

## Übungsblatt 8

### Aufgabe 8.1: Halbe Art Gallery

(4 Punkte)

Wie viele Wächter benötigt man im schlimmsten Fall, um mindestens die Hälfte der Fläche eines einfachen Polygons mit  $n$  Ecken zu bewachen?

Beweisen Sie für Ihr Ergebnis  $w(n)$ , dass  $w(n)$  Wächter für jedes Polygon mit  $n$  Ecken ausreichen, und dass es jeweils ein Polygon mit  $n$  Ecken gibt, für das weniger Wächter nicht reichen. Sie können sich dabei auf Polygone mit  $n = 6k$  Ecken,  $k \in \mathbb{N}$ , beschränken.

### Aufgabe 8.2: Sichtbarkeitspolygone

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass genau eine der folgenden drei Aussagen wahr ist.

- Für ein beliebiges einfaches Polygon  $P$  und zwei beliebige Punkte  $p, q$  aus  $P$  gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone  $\text{vis}_P(p)$  und  $\text{vis}_P(q)$  nicht leer, so ist er konvex.
- Für ein beliebiges einfaches Polygon  $P$  und zwei beliebige Punkte  $p, q$  aus  $P$  gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone  $\text{vis}_P(p)$  und  $\text{vis}_P(q)$  nicht leer, so ist er weg-zusammenhängend (für je zwei Punkte aus dem Schnitt gibt es einen sie verbindenden, stetigen Weg, der ganz im Schnitt liegt).
- Für ein beliebiges Polygon  $P$  mit Löchern und zwei beliebige Punkte  $p, q$  aus  $P$  gilt: Ist der Schnitt der Sichtbarkeitspolygone  $\text{vis}_P(p)$  und  $\text{vis}_P(q)$  nicht leer, so ist er weg-zusammenhängend.

### Aufgabe 8.3: Voronoi Diagramm Eigenschaften

(4 Punkte)

Zeigen Sie:

Das Voronoi-Diagramm  $\text{VD}(P)$  einer Punktmenge  $P$  hat folgende Eigenschaften:

- Ein Punkt  $q$  ist Knoten des Voronoi-Diagramms  $\text{VD}(P)$  genau dann, wenn der größte leere Kreis  $C_P(q)$  mit  $q$  als Mittelpunkt drei oder mehr Punkte aus  $P$  auf dem Rand enthält.
- Der Bisektor zwischen zwei Punkten  $p_i$  und  $p_j$  aus  $P$  trägt genau dann zu einer Kante von  $\text{VD}(P)$  bei (d.h.  $p_i p_j$  ist eine Kante in der Delaunay-Zerlegung), wenn ein Punkt  $q$  auf dem Bisektor existiert, so dass  $C_P(q)$  sowohl  $p_i$  als auch  $p_j$  auf dem Rand enthält aber keinen anderen Punkt aus  $P$  weder im Innern noch auf dem Rand liegt.

**Aufgabe 8.4: Voronoi Diagramm Beispiel**

(4 Punkte)

Betrachten Sie das Voronoi-Diagramm der abgebildeten Punktmenge.

Welche Voronoi-Regionen sind zu welchen benachbart, welche sind beschränkt bzw. unbeschränkt?

