Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2017
Übungszettel 10
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Dienstag 11.07.2017, bis 12:15 Uhr — Besprechung: 17.-21.7.

- *Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den Namen angeben.*
- *Die Abgabe kann in Gruppen von bis zu 3 Personen erfolgen.*

Aufgabe 1: Lokale zuässige Triangulationen (4 Punkte)

Sei P eine Menge von n Punkten in der Ebene in allgemeiner Lage. Eine Triangulation von P heisst *lokal zulässig*, falls für jedes Dreieck $tria(p, q, r)$ gilt, dass die Knoten aller direkt benachbarten Dreiecke nicht im Umkreis von $tria(p, q, r)$ liegen.

Zeigen Sie, dass eine lokal zulässige Triangulation von P bereits mit der Delaunay-Triangulation von P übereinstimmt.

Aufgabe 2: Edge flips in Triangulationen (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass zwei beliebige Triangulationen einer Menge von Punkten in der Ebene durch endlich viele edge flips ineinander überführt werden können.

Aufgabe 3: Inverses Voronoi-Diagramm (4 Punkte)

Bei dem *inversen Voronoi-Diagramm* einer Punktmenge $S = \{p_1, \ldots, p_n\}$ besteht (für $1 \leq i \leq n$) die Voronoi-Region des Punktes p_i aus denjenigen Punkten der Ebene, die von p_i weiter entfernt sind als von allen anderen Punkten aus S. Wir setzen voraus, dass keine 3 Punkte aus S auf derselben Geraden liegen und keine 2 Punkte aus S gegenüberliegende Eckpunkte eines achsenparallelen Quadrates sind (allgemeine Lage).

a) Zeigen Sie, dass genau die auf $\partial ch(S)$ gelegenen Punkte eine nicht-leere Voronoi-Region im inversen Voronoi-Diagramm besitzen.

b) Beweisen Sie, dass alle Voronoi-Regionen im inversen Voronoi-Diagramm unbeschränkt sind.

c) Wir betrachten jetzt die Situation bezüglich der L_1-Metrik. Durch die allgemeine Lage ist sichergestellt, dass keine flächigen Bisektoren auftreten. Beweisen oder widerlegen Sie, dass das inverse Voroni-Diagramm bezüglich der L_1-Metrik von S die Komplexität $\Theta(1)$ besitzt.