Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2013
Übungsblatt 11
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Für jede Aufgabe werden bis zu vier Punkte vergeben.

Aufgabe 1:

Gegeben seien zwei Mengen F und G von Punkten in der Ebene.
Zeigen Sie: Die kürzeste aller Verbindungsstrecken zwischen Punkten aus F und G ist eine Kante der Delaunay-Triangulation der Menge $F \cup G$.

Aufgabe 2:

Bei dem *inversen Voronoi-Diagramm* einer Punktmenge $S = \{p_1, \ldots, p_n\}$ besteht (für $1 \leq i \leq n$) die Voronoi-Region des Punktes p_i aus denjenigen Punkten der Ebene, die von p_i weiter entfernt sind als von allen anderen Punkten aus S. Wir setzen voraus, dass keine 3 Punkte aus S auf derselben Geraden liegen und keine 2 Punkte aus S gegenüberliegende Eckpunkte eines achsenparallelen Quadrates sind (allgemeine Lage).

a) Zeigen Sie, dass genau die auf $\partial ch(S)$ gelegenen Punkte eine nicht-leere Voronoi-Region im inversen Voronoi-Diagramm besitzen.

b) Beweisen Sie, dass alle Voronoi-Regionen im inversen Voronoi-Diagramm unbeschränkt sind.

Aufgabe 3:

Sei S eine Menge von n Punkten in der Ebene, von denen keine vier auf einem Kreis liegen. Der *Gabriel-Graph* $G(S)$ auf der Knotenmenge S ist folgendermaßen definiert. Für $p, q \in S$ mit $p \neq q$ gilt, dass $\{p, q\}$ genau dann eine Kante von $G(S)$ ist, falls für alle $r \in S \setminus \{p, q\}$ gilt:

$$|pr|^2 + |rq|^2 > |pq|^2$$

Anders ausgedrückt: Innerhalb des Kreises mit Durchmesser pq liegt kein anderer Punkt aus S. Zeigen Sie:

a) Alle Kanten des *minimalen Spannbaums* von S sind auch Kanten von $G(S)$.

b) Alle Kanten von $G(S)$ sind auch Kanten der *Delaunay-Triangulierung* von S.

c) Eine Delaunay-Kante $\{p, q\}$ ist genau dann eine Gabriel-Kante, wenn die Strecke $\overline{pq}$ den im Voronoi-Diagramm auftretenden Abschnitt des Bisektors von p und q schneidet.