Offline Bewegungsplanung: Zellenberechnungen

Elmar Langetepe
University of Bonn

Zellenberechnung: Th. 2.23

Zellenberechnung: Th. 2.23

n X-monotone Kurvenstücke von denen sich zwei nur s mal schneiden, x gegeben. Die Zelle Z_x kann in Zeit $O(\lambda_{s+2}(n)) \log^2 n)$ berechnet werden.

Anwendungen: Kap. 2.2.3

Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen

Anwendungen: Kap. 2.2.3

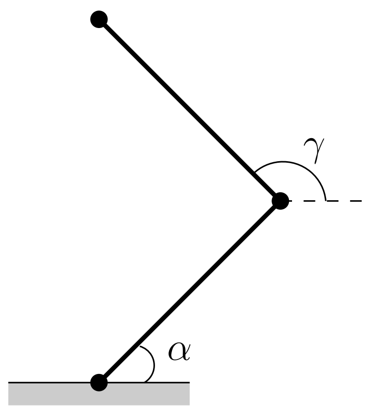
- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum

Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest,

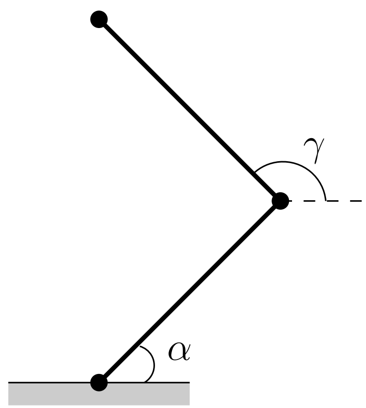
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken



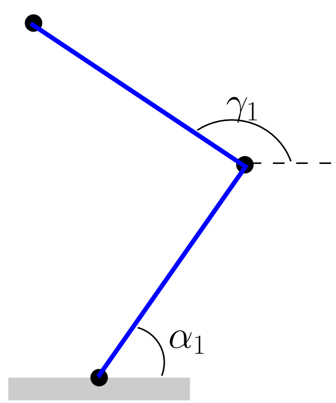
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgerad: Tupel des Konfigurationsraumes!!



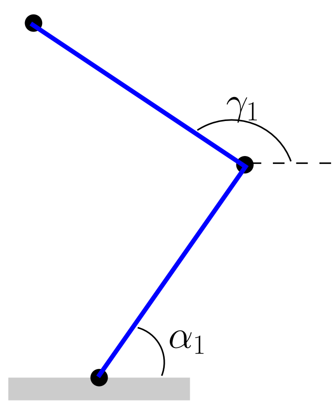
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgerad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse,



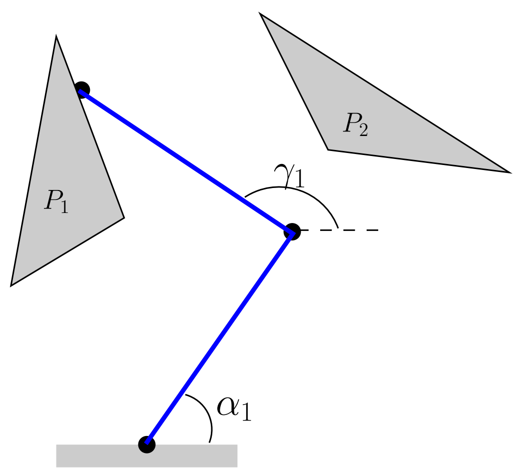
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgerad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



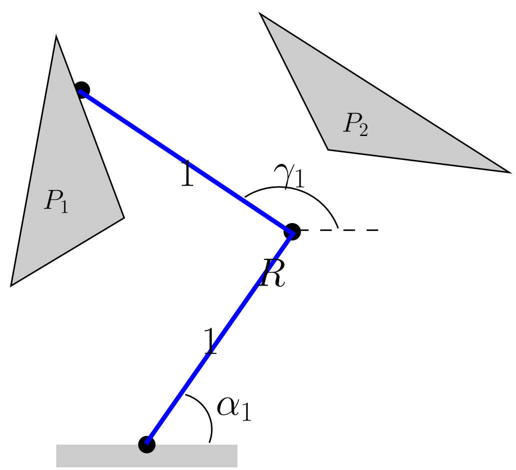
Anwendungen: Kap. 2.2.3

- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgerad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



Anwendungen: Kap. 2.2.3

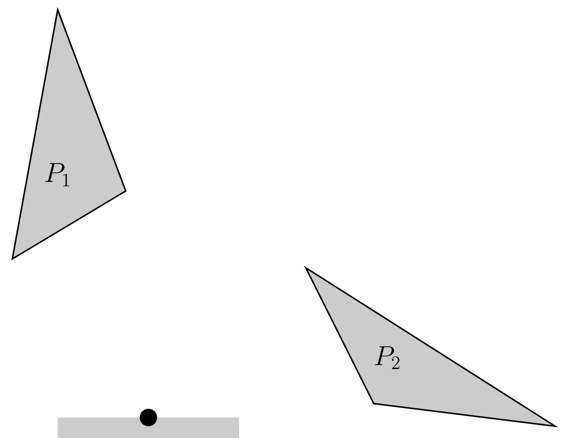
- Allgemeinheit der Konstruktion ausnutzen
- n Bögen begrenzen Konfigurationsraum
- Beispiel: Podest, Roboterarm mit zwei Gelenken
- Zwei Freiheitsgerad: Tupel des Konfigurationsraumes!!
- Hindernisse, normierte Armlänge



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

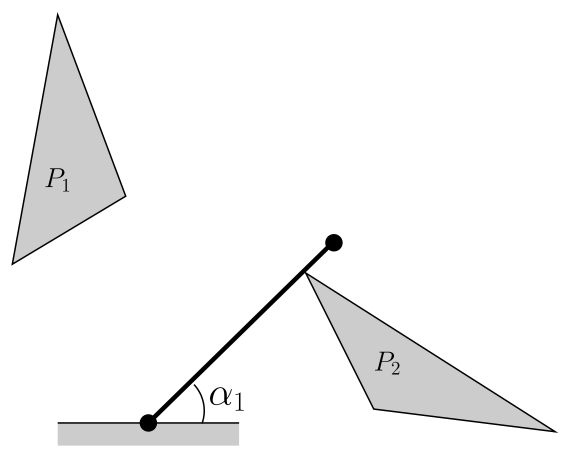
Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

Einschränkung unterer Bogen:



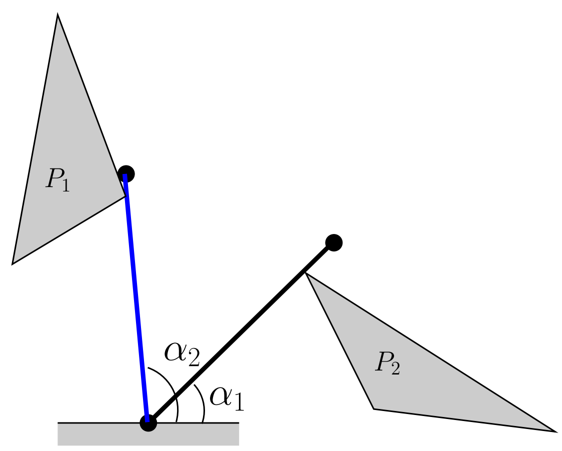
Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

Einschränkung unterer Bogen: α_1,



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

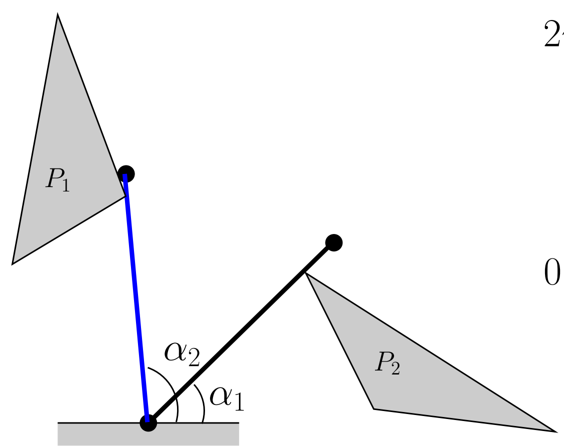
Einschränkung unterer Bogen: α_1, α_2

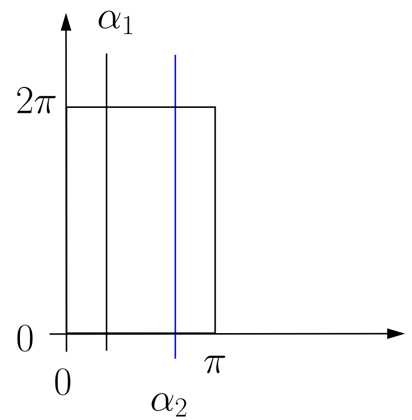


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 1.

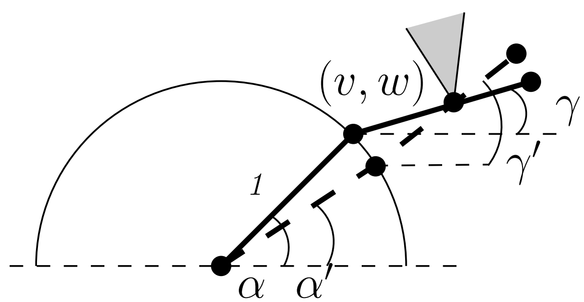
Einschränkung unterer Bogen: α_1, α_2

Zwei Kanten im Konfigurationsraum!!



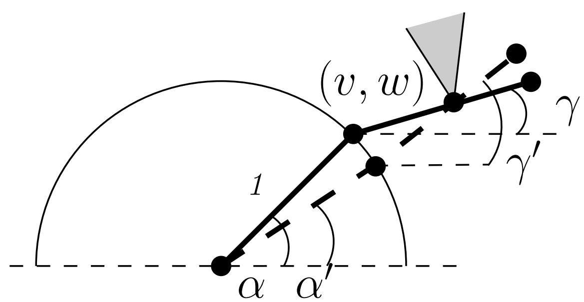


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

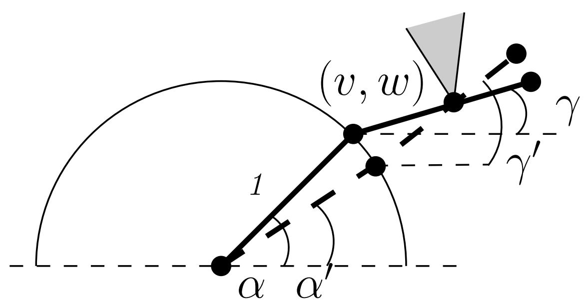
Kontakt: Hinderniseecke mit oberem Arm! Entlangschieben!



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

Kontakt: Hindernisecke mit oberem Arm! Entlangschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

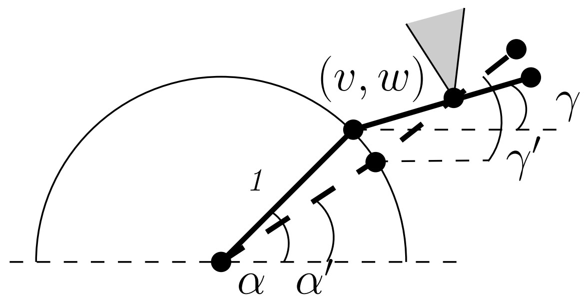


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 2.

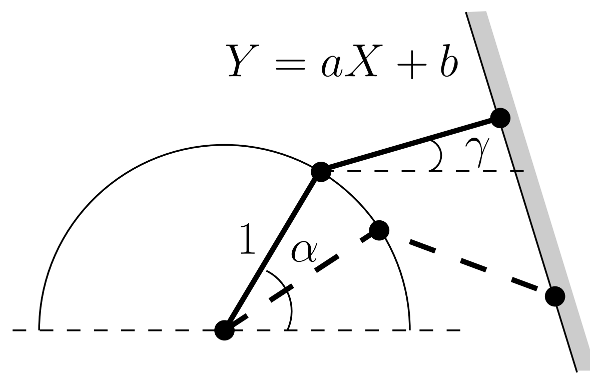
Kontakt: Hindernisecke mit oberem Arm! Entlangschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

Geschickte Parametrisierung wählen! (Tafel)

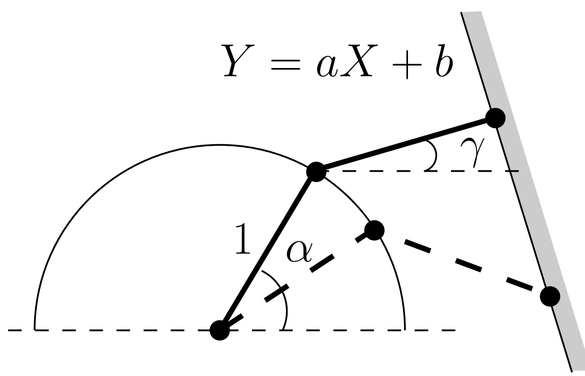


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

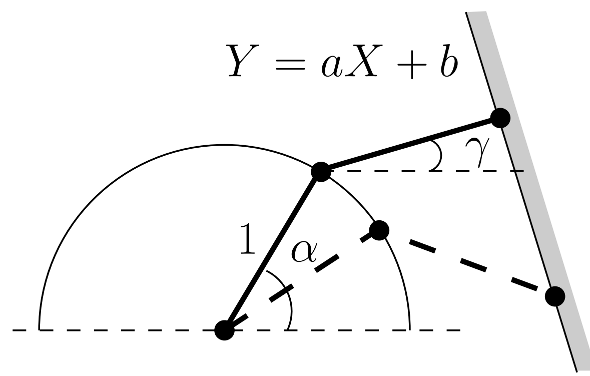
Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangschieben!



Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

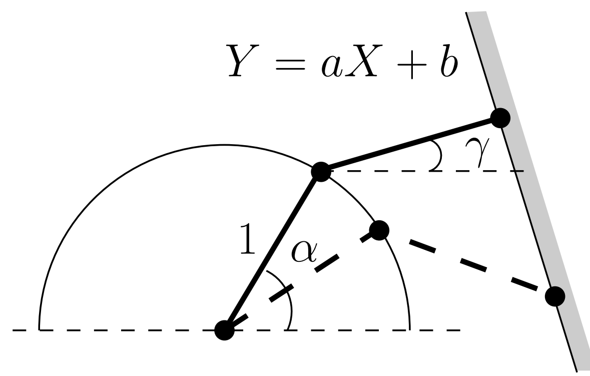


Wodurch wird eine Zelle begrenzt? 3.

Kontakt: Roboterecke mit Hinderniskante! Entlangschieben!

Kurve im Konfigurationsraum!!

Geschickte Parametrisierung wählen! (Tafel)



Algebraische Kurven!

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariante Polynome vom Grad ≤ 6!

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariante Polynome vom Grad ≤ 6!

Theorie:

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariante Polynome vom Grad ≤ 6!

Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte!

Algebraische Kurven!

1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariante Polynome vom Grad ≤ 6!

Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte! Numerisch berechnen!

Algebraische Kurven!

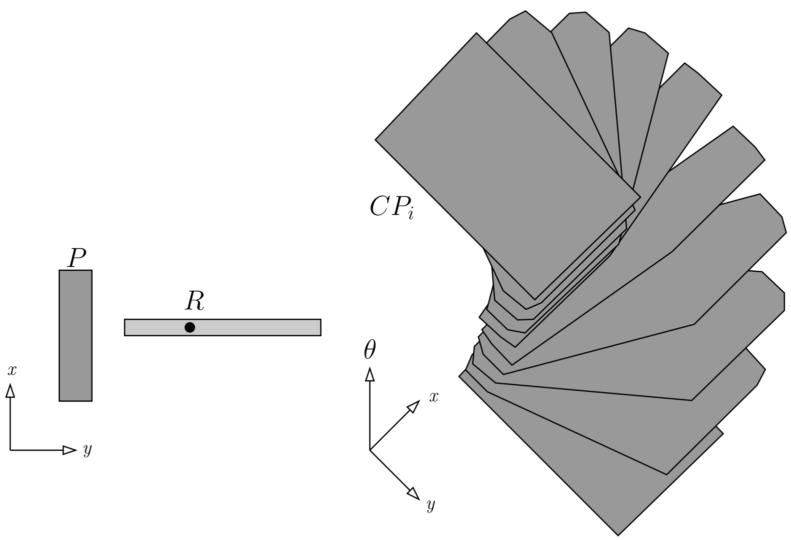
1. 2 Geraden $x = \cos(\alpha_i)$ $i = 1, 2$
2. n Kurven: (v, w) fest! $\{(x, y) | (2wy^2)^2(1 - x^2) = (v^2 - 2xv + x^2 - y^2v^2 + 2xvy^2 - w^2y^2 - y^2)^2\}$
3. n Kurven: (a, b) fest! $\{(x, y) | ((a(x + y) + b)^2 - 2 + x^2 + y^2)^2 = (1 - x^2)(1 - y^2)\}$

Multivariante Polynome vom Grad ≤ 6!

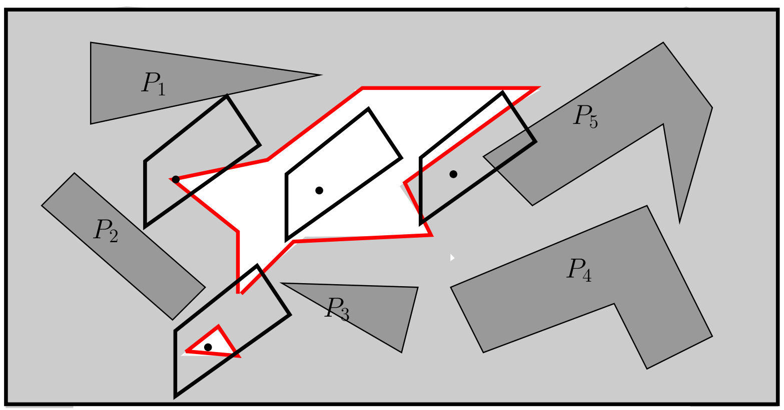
Theorie: Je zwei maximal 6^2 Schnitte! Numerisch berechnen!

Th. 2.22 anwenden: Bahnplanung in $O(\lambda_{(36+2)}(n) \log^2 n)$!!

Bahnplanungsprobleme

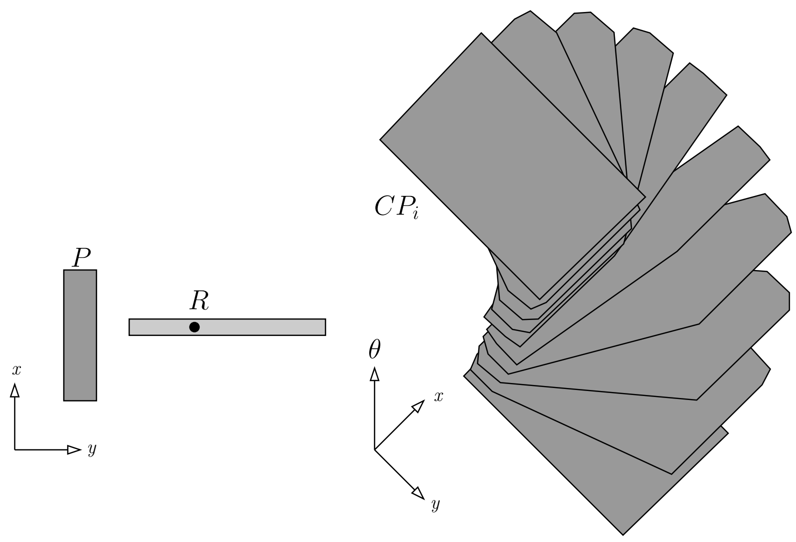


Arbeitsraum Konfigurationsraum

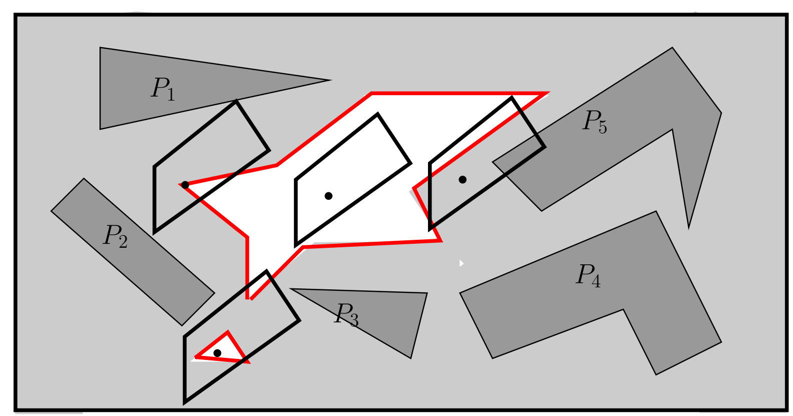


Bahnplanungsprobleme

- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}

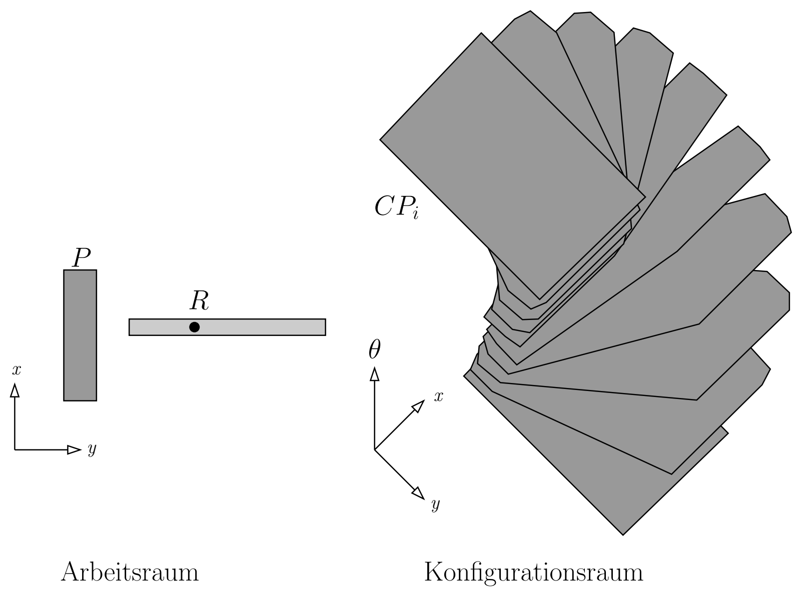


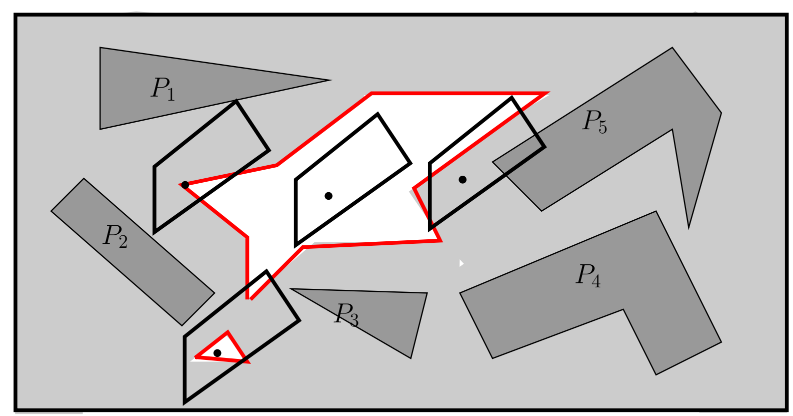
Arbeitsraum Konfigurationsraum



Bahnplanungsprobleme

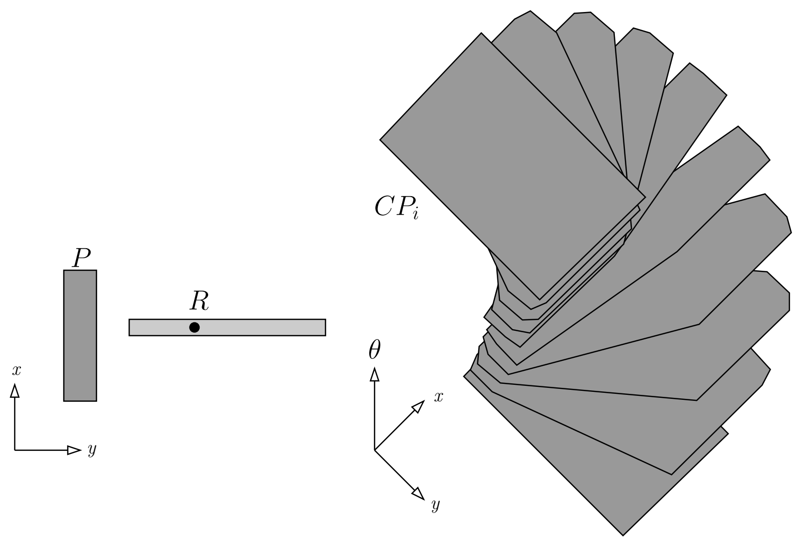
- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter



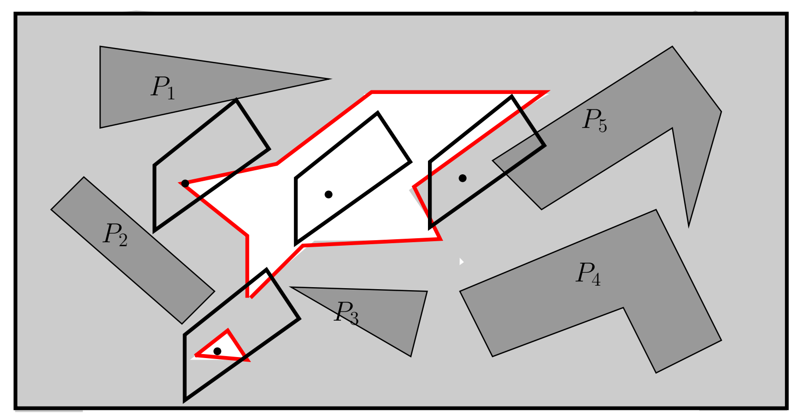


Bahnplanungsprobleme

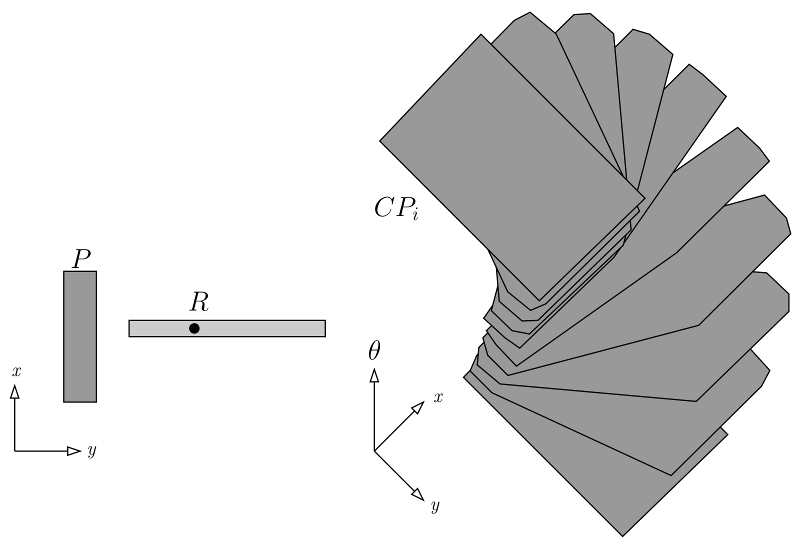
- Bislang Konfigurationsraum berechnen, C_{frei}
- Beispiel: Translation bel. Roboter
- Beispiel: Rotation/Translation konvexer Roboter



Arbeitsraum Konfigurationsraum

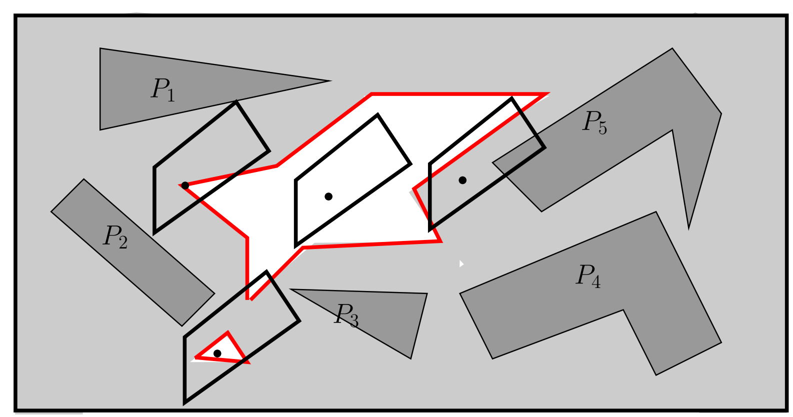


Bahnplanungsprobleme



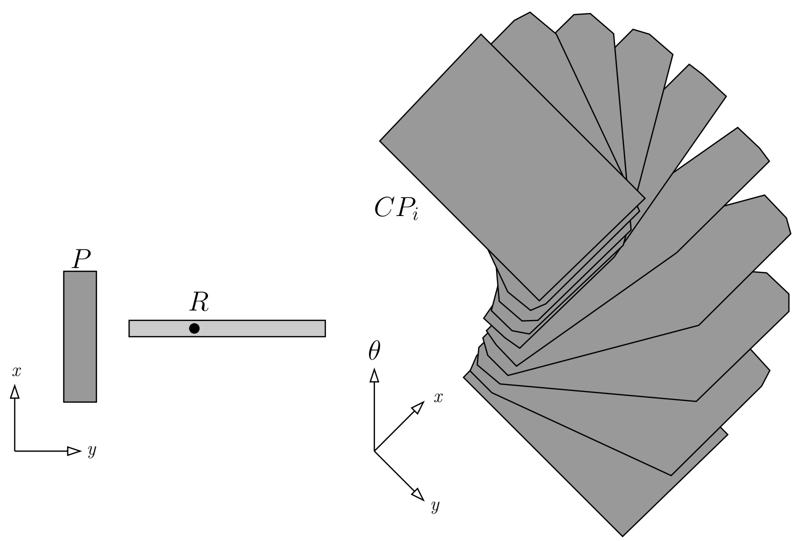
Arbeitsraum

Konfigurationsraum

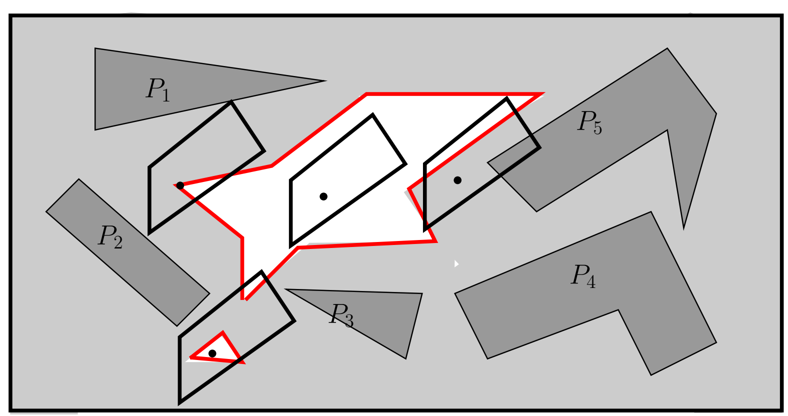


Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung

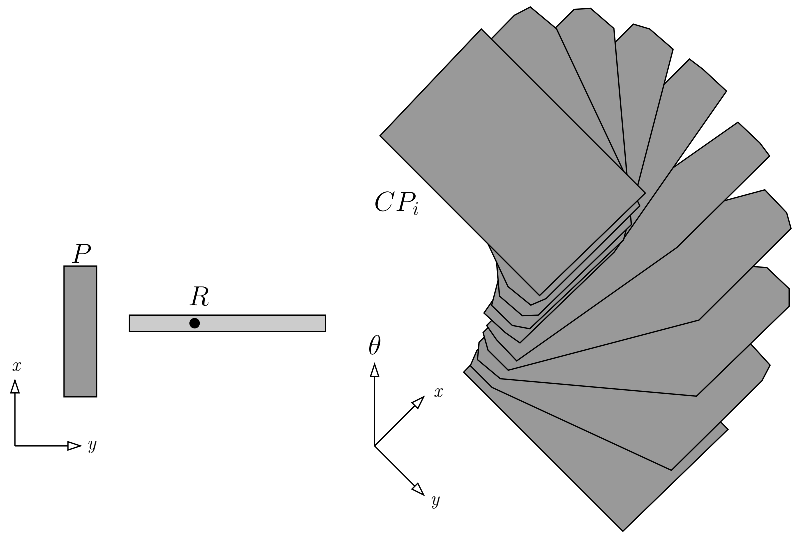


Arbeitsraum Konfigurationsraum

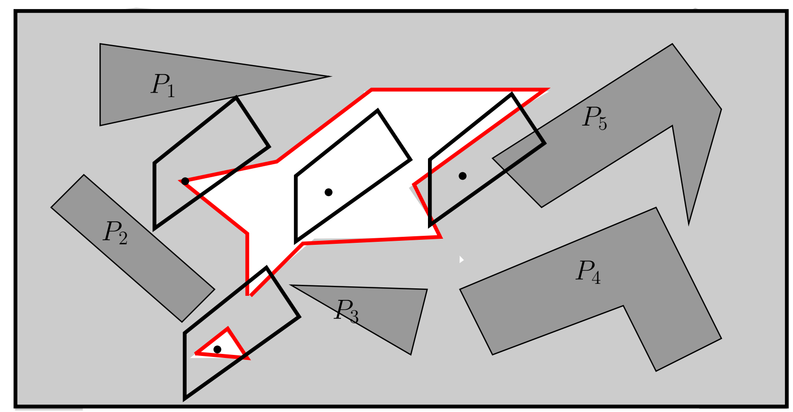


Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer

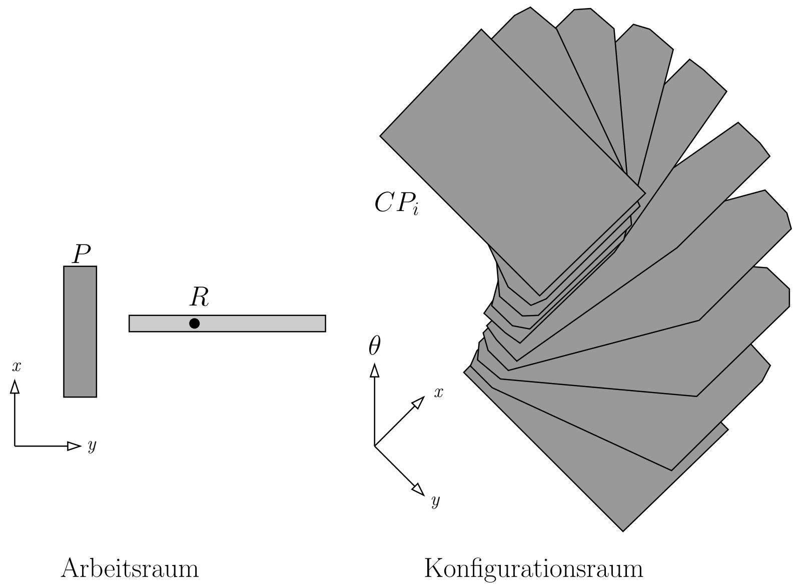


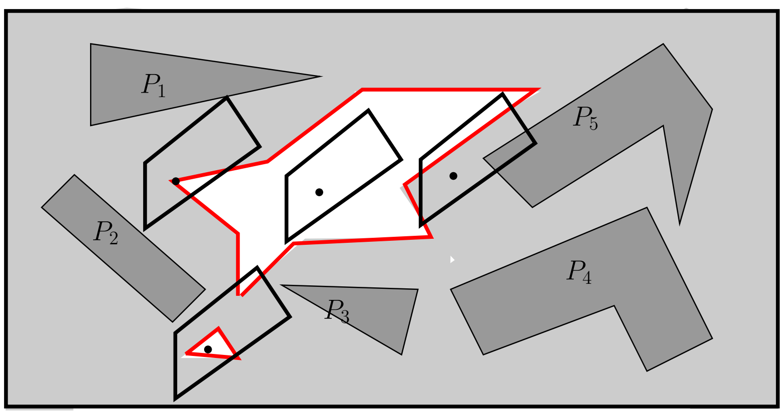
Arbeitsraum Konfigurationsraum



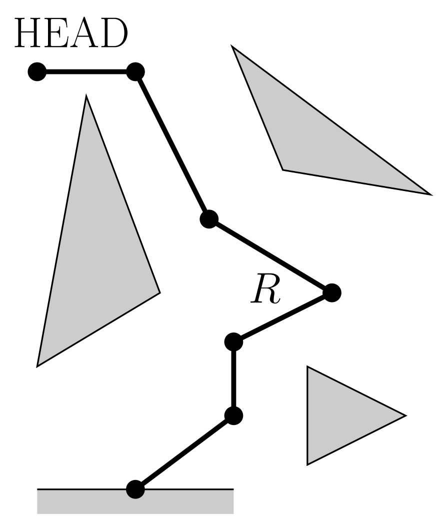
Bahnplanungsprobleme

- Laufzeiten für Konstruktion/Bahnplanung
- Allgemein: Laufzeit NP-schwer
- Entscheidbarkeit? Lösung berechenbar?



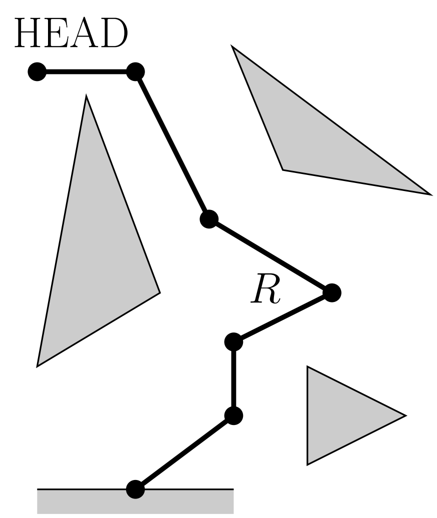


Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!



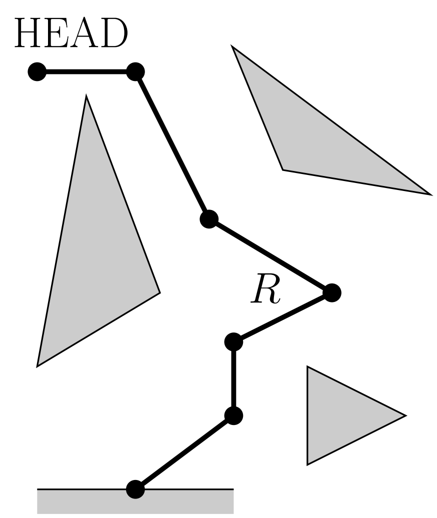
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene



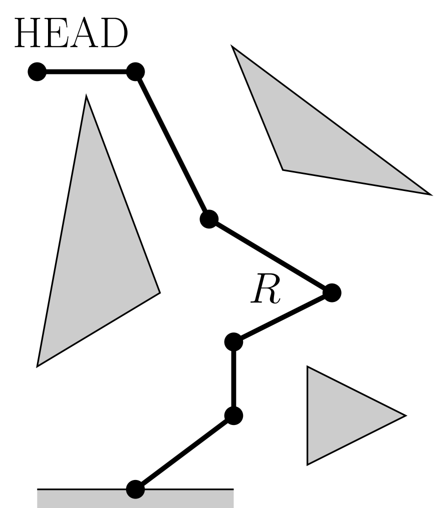
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten



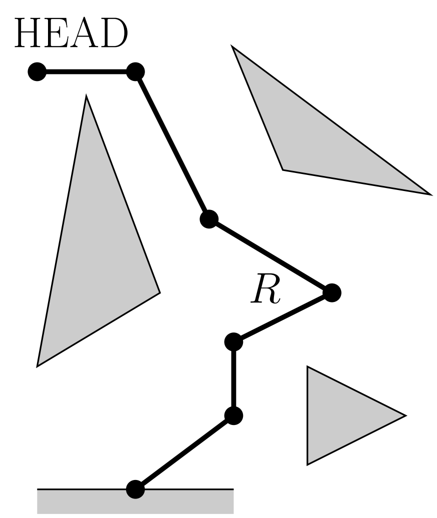
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?



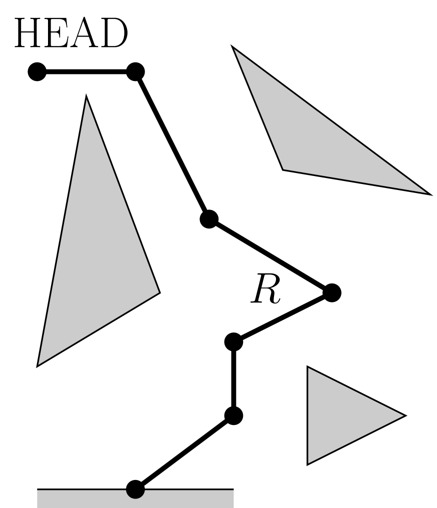
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration



Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!!

- Krahnbewegung in polygonaler Szene
- m Gelenke und Kanten
- Ex. kollisionsfreie Bewegung des Kopfes?
- Von Start- zu Zielkonfiguration
- Entscheidungsproblem lösen!



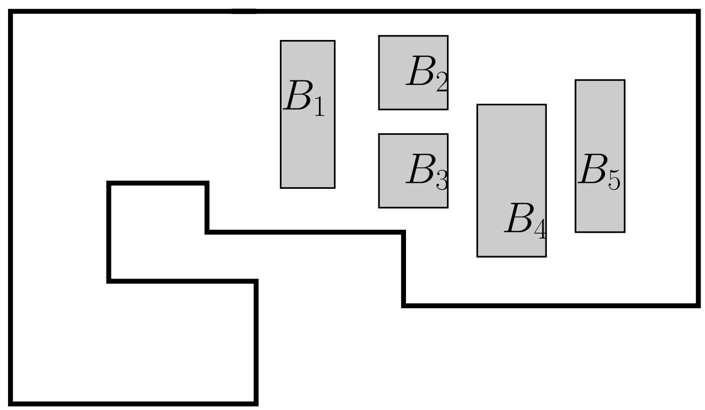
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen

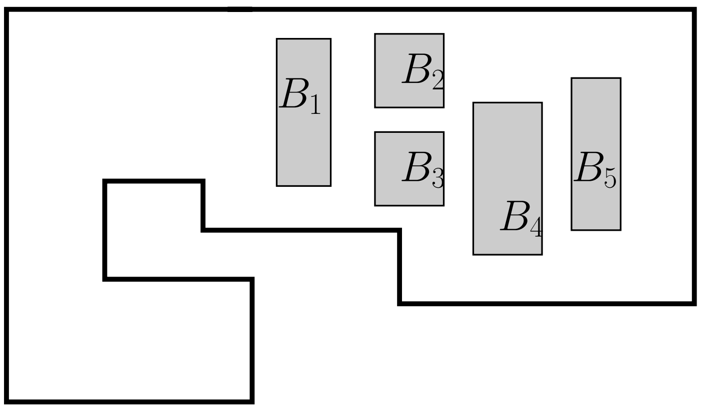
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition



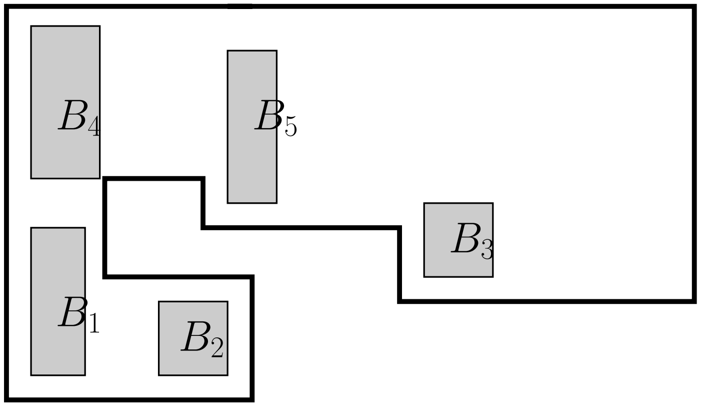
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



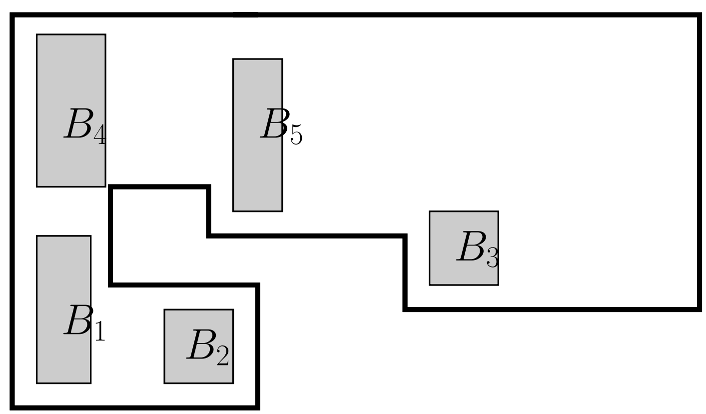
Allgemeine Bahnplanungprobleme: Laufzeit!

- Bewegen von Boxen
- Von Start in Zielposition
- Ex. kollisionsfreie Bewegung?



Verschieben von Boxen ist NP-hard

Theorem 3.1: Roboter R sei gegeben durch eine Menge von m unterschiedlich großen, achsenparallelen Rechtecken R_i, die nicht miteinander verbunden sind. Die Umgebung sei ein einfaches Polygon P mit achsenparallelen Kanten. Start– und Zielposition s und t seien halbfreie Positionen der R_i in P. Zu entscheiden, ob es in diesem Modell eine kollisionsfreie Bewegung von s nach t gibt, ist NP-schwer.



Reduktion von Partition!

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$

Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79

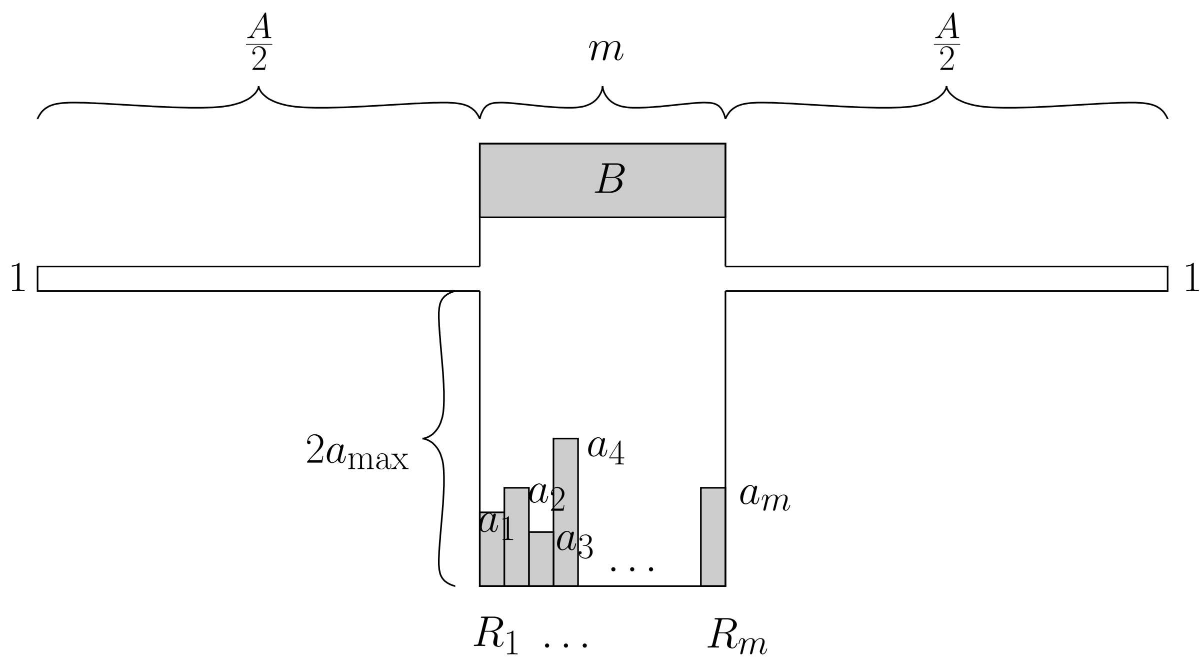
Reduktion von Partition!

- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer

Reduktion von Partition!

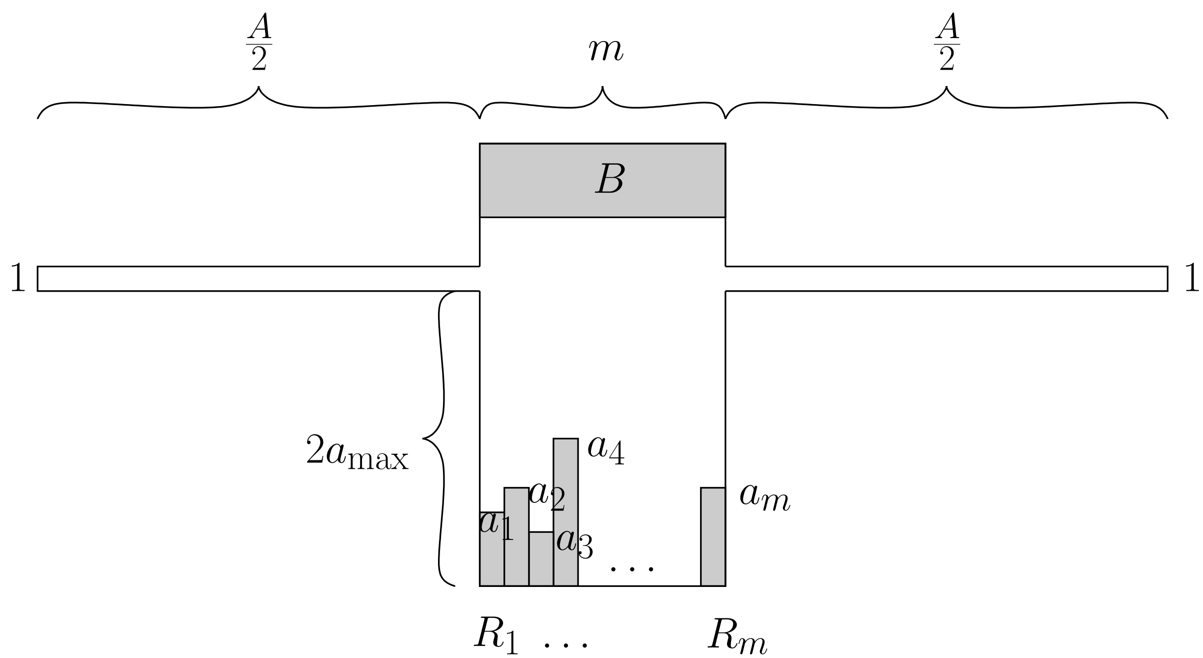
- Gegeben ist Menge $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$
- Existiert Teilmenge $Y \subset X$ mit $\sum\limits_{a_i \in Y} a_i = \sum\limits_{a_j \in X \setminus Y} a_j$
- Partition ist NP-vollständig, Garey/Johnson 79
- Liegt in NP, ist NP-schwer
- Übersetze Partition in Box-Planungsproblem

Konstruktion einer Szene



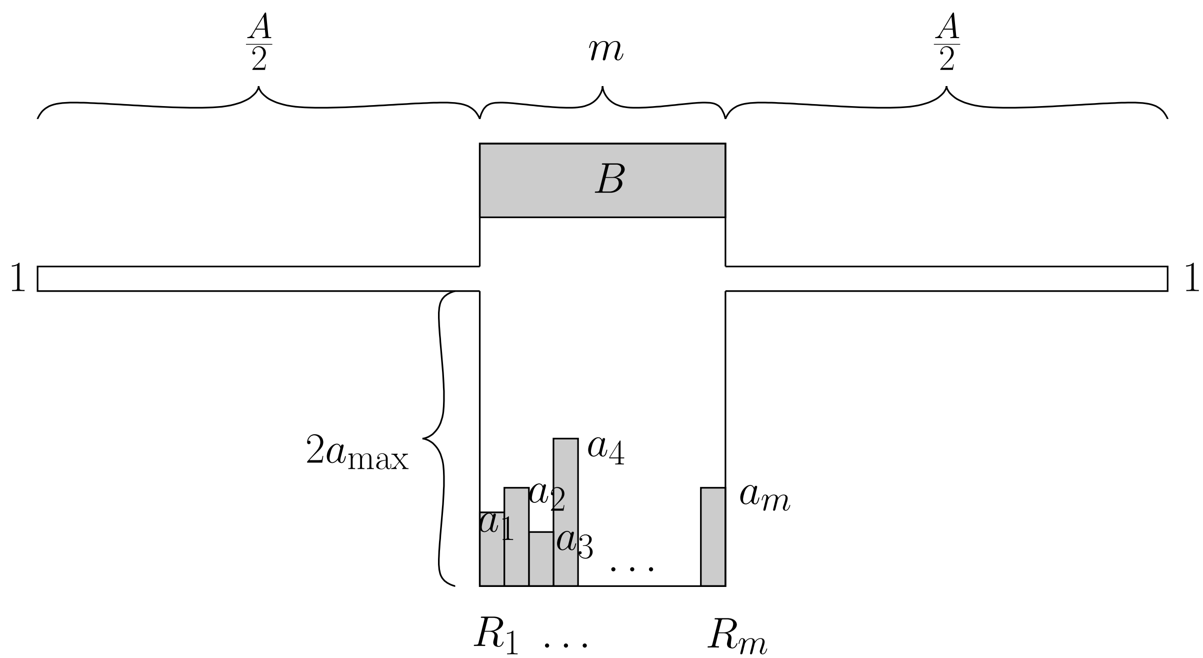
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$,



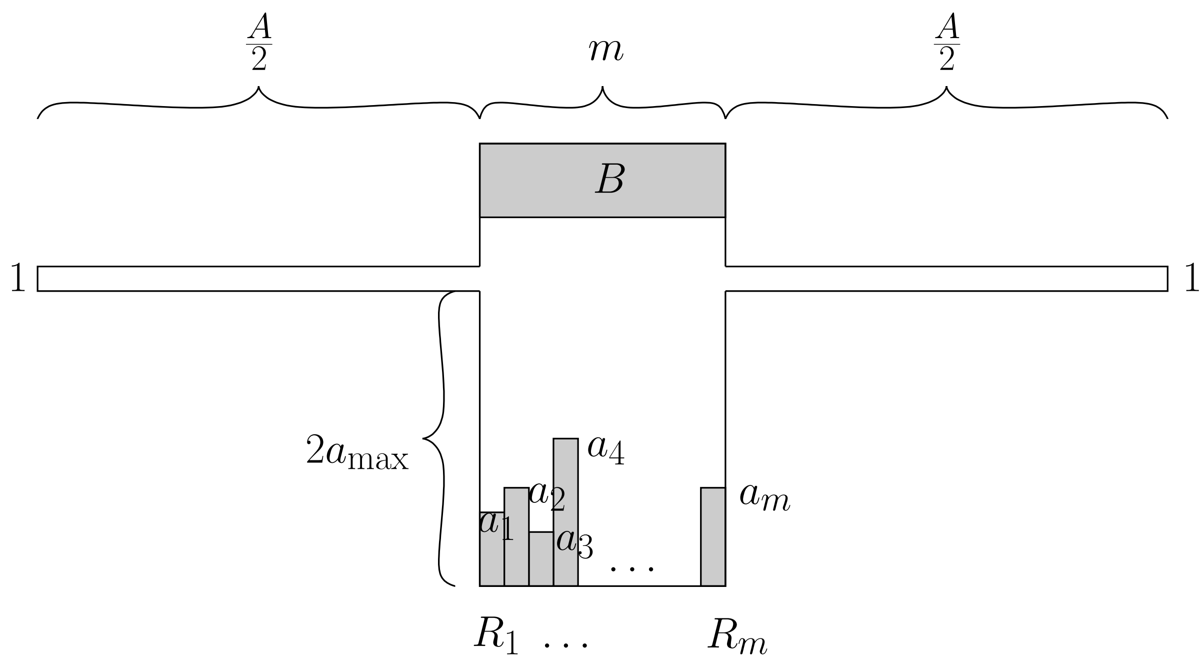
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.



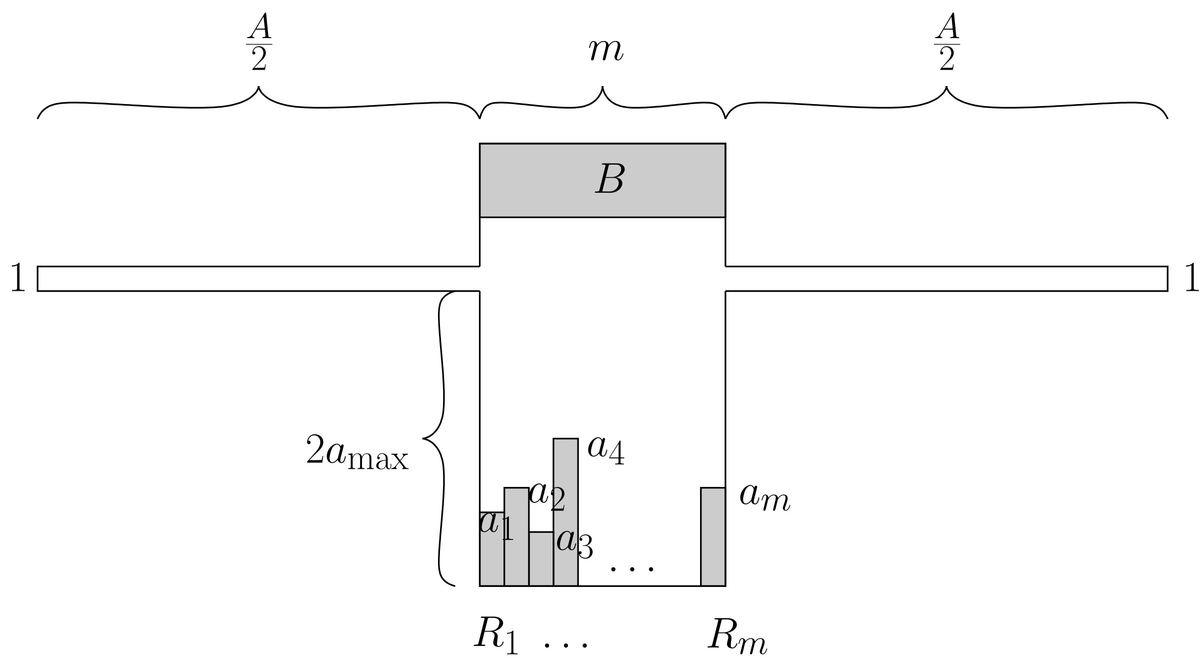
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \le i \le m} a_i$.
- *Halle*: Breite m,



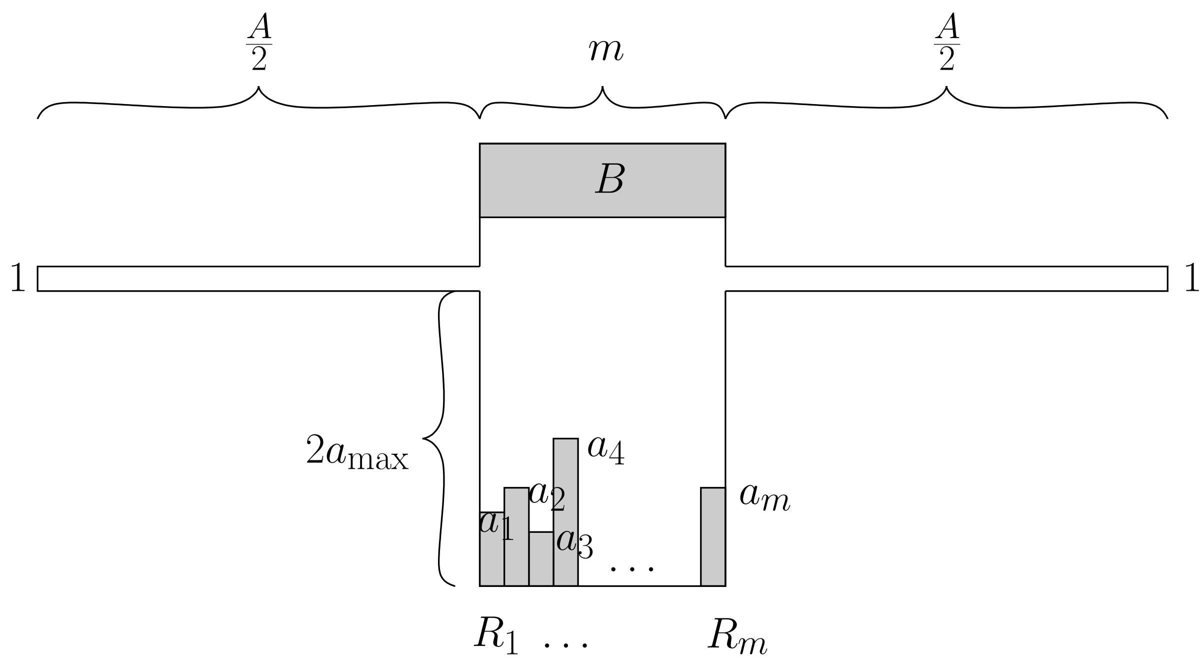
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \le i \le m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$



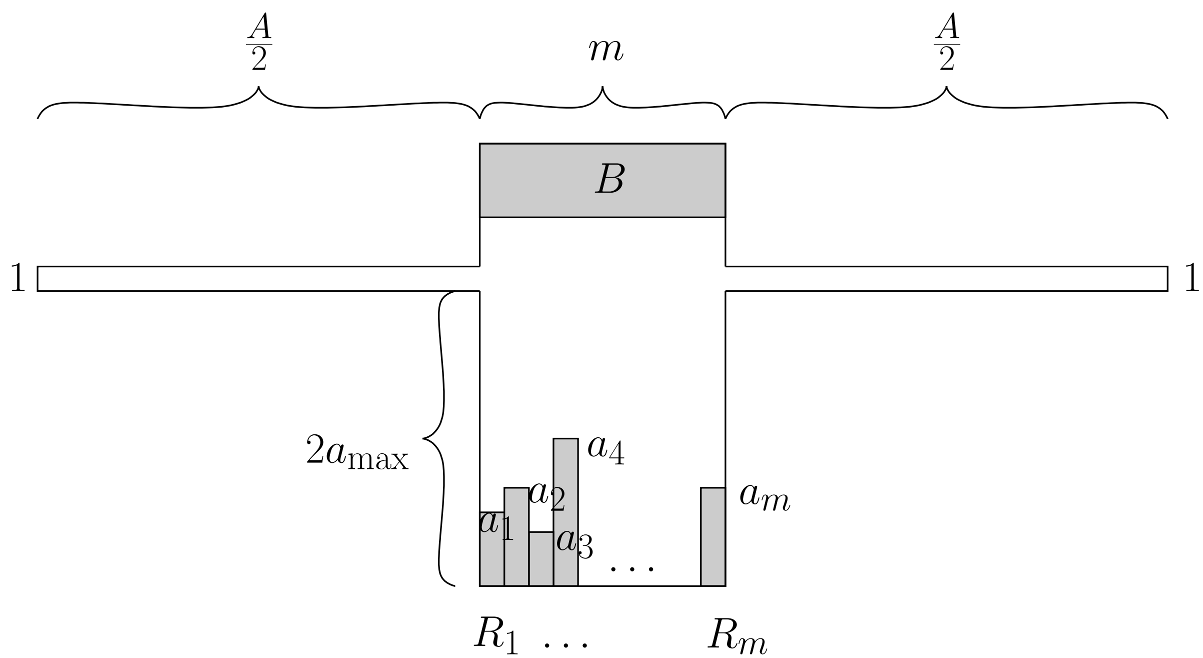
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden



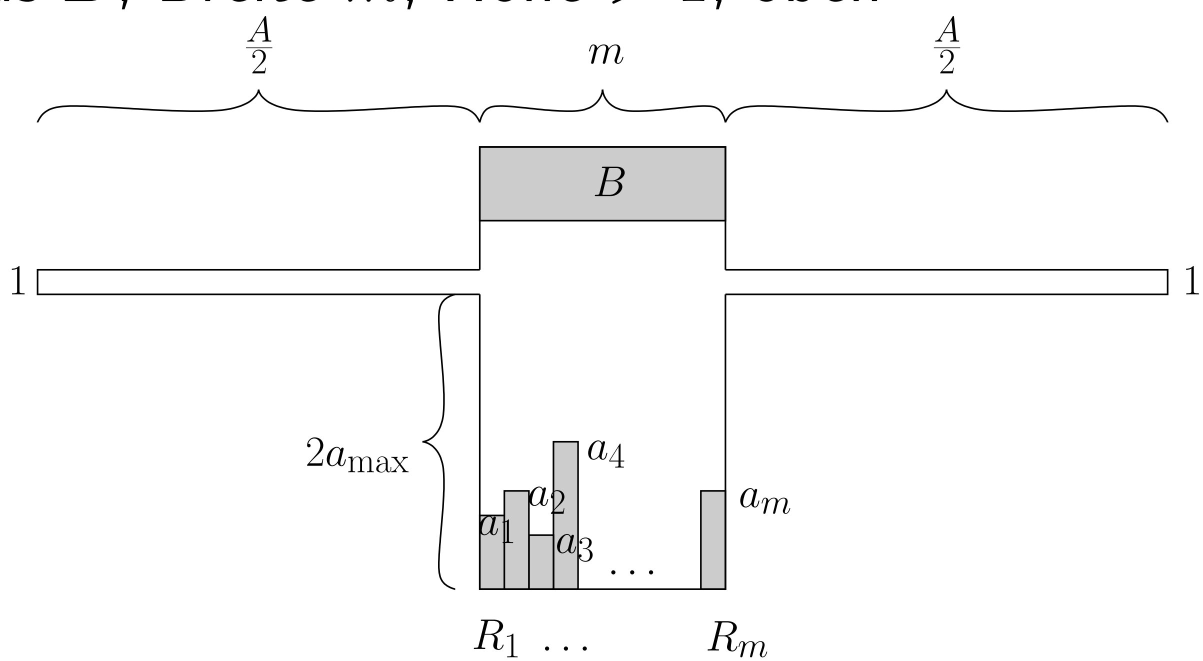
Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \leq i \leq m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden
- R: R_i,

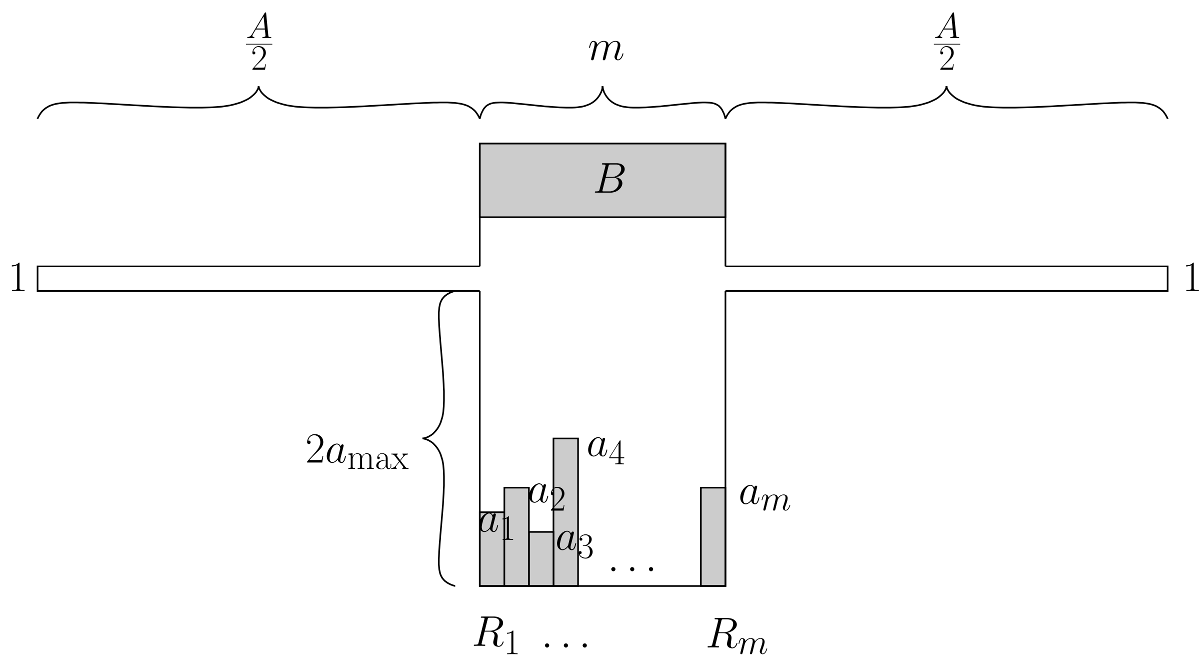


Konstruktion einer Szene

- $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$, sei $A := \sum_{i=1}^{m} a_i$ und $a_{\max} := \max_{1 \le i \le m} a_i$.
- *Halle*: Breite m, *Arme*: Breite $\frac{A}{2}$, Höhe 1, ab $2a_{\max}$
- Für a_i Rechteck R_i: Höhe a_i, Breite 1, Hallenboden
- R: R_i, plus B, Breite m, Höhe > 1, oben

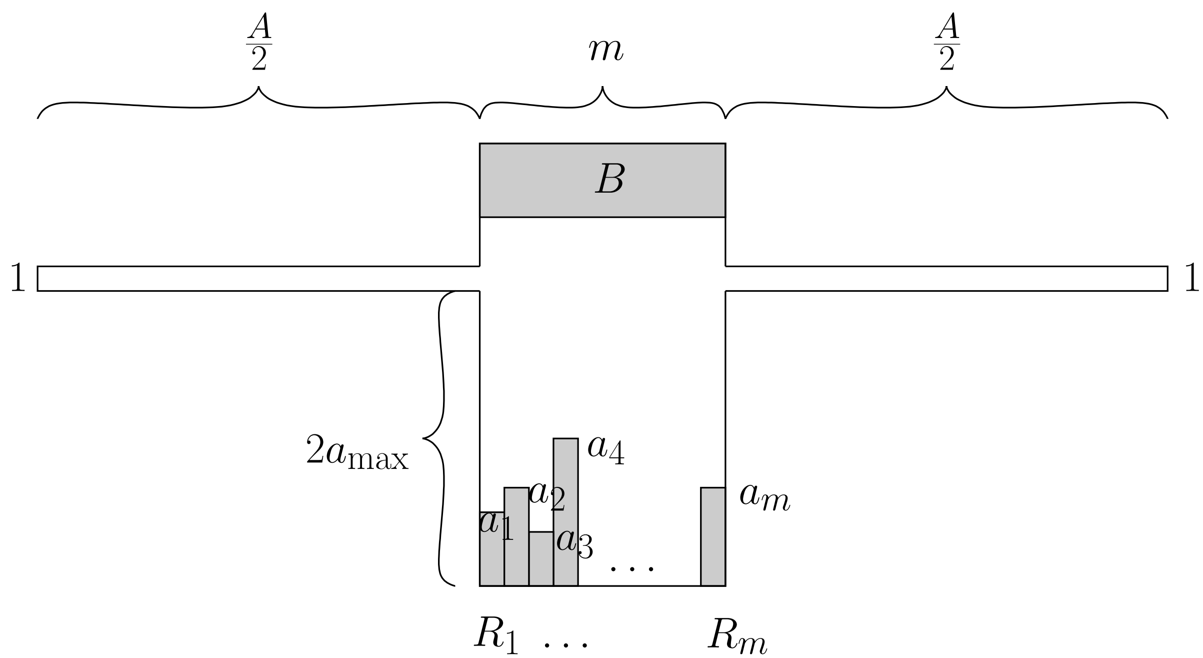


Konstruktion einer Szene



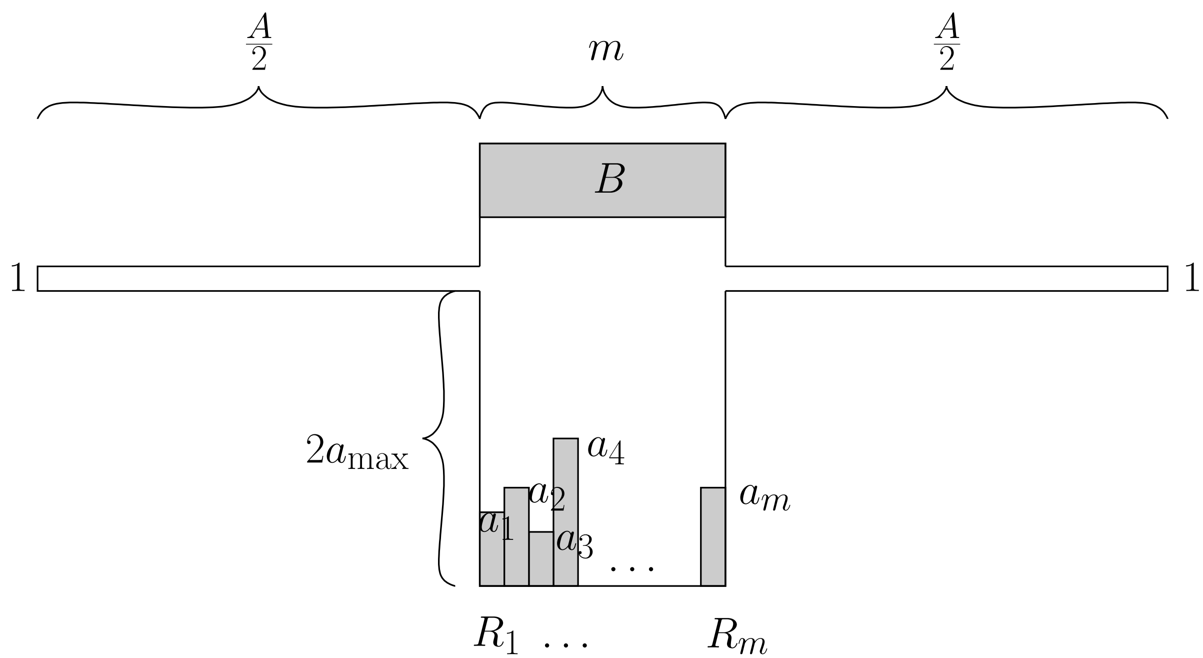
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben



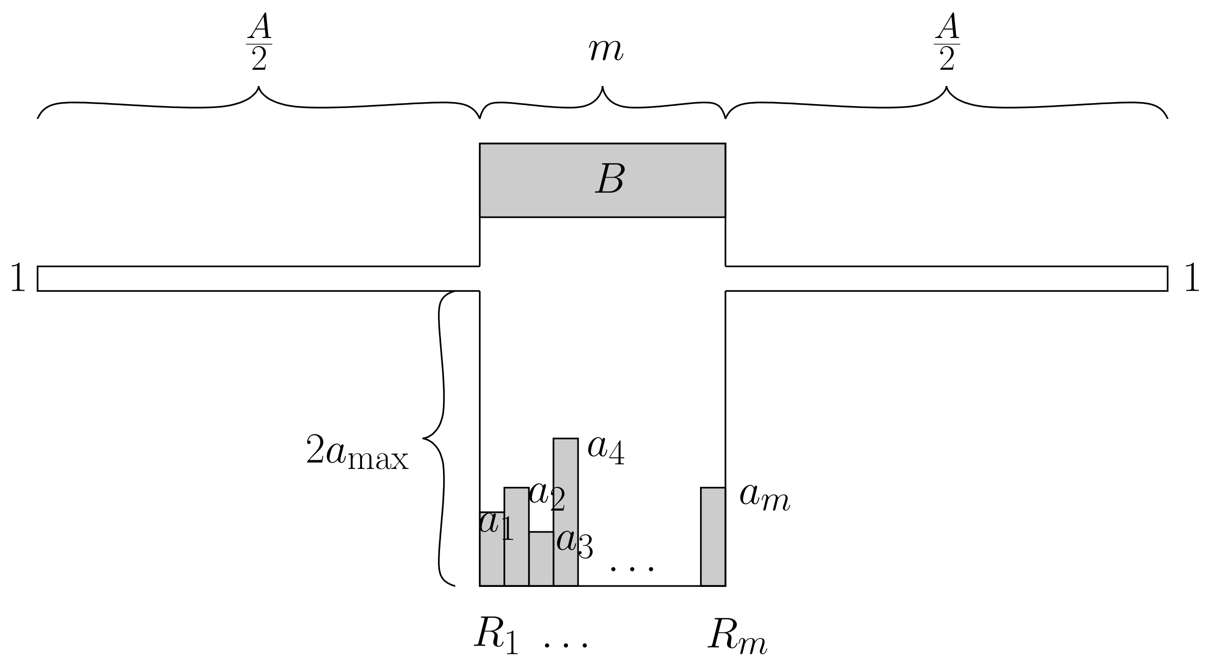
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme



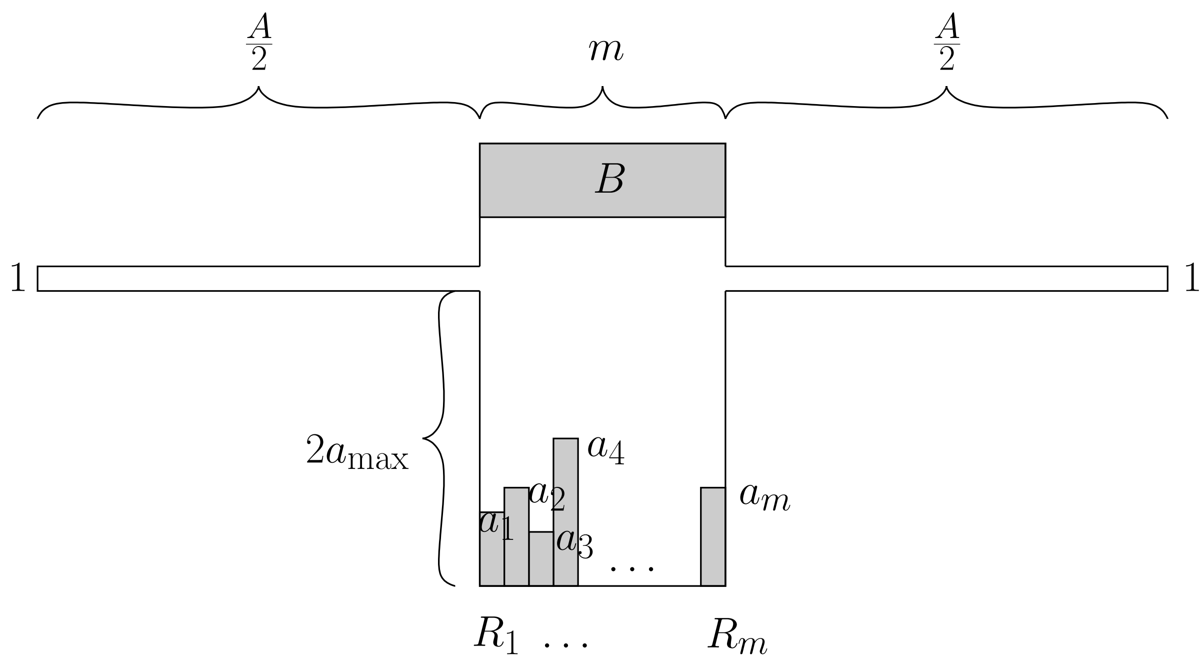
Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten A/2

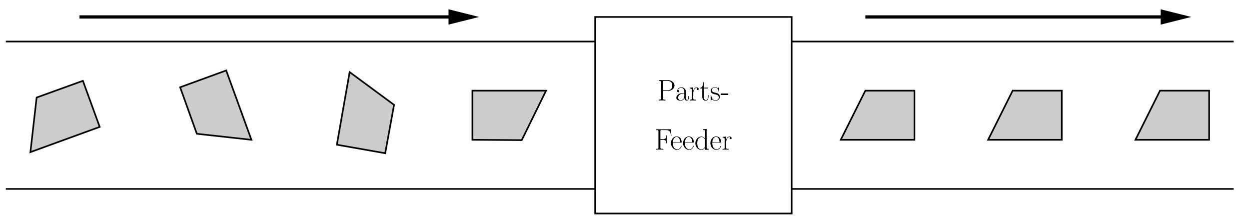


Konstruktion einer Szene

- Zielkonfiguration: B soll unten sein, die R_is oben
- Offensichtlich: Nur durch verschieben der R_i in die Arme
- So, dass auf beiden Seiten A/2
- Partition von $X = \{a_1, \ldots, a_m\} \subset N$

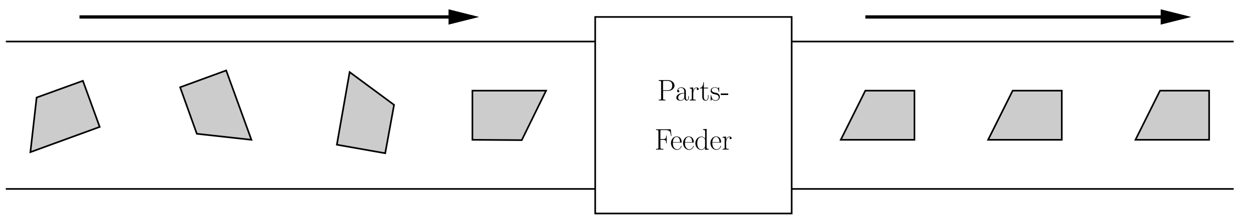


Orientierung polygonaler Werkstücke



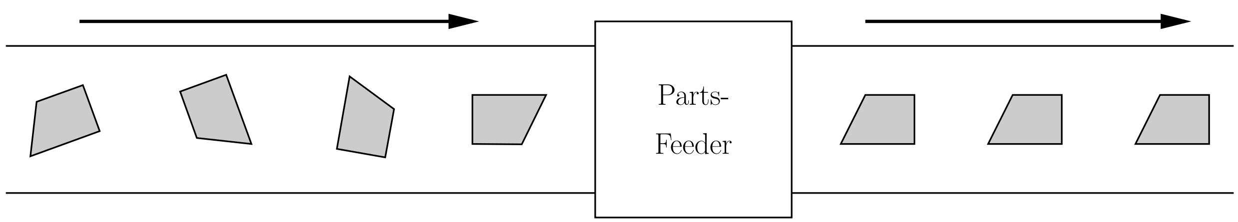
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen



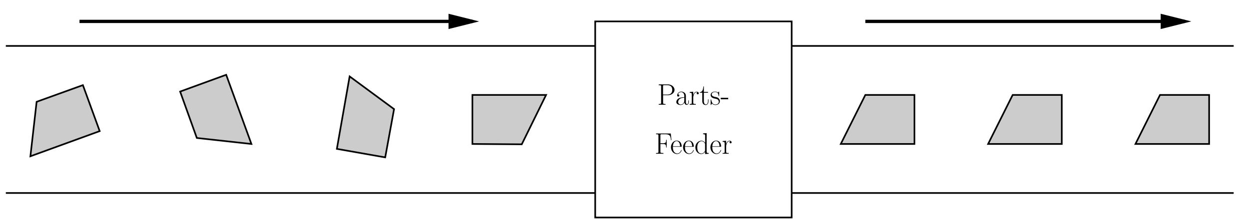
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke



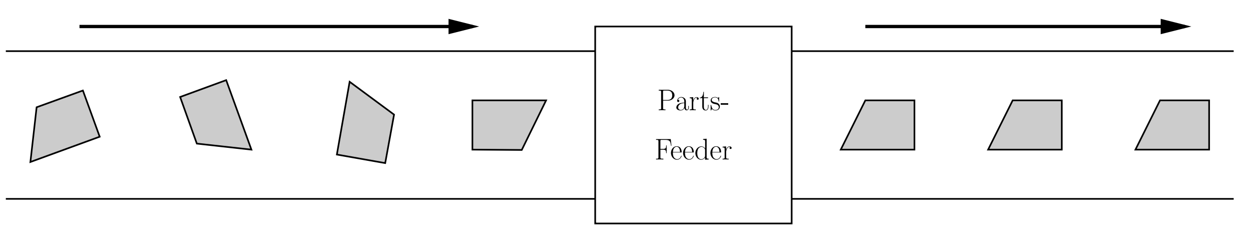
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box



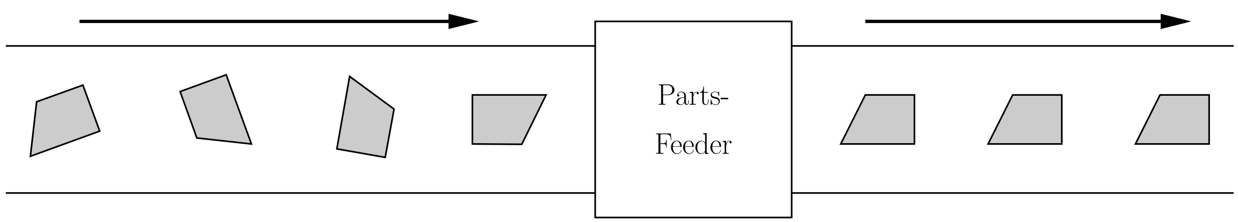
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel



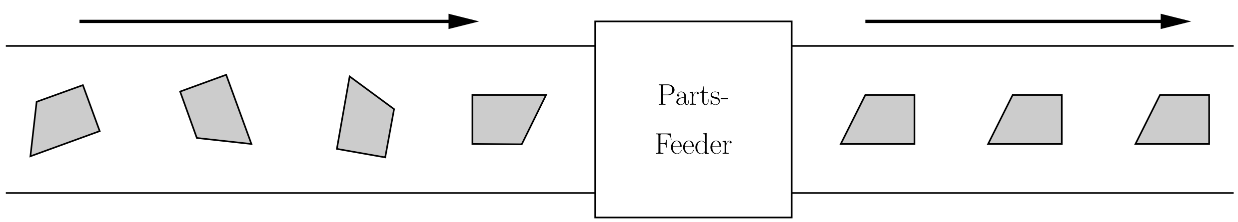
Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik

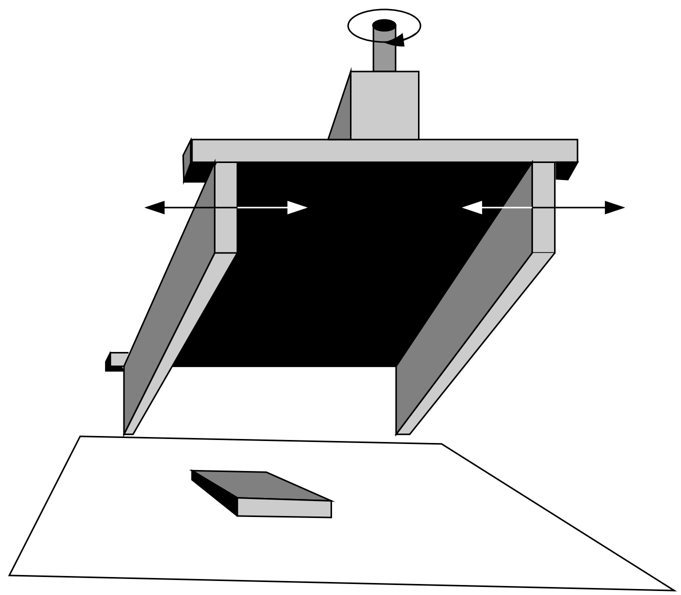


Orientierung polygonaler Werkstücke

- Rohlinge zur Verarbeitung in die richtige Lage bringen
- Bearbeitung der Werkstücke
- Part-Feeder: Black Box
- Häufig direkt auf Rohlinge abgestimmt: Hardware-Wechsel
- Geometrie ausnutzen, rekonfigurierbar, ohne Sensorik
- Software

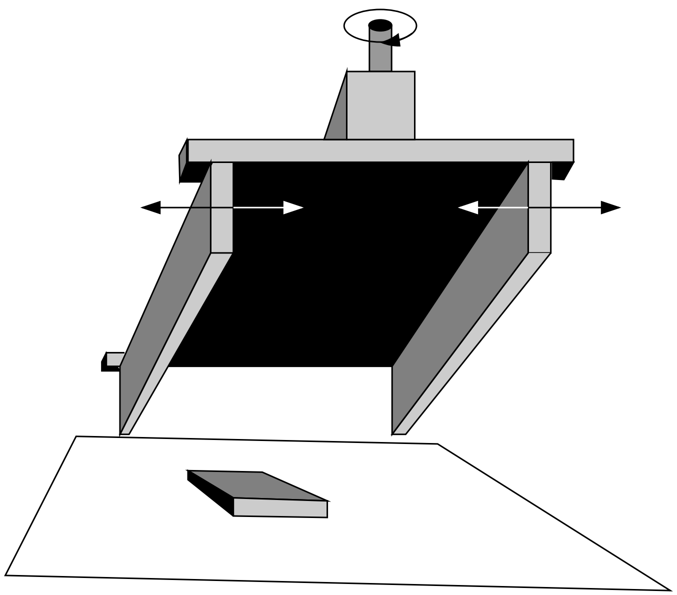


Hardware: Parallel Jaw-Gripper



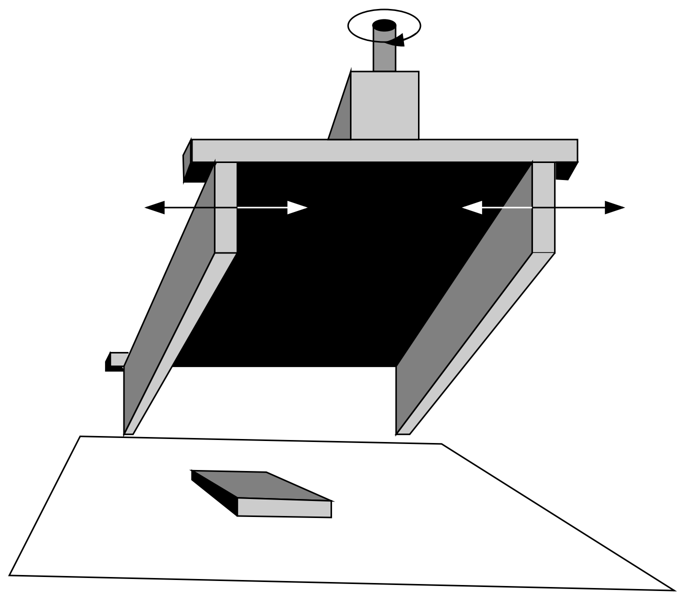
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers



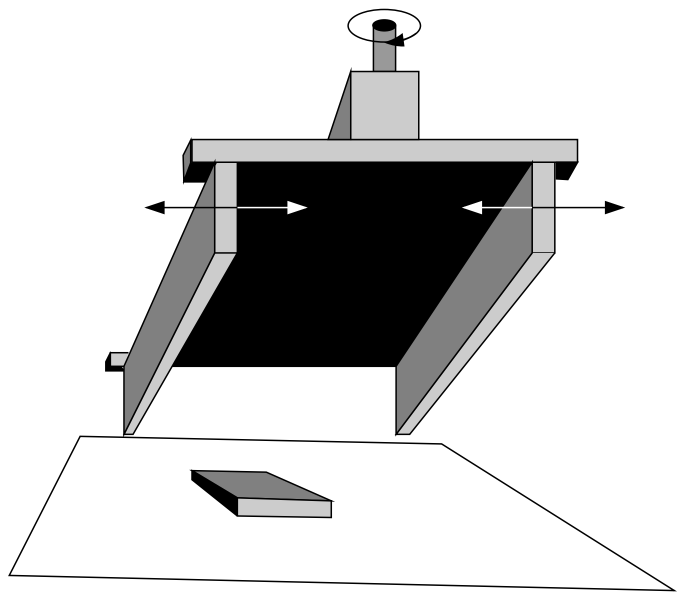
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen



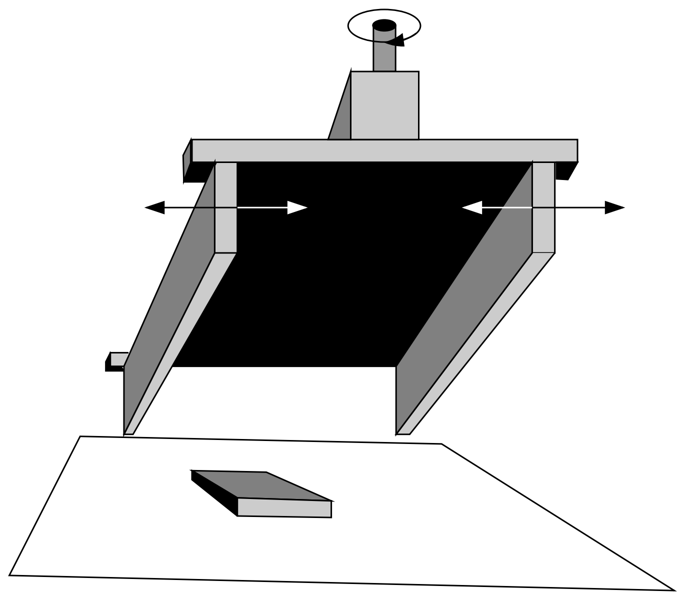
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen



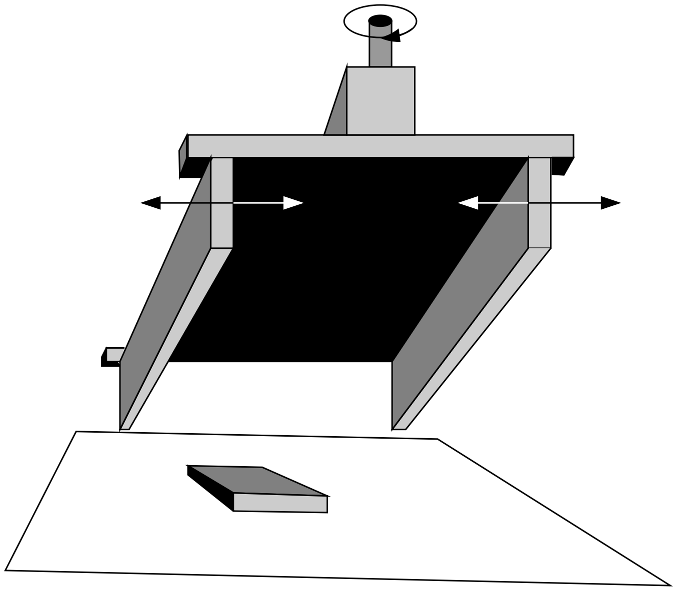
Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes



Hardware: Parallel Jaw-Gripper

- Drehen des Greifers
- Schließen der Backen
- Öffnen der Backen
- Aktion: Verursacht Drehung des Objektes
- Plan von Aktionen berechnen



Geometrisches Modell

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$

Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen

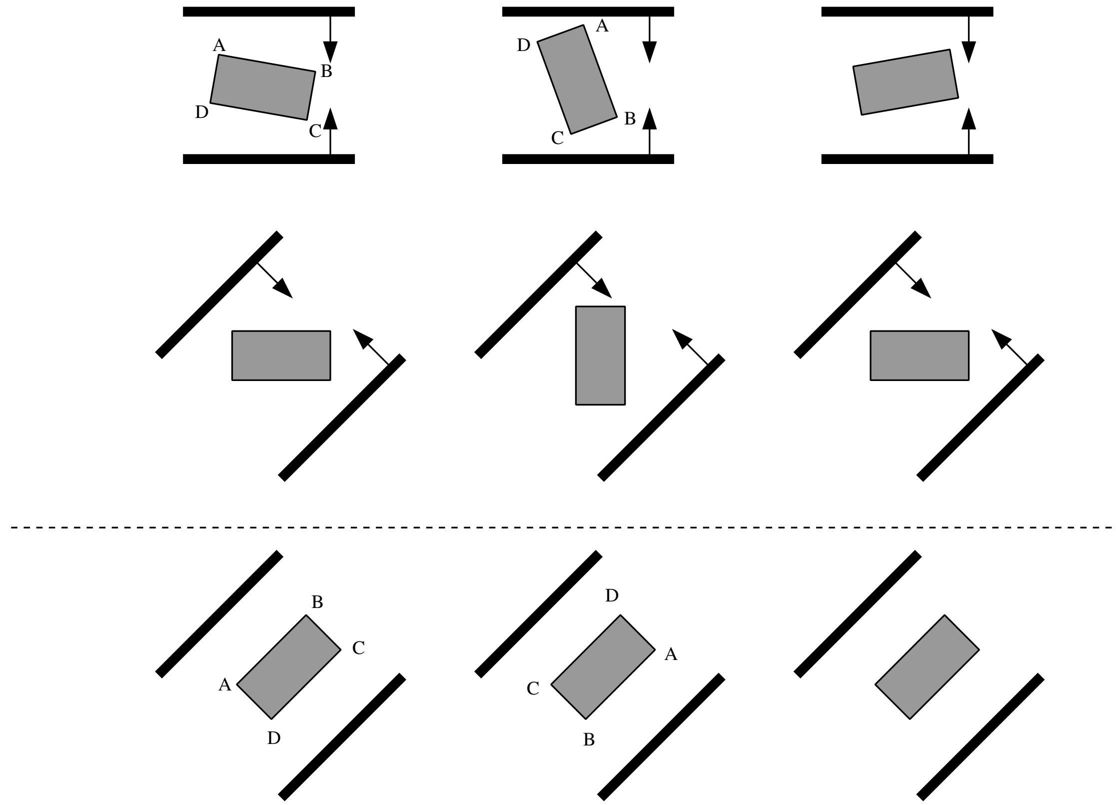
Geometrisches Modell

- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie

Geometrisches Modell

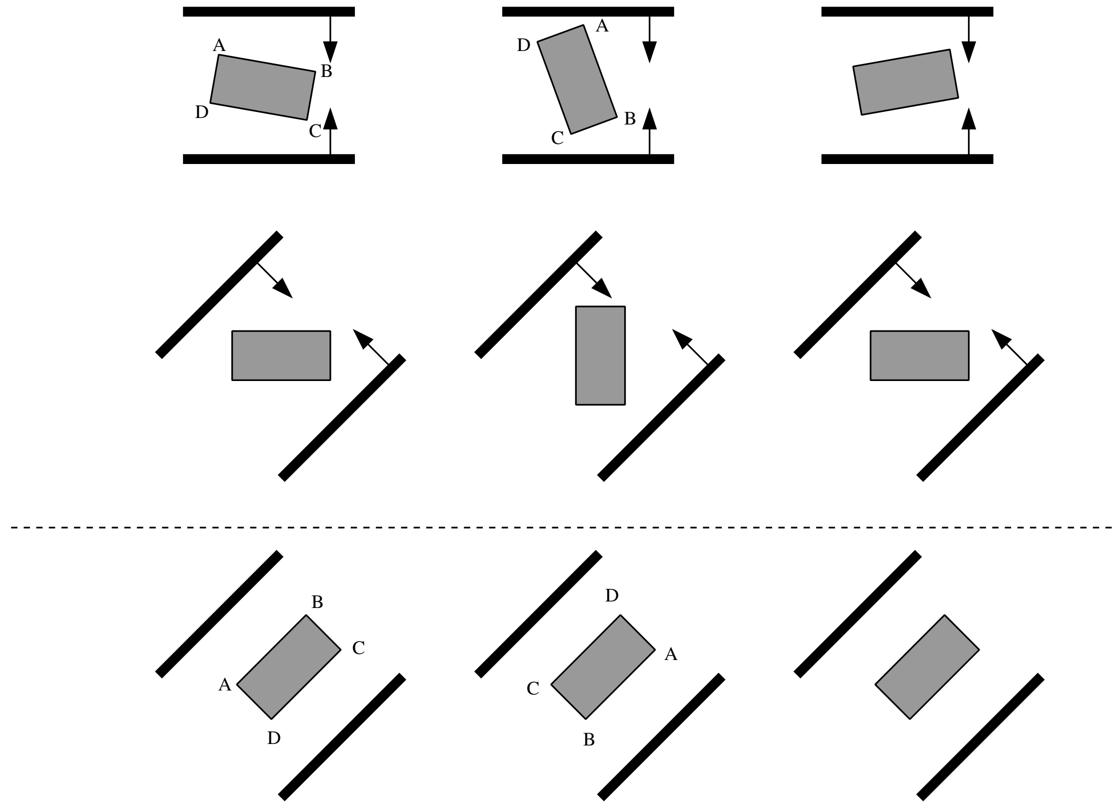
- Input: Polygonales Werkstück, Konvexe Hülle davon
- Output: *Squeeze*-Plan: Folge von Drehen-Greifen
- Winkel: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$
- Bis auf Symmetrie in eindeutige Lage bringen
- Plan exakt berechnen aus der Geometrie
- Andere Ansätze: Simulation, Heuristiken, Genetische Alg.

Beispiel!



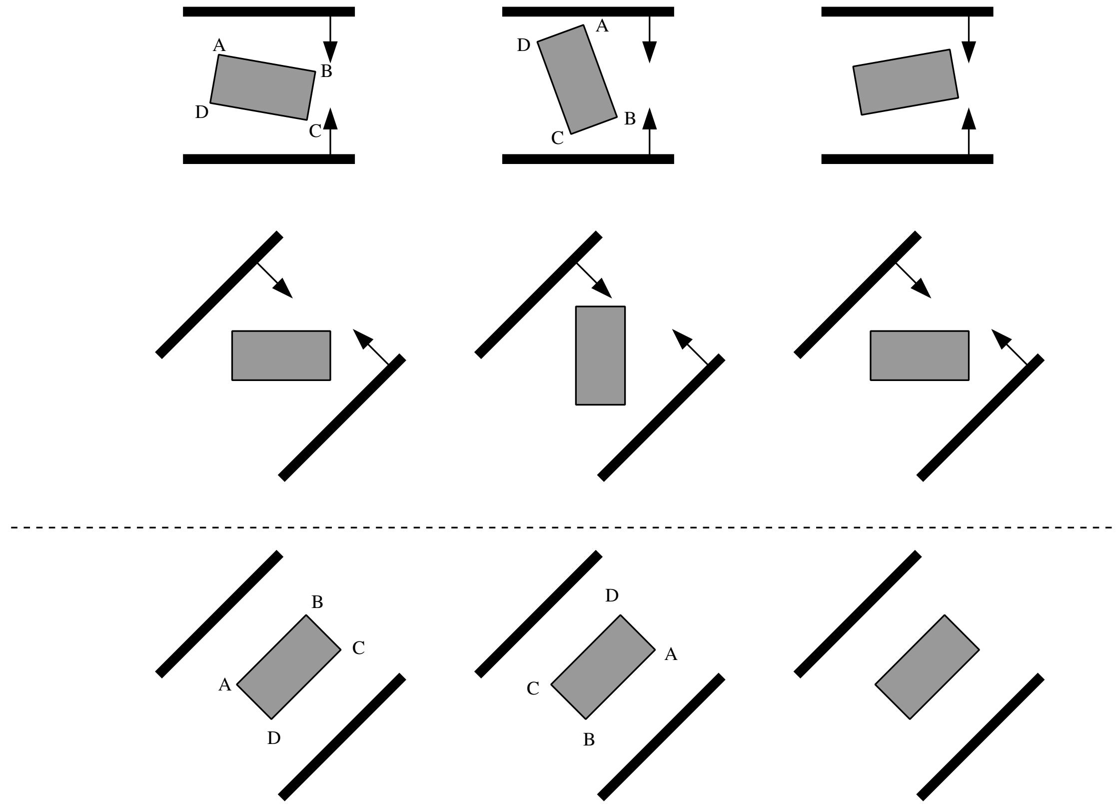
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$



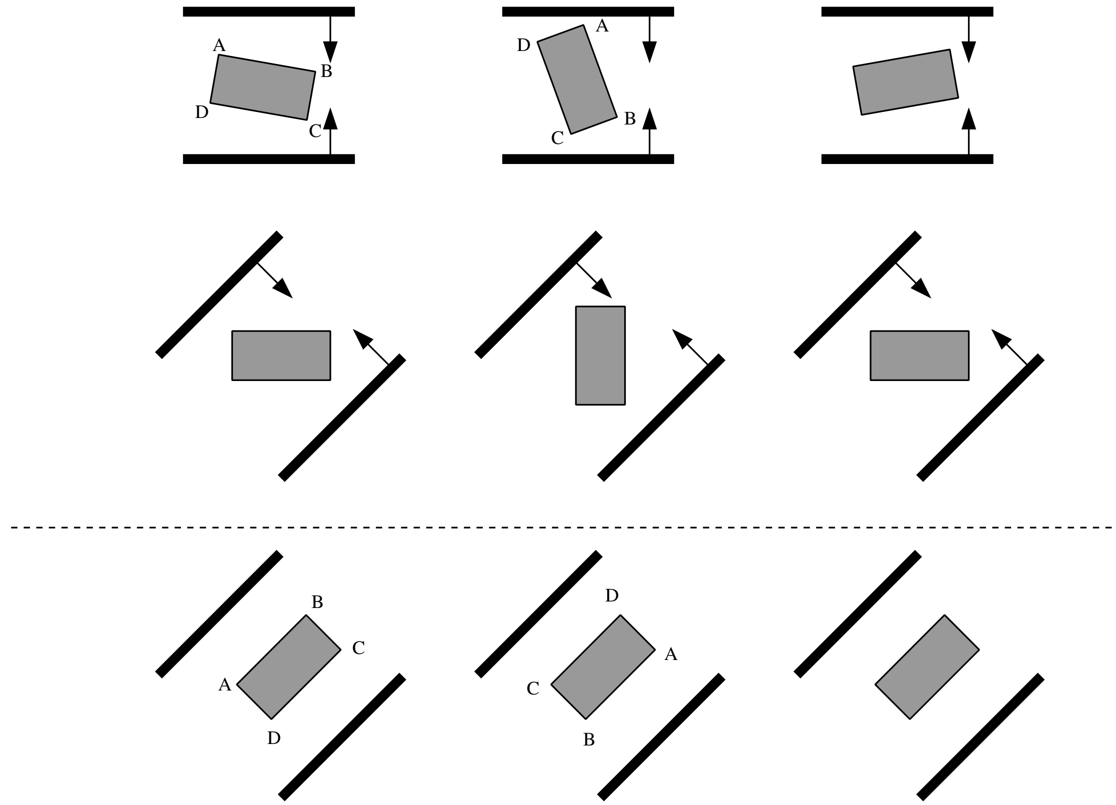
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage



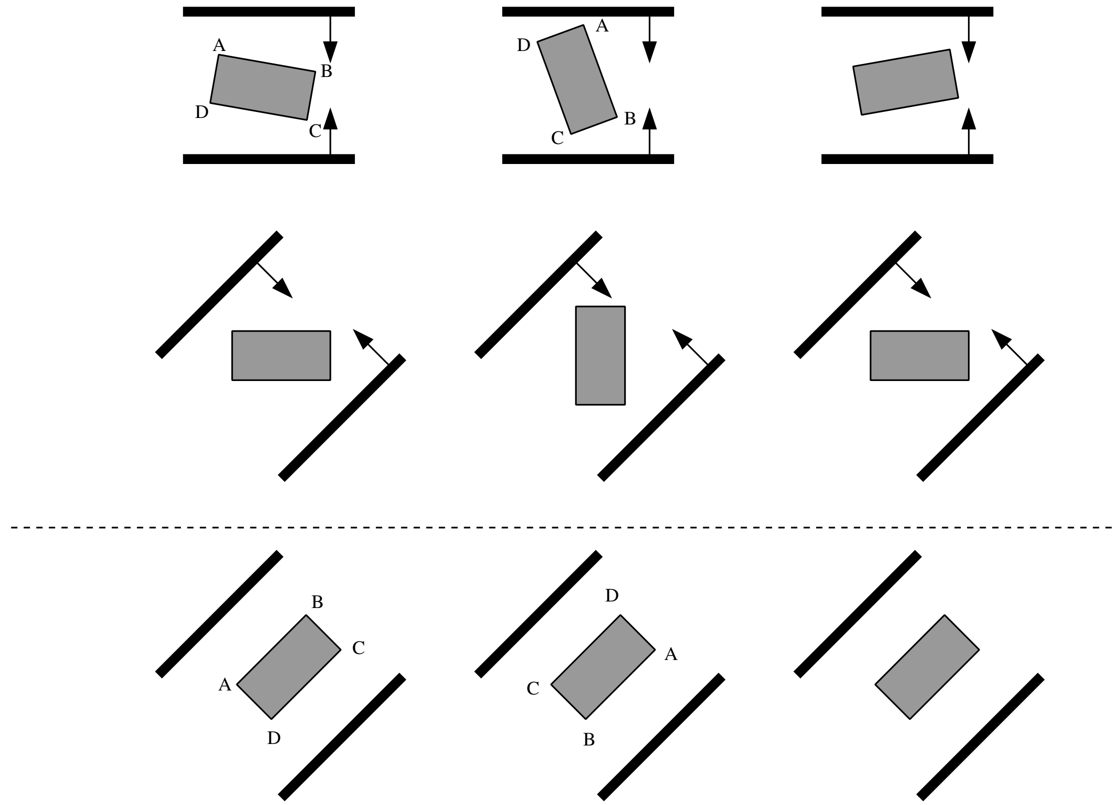
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage



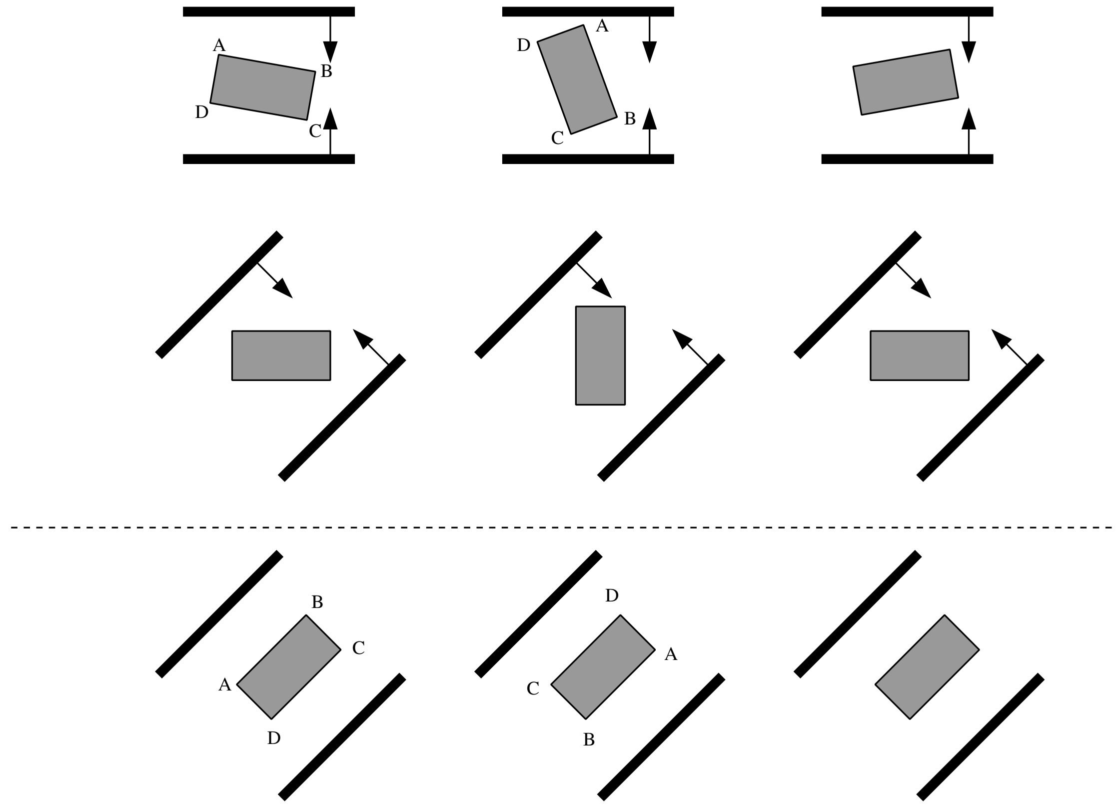
Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!

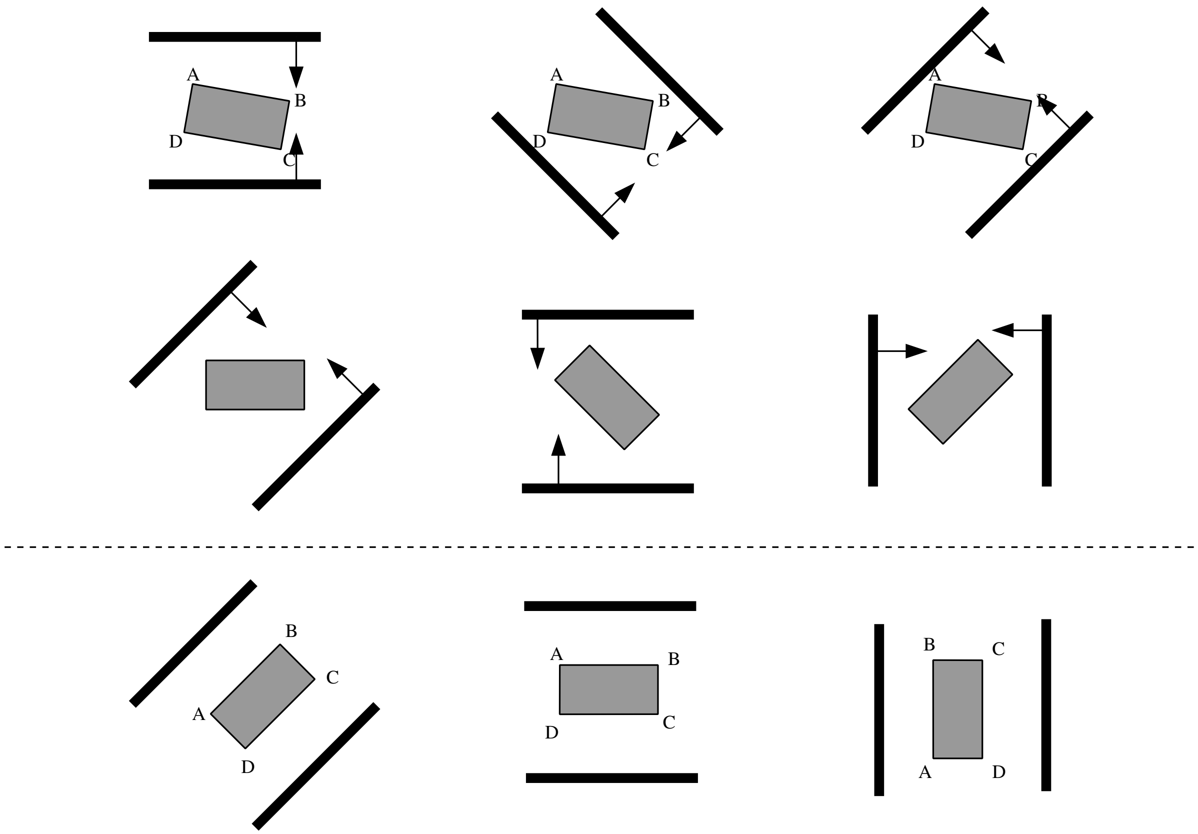


Beispiel!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Bringt Werkstück in gleiche Endlage
- Unabhängig von Ausgangslage
- Bis auf Symmetrie!
- Jede Endlage möglich

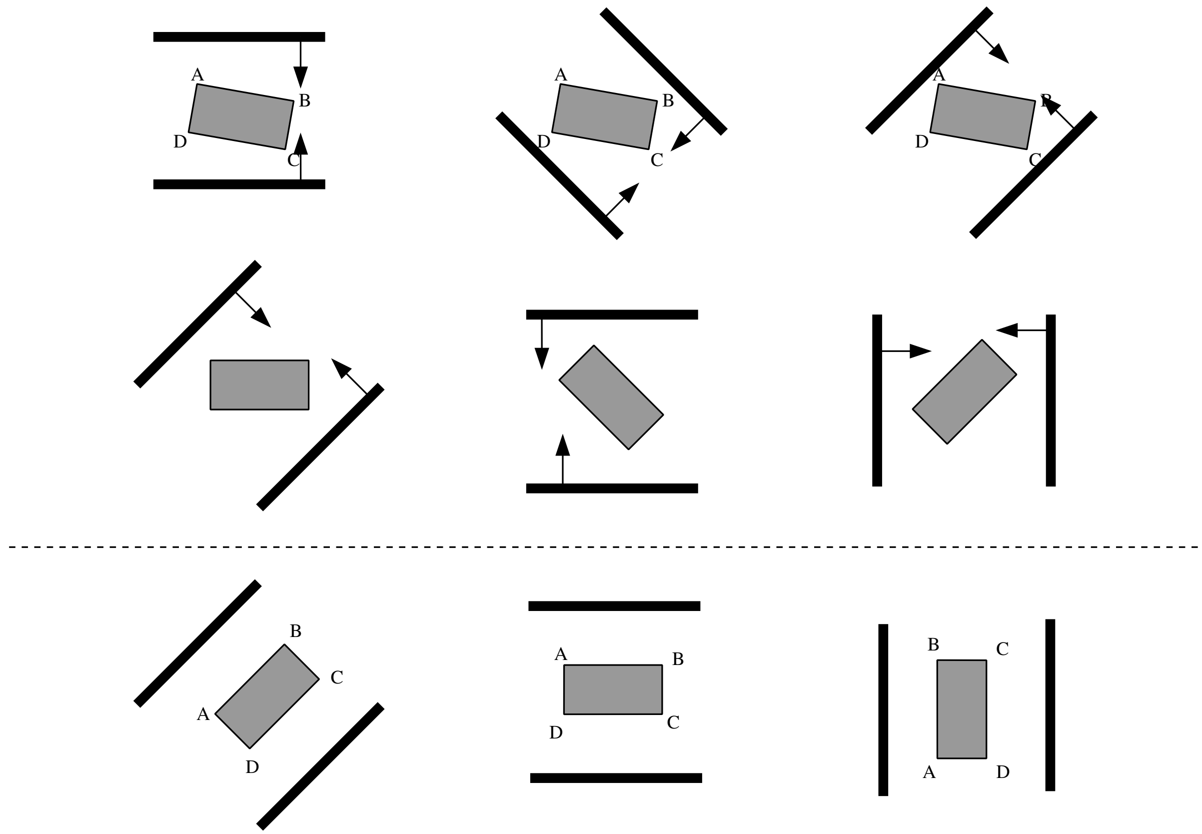


Verschiedenen Endlagen!



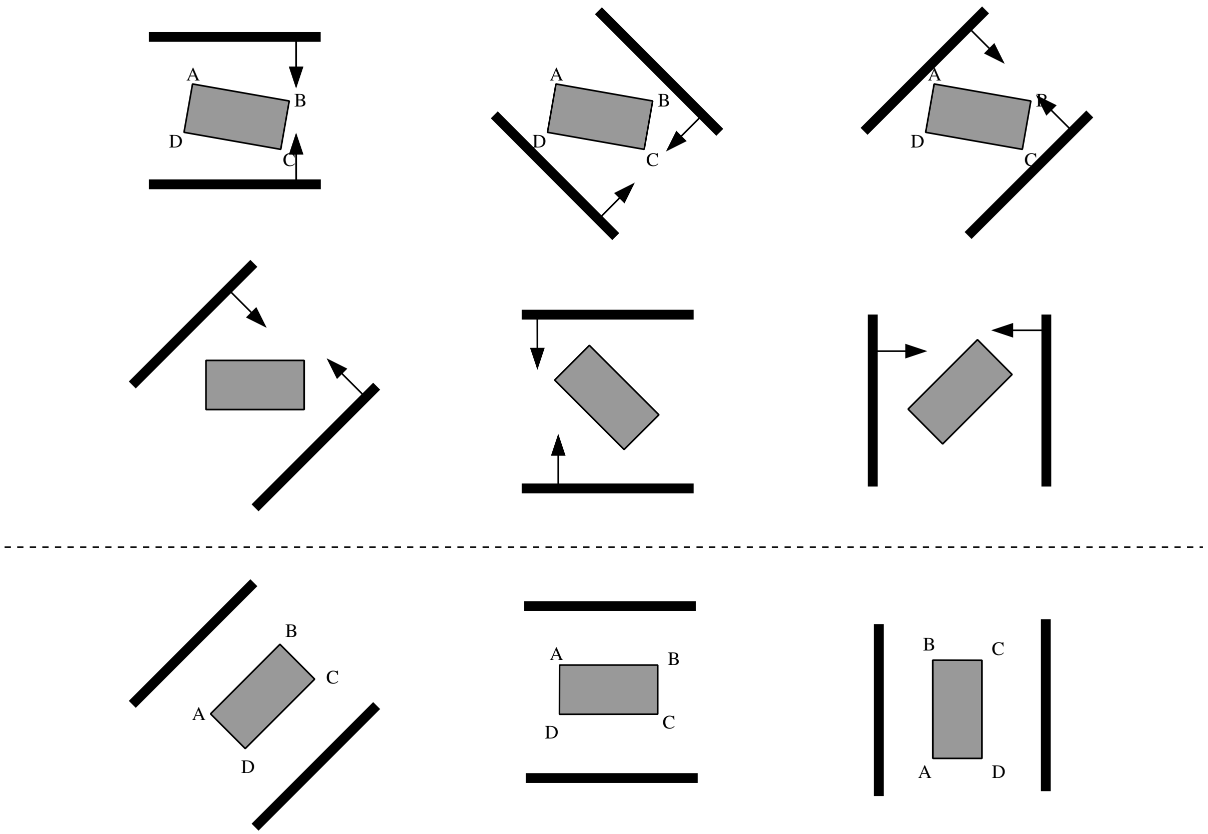
Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$



Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$



Verschiedenen Endlagen!

- Plan $(0, \frac{\pi}{4})$
- Plan $(-\frac{\pi}{4}, 0)$
- Plan $(+\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$