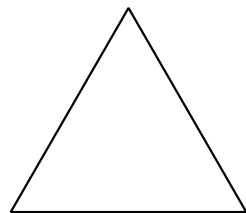


Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3!

Periodizität Greiffunktion: Lemma 4.3!

i) Für Polygone mit r -facher Rotationssymmetrie ist die Greiffunktion T -periodisch mit $T = \frac{2\pi}{r(1+(r \bmod 2))}$.

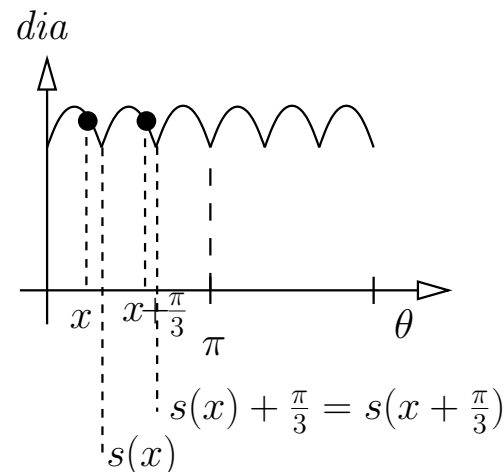
ii) Für eine T -periodische Greiffunktion s gilt:
 $S(\mathcal{A}, \theta + T) = S(\mathcal{A}, \theta) + T$.



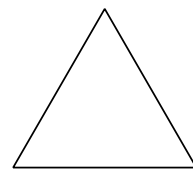
dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$

$$r = 3$$

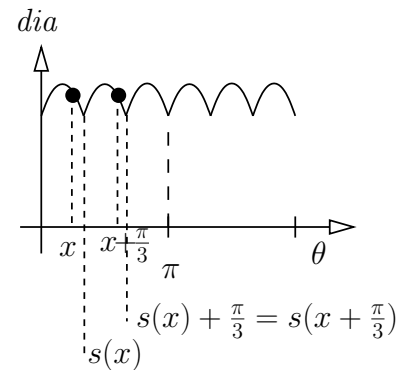


Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!



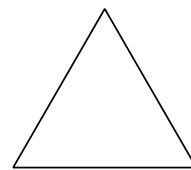
dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$
$$r = 3$$



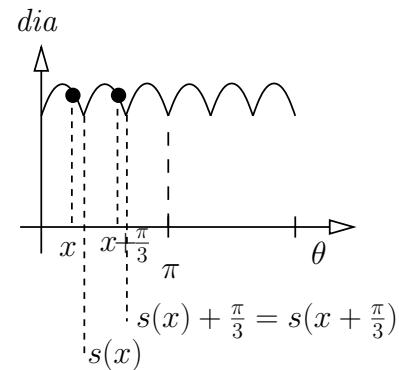
Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W , Plan \mathcal{A}



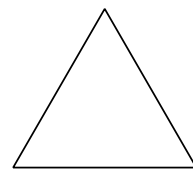
dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$
$$r = 3$$



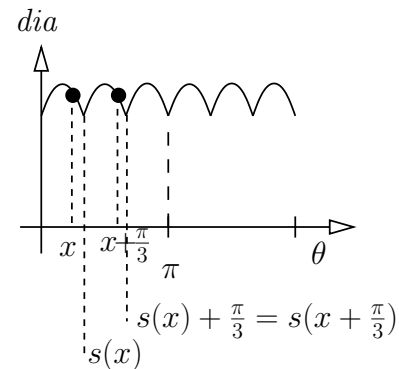
Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W , Plan \mathcal{A}
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s



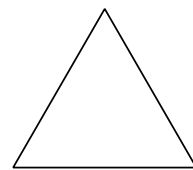
dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$
$$r = 3$$



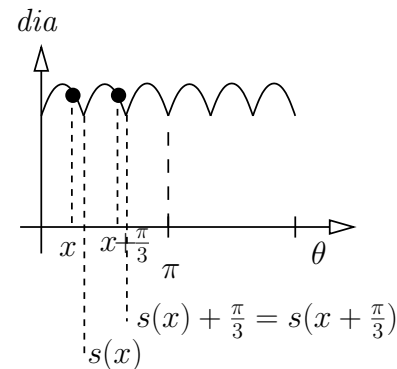
Formulierung der Aufgabe: Definition 4.4!

- Werkstück W , Plan \mathcal{A}
- T die kleinste Periode der zu W gehörenden Greiffunktion s
- \mathcal{A} orientiert konvexe Hülle von W **bis auf Symmetrie**, falls in der Menge der möglichen letzten Orientierungen $S(\mathcal{A}, \theta)$ genau $\frac{2\pi}{T}$ Orientierungen sind, die gleichverteilt auf $[0, 2\pi)$ liegen.

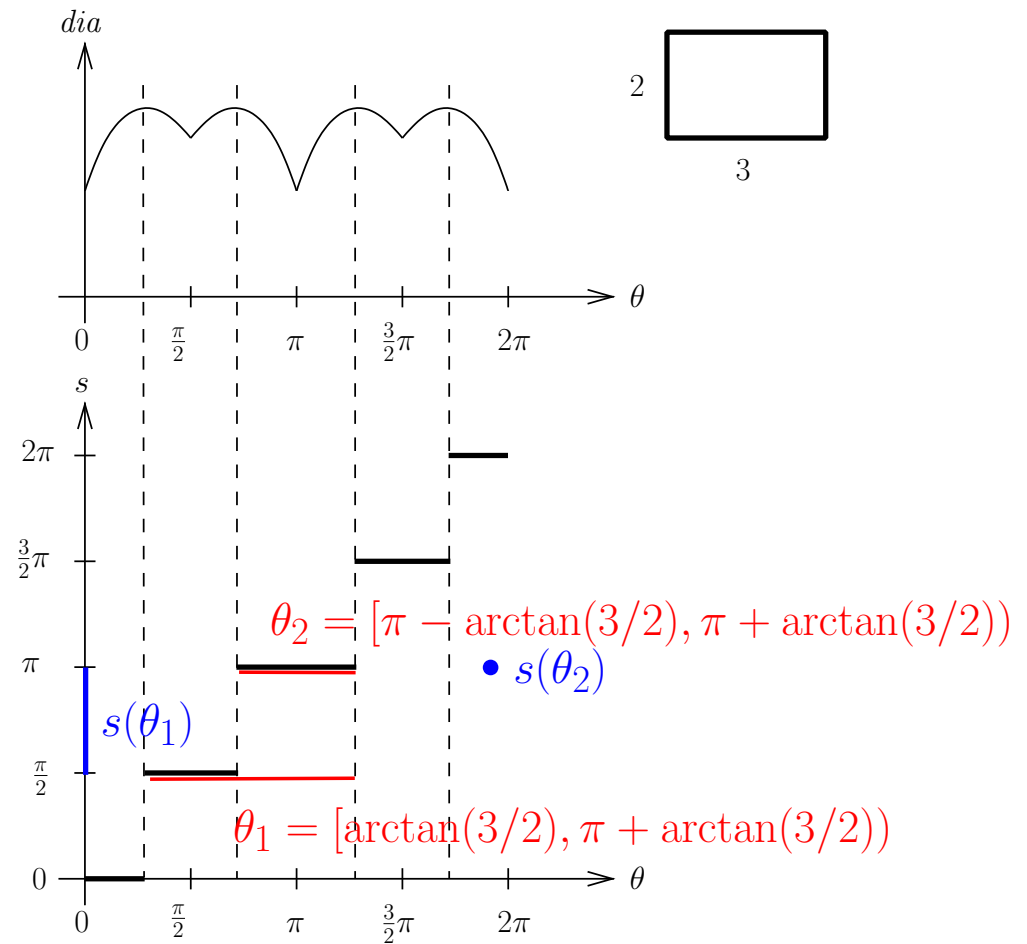


dreifache

$$T = \frac{\pi}{3}$$
$$r = 3$$

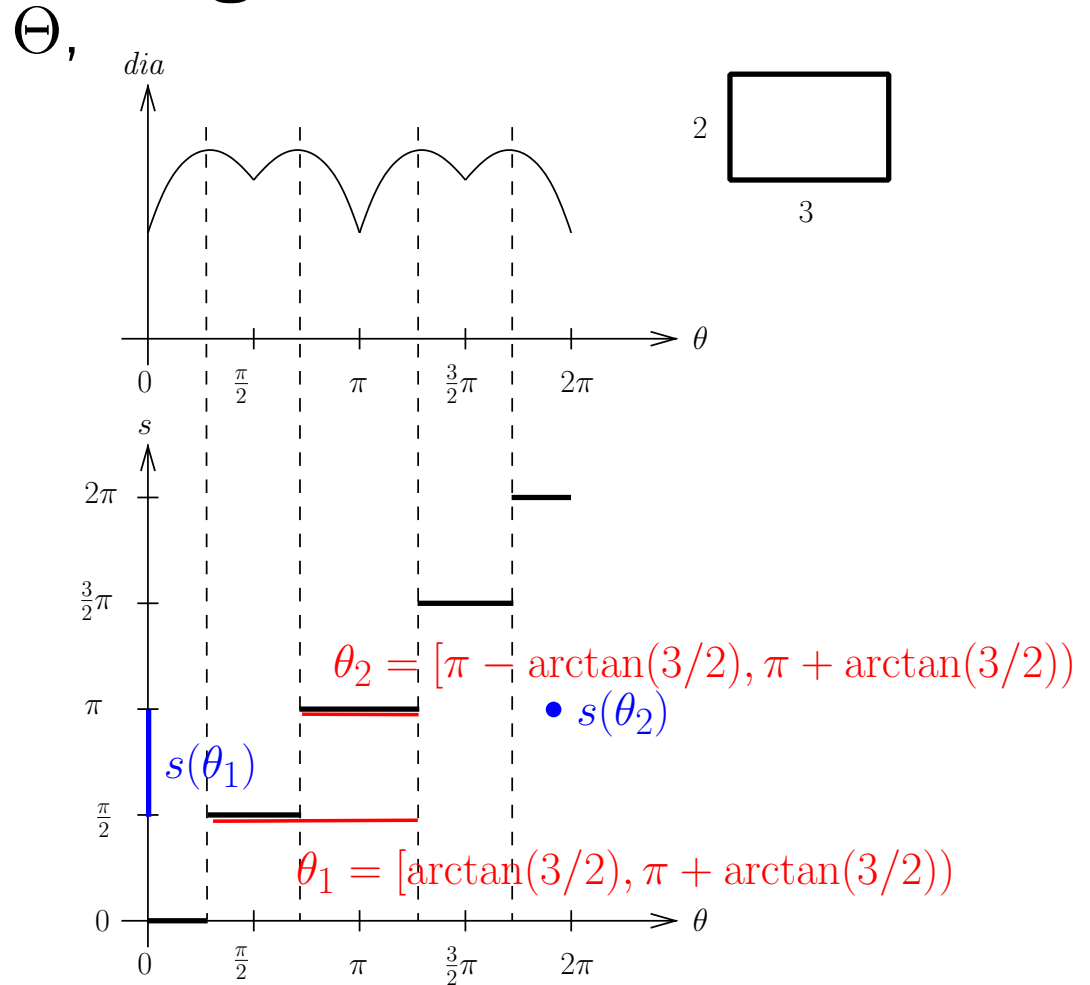


Bezeichnungen!



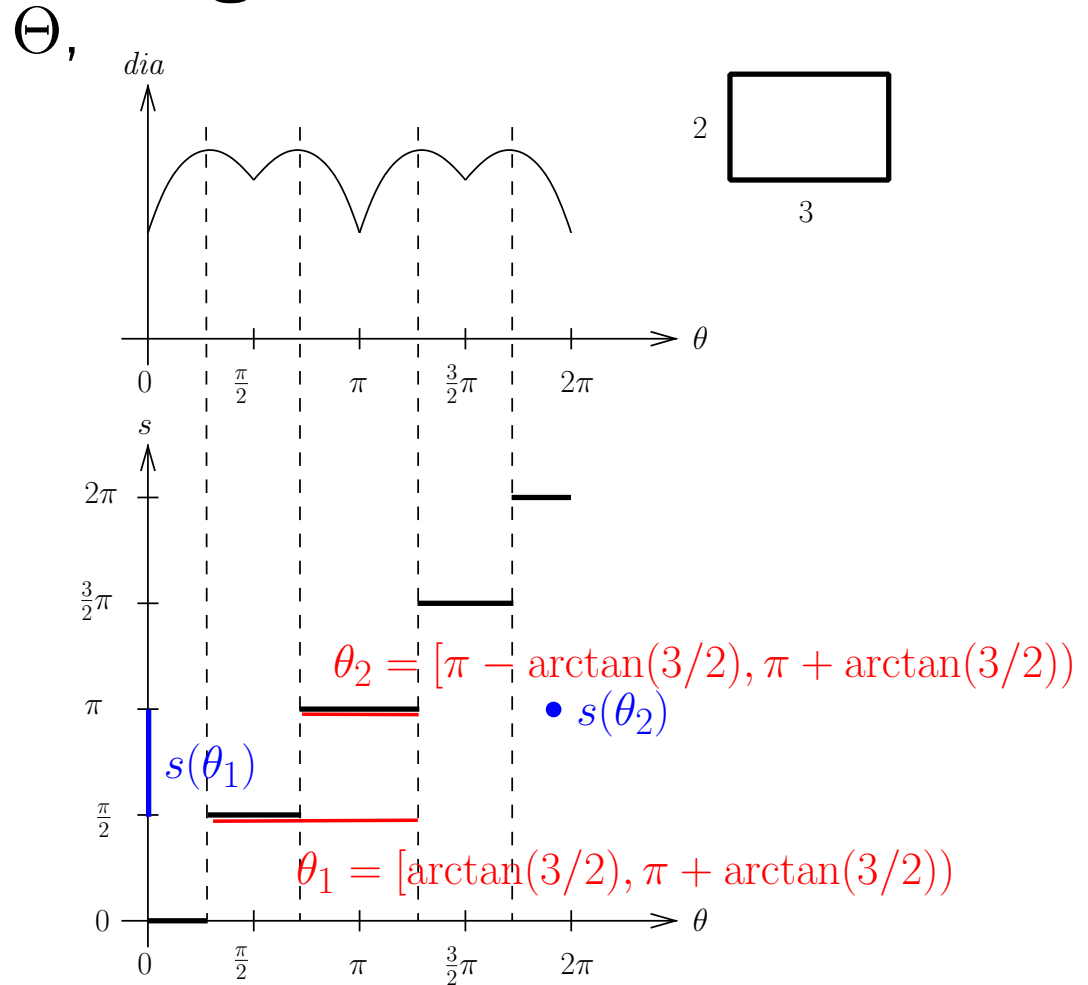
Bezeichnungen!

- **Intervall**
zusammenhängende
Teilmenge von $[0, 2\pi)$



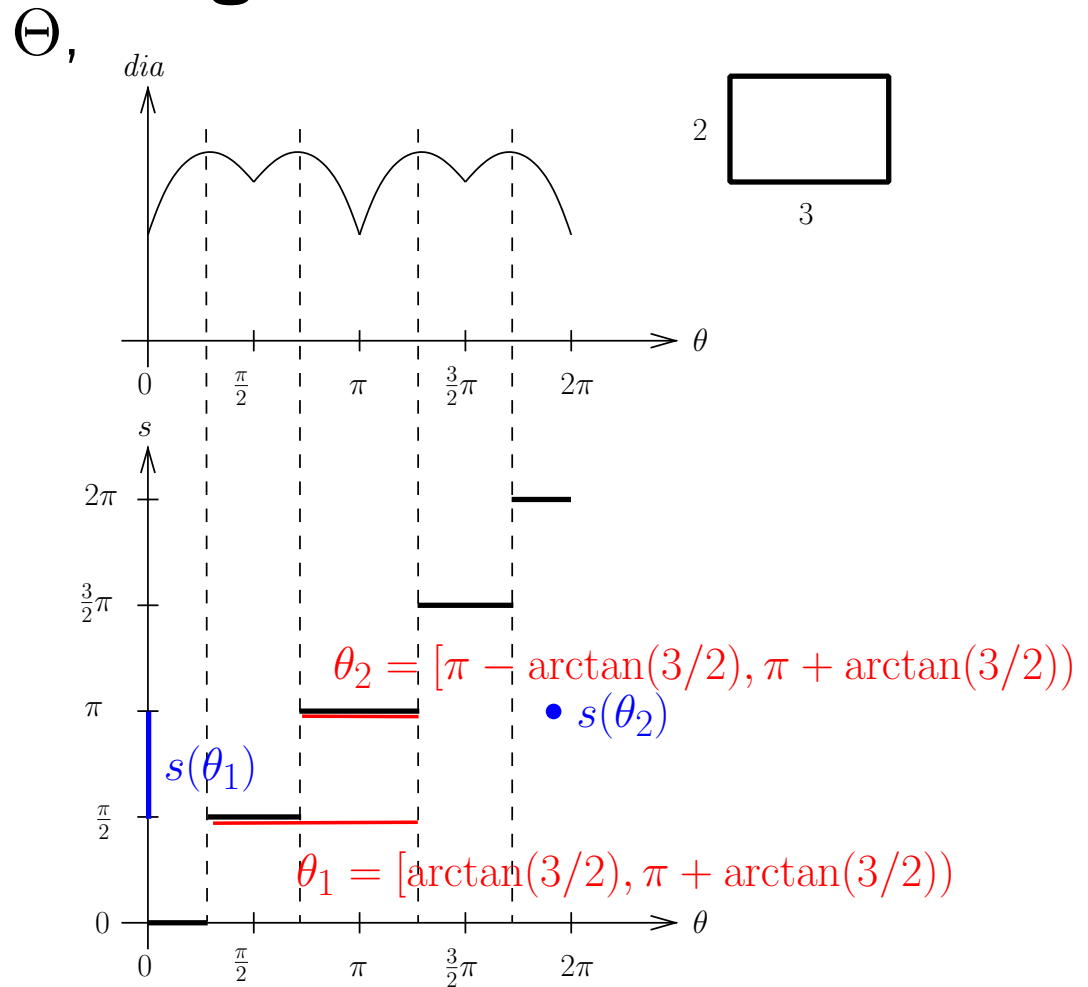
Bezeichnungen!

- **Intervall**
zusammenhängende
Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls



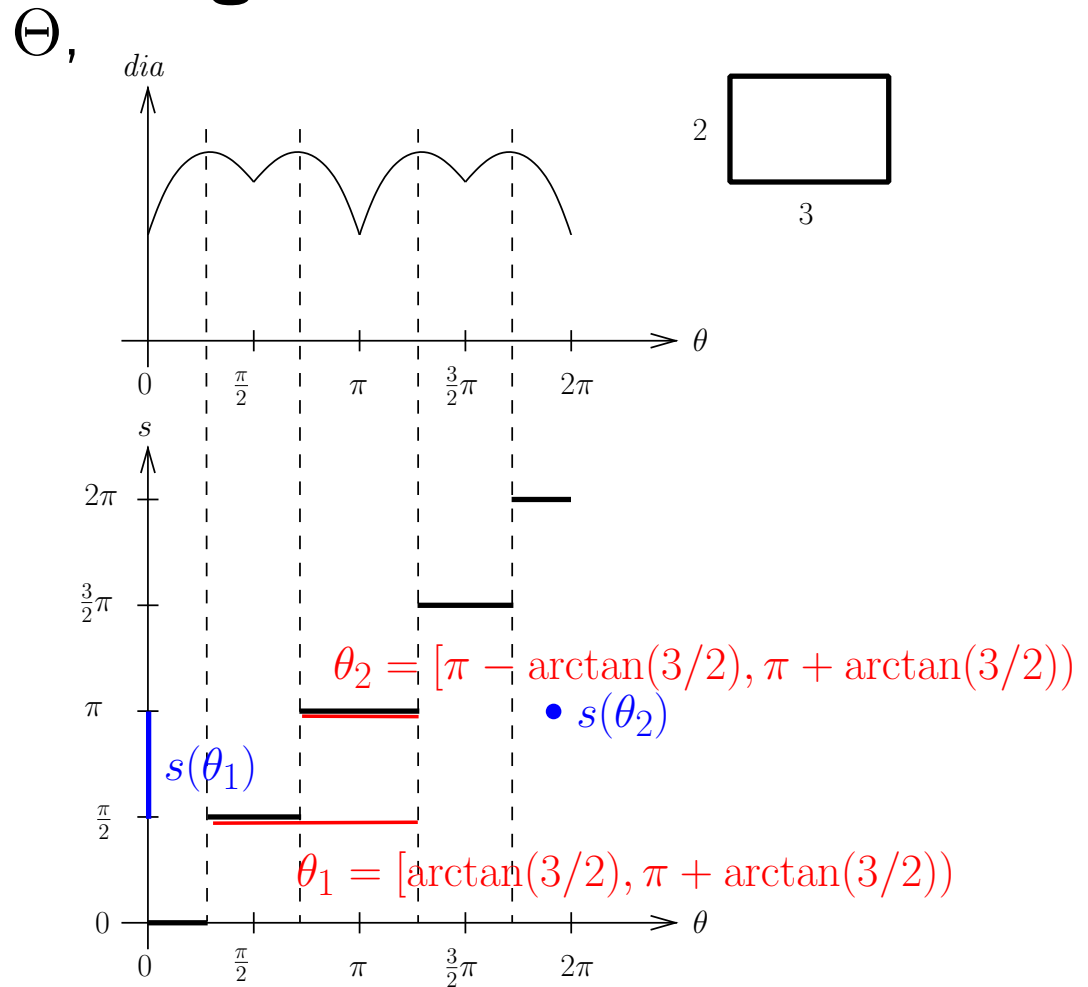
Bezeichnungen!

- **Intervall**
zusammenhängende
Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls
- **s-Intervall**, halboffenes
Intervall $[\xi_i, \nu_i)$, wobei ξ_i
und ν_i Unstetigkeitsstellen
der Greiffunktion sind



Bezeichnungen!

- **Intervall**
zusammenhängende
Teilmenge von $[0, 2\pi)$
- $|\Theta|$: Länge des Intervalls
- **s-Intervall**, halboffenes
Intervall $[\xi_i, \nu_i)$, wobei ξ_i
und ν_i Unstetigkeitsstellen
der Greiffunktion sind
- Zu s-Intervall Θ sei das
s-Image $s(\Theta)$ das kleinste
Intervall, das die Menge
 $\{s(\theta) \text{ mit } \theta \in \Theta\}$ enthält



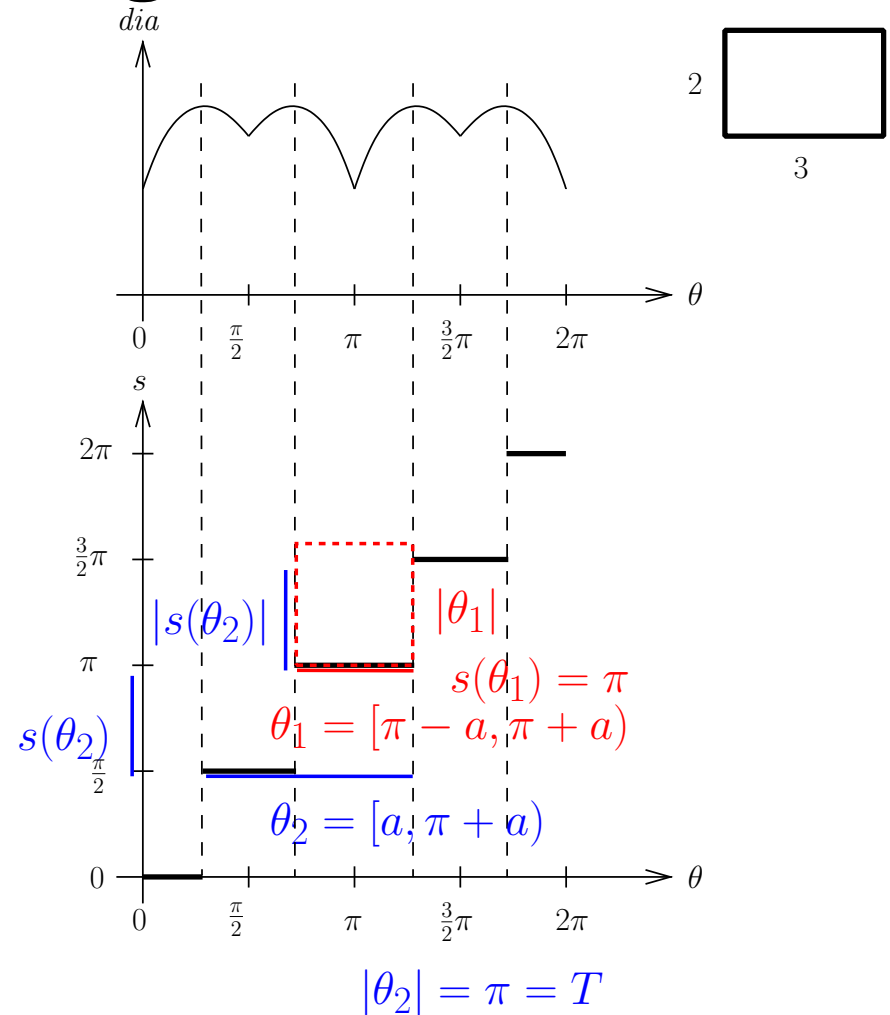
Algorithmus!

- Berechne die Durchmesserfunktion und die Greiffunktion.
 - Bestimme das längste s -Intervall Θ_1 , über dem die Greiffunktion stetig ist. Wir legen fest, dass dieses Intervall zur Periode gehört. Setze $i := 1$.
 - Solange ein s -Intervall Θ mit $|s(\Theta)| < |\Theta_i|$ existiert:
 - Setze Θ_{i+1} auf das Größte dieser s -Intervalle.
 - Inkrementiere i .
- ⇒ Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ mit $|\Theta_i| = T$.

- Berechne aus L einen Plan $\mathcal{A} = (\alpha_i, \alpha_{i-1}, \dots, \alpha_1)$:
 - $\alpha_i := 0$.
 - Für $j = i - 1, i - 2, \dots, 1$: $\alpha_j := s(\xi_{j+1}) - \xi_j - \varepsilon_j + \alpha_{j+1}$.
Dabei ist $\varepsilon_j = \frac{1}{2} (|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|)$ eine Fehlertoleranz, u.a. zur Vermeidung instabiler Gleichgewichte.

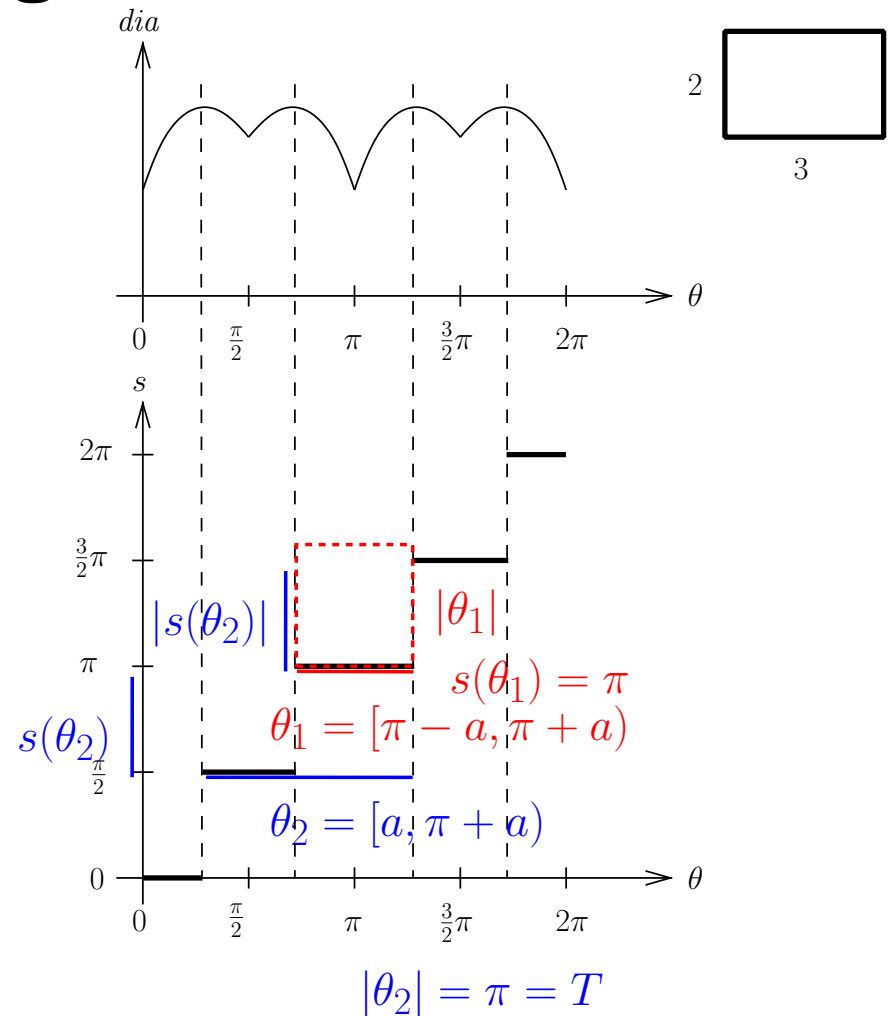
Beispiel Alg.!

- Ber. Durchmesserfkt./Greiffkt.
 - Bestimme längstes s -Intervall Θ_1 , Greiffunktion stetig
 - Solange s -Intervall Θ mit $|s(\Theta)| < |\Theta_i|$ ex.:
 - Setze Θ_{i+1} auf das Größte dieser s -Intervalle.
 - Inkrementiere i .
- \Rightarrow Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.



Beispiel Alg.! Idee!

- Liste $L = (\Theta_1, \Theta_2)$, $|\Theta_2| = T$.
- Θ_2 Periode
- $s(\Theta_1)$ ein Punkt
- $|s(\Theta_2)| < |\Theta_1|$
- Zuerst keine Drehung:
Also $s(\Theta_2)$
- Mit Drehung $s(\xi_2) - \xi_1$
nach $s(\Theta_1)$
- Eindeutig ein Punkt!



Beispiel Alg.!

- $L = ([\pi - \arctan(3/2), \pi + \arctan(3/2)], [\arctan(3/2), \pi + \arctan(3/2)])$ mit $|\Theta_2| = T$, $i = 2$. $L = ([\xi_1, \nu_1], [\xi_2, \nu_2])$.

- Aus L Plan

$$\mathcal{A} = (\alpha_i, \alpha_{i-1}, \dots, \alpha_1):$$

- $\alpha_i = \alpha_2 = 0!$

- Für $j = i - 1, i - 2, \dots, 1$:

$$\alpha_j := s(\xi_{j+1}) - \xi_j - \varepsilon_j + \alpha_{j+1}$$

$$\varepsilon_j = \frac{1}{2} (|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|)$$

Fehlertoleranz!

- $\alpha_2 := 0, \alpha_1 := \pi -$

$$(\pi - \arctan(3/2)) + 0 -$$

$$1/2(\pi/2 - 2 \arctan(3/2)) =$$

$$\pi/4$$

